



HAL
open science

Essai théorique sur la distribution de l'énergie dans les spectres des solides

Wladimir Michelson

► **To cite this version:**

Wladimir Michelson. Essai théorique sur la distribution de l'énergie dans les spectres des solides. J. Phys. Theor. Appl., 1887, 6 (1), pp.467-479. 10.1051/jphystap:018870060046701 . jpa-00238766

HAL Id: jpa-00238766

<https://hal.science/jpa-00238766>

Submitted on 4 Feb 2008

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

**ESSAI THÉORIQUE SUR LA DISTRIBUTION DE L'ÉNERGIE DANS LES SPECTRES
DES SOLIDES (1);**

PAR M. WLADIMIR MICHELSON.

Les dernières publications remarquables de M. Langley sur les spectres invisibles (2) et surtout la promesse d'un Mémoire spécial sur les radiations des solides à différentes températures m'engagent à publier, dès à présent, du moins en abrégé, quelques considérations théoriques sur ce sujet. J'espère donner une dis-

(1) Abrégé d'un article récemment publié dans le *Journal de la Société Physico-chimique russe*, t. XIX, n° 4, p. 79; 1887.

(2) S.-P. LANGLEY, *Sur les spectres invisibles* (*Ann. de Ch. et de Phys.*, décembre 1886, p. 433-506). Voir aussi *Amer. Journ. of Sc.*, t. XXXII, aug. 1886, ainsi que *Phil. Mag.*, t. XXI, p. 394-409, et t. XXII, p. 149-173.

cussion plus complète de la question, quand de nouvelles données des recherches spectro-bolométriques de M. Langley me mettront à même de confronter ma théorie à l'expérience d'une manière plus détaillée.

1. *Hypothèses et loi générale.* — La continuité absolue des spectres émis par les solides ne peut être expliquée que par une irrégularité complète des vibrations de leurs atomes. La discussion de la distribution de l'énergie radiante entre les radiations simples de différente période est donc du ressort du calcul des probabilités.

Considérons un solide homogène isotrope, dont tous les atomes se trouvent dans des conditions identiques, n'étant plus groupés, pour ainsi dire, en molécules distinctes. Chaque atome a une position fixe d'équilibre vers laquelle il est constamment repoussé par les atomes environnants et autour de laquelle il décrit des oscillations infiniment petites. J'exprime ce fait en supposant que chaque atome se meut librement à l'intérieur d'une couche sphérique élastique de rayon infiniment petit ρ , qui a pour centre la position d'équilibre. L'atome rebondit de la surface intérieure de cette sphère d'après les lois du choc des corps parfaitement élastiques, conserve sa vitesse absolue pendant la durée de quelques trajets libres, et puis change de vitesse par suite d'une action non symétrique des atomes environnants.

Proposons-nous de trouver, dans cette hypothèse, quelles seront les trajectoires les plus probables de l'atome à l'intérieur de sa sphère de déplacement. Admettons que, pour la position initiale de l'atome, toutes les distances possibles de la position d'équilibre sont également probables; alors la probabilité que cette distance soit contenue entre les limites r et $r + dr$ sera donnée par

$$(1) \quad \frac{dr}{\rho}.$$

Prenons le rayon ON (*fig. 1*) de la sphère passant par la position initiale M de l'atome pour axe polaire. Désignons l'angle NMP que fait la direction du mouvement de l'atome avec cet axe par φ . Admettons, comme on le fait dans la théorie des gaz, que toutes les directions sont également probables. Alors la proba-

bilité que φ soit contenu entre les limites φ et $\varphi + d\varphi$ sera

$$\frac{1}{2} \sin \varphi d\varphi.$$

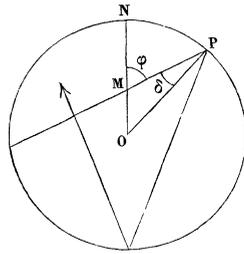
Nommons δ l'angle d'incidence MPO. Cet angle est lié à φ par la relation

$$r \sin \varphi = \rho \sin \delta.$$

Comme la même valeur δ correspond aux valeurs φ et $\pi - \varphi$ de l'angle φ , la probabilité qu'un atome dont la distance initiale au centre de sa sphère est entre r et $r + dr$ rencontre la surface sphérique sous un angle d'incidence entre δ et $\delta + d\delta$ est donnée par l'expression

$$(2) \quad \sin \varphi d\varphi = \frac{\rho^2}{r^2} \frac{\sin \delta \cos \delta d\delta}{\sqrt{1 - \frac{\rho^2}{r^2} \sin^2 \delta}}.$$

Fig. 1.



On obtient la même probabilité pour un atome quelconque en multipliant cette expression par $\frac{dr}{\rho}$ et en étendant la somme à toutes les valeurs de r possibles pour un δ donné, c'est-à-dire en intégrant d'après r , entre les limites $\rho \sin \delta$ et ρ ,

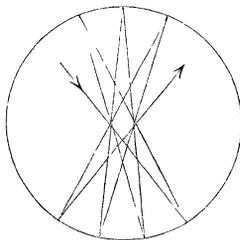
$$(3) \quad \omega_{\delta} = \int_{\rho \sin \delta}^{\rho} \frac{\rho}{r^2} \frac{\sin \delta \cos \delta d\delta}{\sqrt{1 - \frac{\rho^2}{r^2} \sin^2 \delta}} dr = \left(\frac{\pi}{2} - \delta \right) \cos \delta d\delta.$$

Il est évident que cette probabilité a un maximum pour $\delta = 0$. Cela veut dire que les mouvements selon les diamètres des sphères de déplacement sont les plus probables. Il arrivera le plus souvent qu'entre deux perturbations voisines chaque atome

décritra des trajectoires s'éloignant peu de la forme stellaire (*fig. 2*).

Si nous supposons que chaque changement périodique dans le mouvement d'un atome produit une onde de même période dans l'éther environnant, et si nous considérons que les ondes produites par les mouvements radiaux indiqués plus haut seront non seulement les plus fréquentes, mais aussi les plus intenses, nous pouvons admettre, comme première approximation, que ce sont ces mouvements seuls qui déterminent la composition des radiations émises par notre solide.

Fig. 2.



Mais la période τ de vibration correspondant à ce mouvement radial est évidemment liée à la vitesse instantanée v de l'atome par la relation

$$(4) \quad \tau = \frac{4\rho}{v}.$$

Cette relation peut être employée pour la transformation de la formule connue de Maxwell, qui exprime la distribution la plus probable des forces vives entre un grand nombre de points matériels quelconques échangeant continuellement leurs vitesses par le moyen de forces ayant un potentiel (¹). Si nous désignons par N le nombre total d'atomes, par m la masse de chacun d'eux, par e la base des logarithmes népériens, par $k = \frac{3}{2mv}$ une constante

(¹) Voir sur ce sujet : L. BOLTZMANN, *Ueber die Beziehung zwischen dem zweiten Hauptsatze der mechanischen Wärmetheorie und der Wahrscheinlichkeitsrechnung*, etc. (*Sitzungsber. der Wiener Akad. der Wiss.* Bd. LXXVI, p. 373-435, October 1877); ainsi que WATSON, *A Treatise on the kinetic theory of gases*. Oxford, 1876, p. 12, etc.

inversement proportionnelle à la force vive moyenne $\frac{mv^2}{2}$ d'un atome, la loi de Maxwell donne le nombre des atomes dont les vitesses seront contenues entre les limites v et $v + dv$, ce nombre est

$$(5) \quad v_v = \frac{4N}{\sqrt{\pi}} (km)^{\frac{3}{2}} e^{-kmv^2} v^2 dv.$$

En remplaçant d'après (4), v par $\frac{4\rho}{\tau}$, on obtient

$$(6) \quad v_\tau = \frac{256N}{\sqrt{\pi}} \rho^3 (km)^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{16km\rho^2}{\tau^2}} \tau^{-4} d\tau.$$

Cette formule donne le nombre des atomes dont les périodes *principales* de vibration sont entre les limites τ et $\tau + d\tau$. C'est la loi probable de la distribution des durées de vibration entre les atomes de notre solide.

A cause de la loi de la superposition des mouvements vibratoires on peut admettre que l'intensité d'une radiation simple de durée τ doit être :

1° Proportionnelle au nombre v_τ des atomes de la source rayonnante vibrant dans la même période ;

2° Proportionnelle à une fonction de la force vive de ces mêmes atomes. A cause de la relation (4) et de la grande valeur de $\frac{1}{\tau}$ pour toutes les radiations que nous aurons à considérer, cette fonction peut être réduite à une puissance de $\frac{1}{\tau^2}$;

3° Enfin en raison directe d'une fonction inconnue de la température absolue du corps. Cette fonction constitue un facteur qui doit représenter le renforcement ou l'affaiblissement moyen occasionné à chaque onde *primitive* par l'ensemble des vibrations *résultantes* ⁽¹⁾ et par l'absorption dans le corps rayonnant lui-même. Nous désignerons cette fonction par $f(\mathfrak{S})$.

(1) Ce sont les ondes résultantes qui, d'après l'analyse de M. Helmholtz, doivent se former toutes les fois que le carré de l'élongation n'est pas à négliger. Elles expliquent, d'après cet auteur, le phénomène des sons de Sorges et de Tartini

Ainsi donc, en désignant par A et p des constantes positives, nous posons l'intensité de l'ondulation éthérée simple de période τ

$$(7) \quad I_{\tau} = A v_{\tau} \left(\frac{1}{\tau^2} \right)^p f(\mathfrak{S}).$$

Considérant, selon l'usage, la température absolue \mathfrak{S} comme proportionnelle à la force vive moyenne d'un atome, nous pouvons remplacer dans la formule (6) la constante k par $\frac{M}{\mathfrak{S}}$, où M est indépendant de \mathfrak{S} . Introduisons ensuite cette expression (6) dans l'équation (7). Alors, en posant, pour abrégé,

$$(8) \quad A \frac{256N}{\sqrt{\pi}} \rho^3 (Mm)^{\frac{3}{2}} = B, \quad 16\rho^2 Mm = c,$$

nous aurons

$$(9) \quad I_{\tau} = B \mathfrak{S}^{-\frac{3}{2}} f(\mathfrak{S}) e^{-\frac{c}{\mathfrak{S}\tau^2} \tau - (2p+4) d\tau}.$$

Remplaçons ici la variable τ par la variable $\lambda = V\tau$, où λ est la longueur d'onde éthérée et V la vitesse de la propagation de la lumière. Après cela désignant toujours les coefficients constants convenablement modifiés par B et c , nous aurons

$$(10) \quad I_{\lambda} d\lambda = B \mathfrak{S}^{-\frac{3}{2}} f(\mathfrak{S}) e^{-\frac{c}{\mathfrak{S}\tau^2} \lambda - (2p+4) d\lambda}.$$

Cette formule donne l'intensité d'une radiation simple de longueur d'onde λ en fonction de cette longueur et de la température absolue de la source.

C'est vers une loi de ce genre que doit tendre la distribution de l'énergie radiante dans chaque spectre, à mesure que sa continuité devient de plus en plus parfaite, c'est-à-dire à mesure que la condensation de la source augmente, et que les absorptions électives sur le trajet des rayons sont diminuées. Pour avoir une loi plus complète, il faudrait encore déterminer la valeur de p et la forme de $f(\mathfrak{S})$; mais notre formule va donner quelques résultats intéres-

(Combinationstöne). Dans le cas que nous considérons elles doivent se former surtout à la surface du corps rayonnant, les forces qui ramènent les atomes dans leurs positions d'équilibre n'y étant pas symétriques dans toutes les directions.

sants, sans même que nous ayons besoin de faire une telle spécialisation.

Il est évident que, sous cette forme générale, notre loi embrasse, comme cas particuliers, toutes les lois d'émission empiriques proposées jusqu'à présent, telles que les lois de Newton, de Dulong et Petit et de M. Stefan.

Si nous attribuons à \mathfrak{S} une valeur constante et que nous prenions λ pour abscisse, I_λ pour ordonnée, l'équation (10) sera celle de la courbe d'énergie dans le spectre normal continu d'une source solide à la température \mathfrak{S} . Ce sont ces courbes que M. Crova a nommées *courbes isothermiques* (1). Pour étudier les propriétés générales de ces courbes, je prends la dérivée de l'expression I_λ en supposant \mathfrak{S} constante.

2. *Limites du spectre.* — Il est aisé de voir, d'après la formule (10) et sa dérivée, que si $f(\mathfrak{S})$ et p ont des valeurs finies, on aura toujours pour $\lambda = 0$ et $\lambda = \infty$

$$I_\lambda = 0 \quad \text{et} \quad \frac{dI_\lambda}{d\lambda} = 0.$$

Cela signifie que toutes les courbes d'énergie représentées par l'équation (10) sont tangentes à l'axe des λ à l'origine des coordonnées, et qu'elles ont cet axe pour asymptote. Aux deux extrémités du spectre, l'énergie rayonnante diminue jusqu'à zéro; mais, tandis que, vers le bout violet, l'évanouissement est presque subit, à cause de la diminution rapide du facteur $e^{-\frac{c}{\mathfrak{S}\lambda}}$, l'énergie moins réfrangible s'étend indéfiniment vers le côté des λ croissantes. Ce fait a été observé récemment par M. Langley (2).

3. *Maximum d'intensité.* — Chacune des courbes représentées par l'équation (10) ne présente qu'un seul maximum défini par la

(1) A. CROVA, *Etude des radiations*, etc. (*Ann. de Chim. et de Phys.*, [5], t. XIX, p. 472).

(2) S.-P. LANGLEY, *Sur les spectres invisibles* (*Ann. de Chim. et de Phys.*, déc. 1886.)

condition

$$(11) \quad \lambda_{\max} = \sqrt{\frac{c}{p+2}} \frac{1}{\sqrt{\mathcal{E}}}.$$

On voit que la position de l'intensité maxima dans nos spectres dépend de la température, et la formule (11) donne la loi de cette dépendance : *Quelle que soit la loi d'émission, la longueur d'onde correspondant à l'énergie maxima est inversement proportionnelle à la racine carrée de la température absolue de la source.*

Les seules mesures expérimentales, à ma connaissance, qui aient été publiées jusqu'à présent sur ce sujet sont contenues dans un diagramme récent de M. Langley (1). Pour comparer ces données à la relation $\mathcal{E}\lambda_{\max}^2 = \text{const.}$ équivalente à (11), j'ai tiré de ce diagramme, par un procédé graphique, les valeurs suivantes de λ_{\max} :

Températures.

Températures.		λ_{\max} .	$\mathcal{E}\lambda_{\max}^2$.
c.	\mathcal{E} .		
178 ^o	451	4,90 ^{μ}	10828
330	603	4,05	9891
525	798	3,63	10515
815	1088	3,27	11634

Quoique la constance de $\mathcal{E}\lambda_{\max}^2$ soit loin d'être parfaite, cependant, ayant en vue la manière dont ces quatre valeurs ont été obtenues et l'incertitude de l'appréciation des températures élevées, on peut dire que les observations paraissent confirmer notre théorie.

4. *Mesure des températures.* — Supposant que cette loi soit justifiée par des expériences plus nombreuses, elle nous fournira une méthode très simple pour mesurer les températures élevées des corps rayonnants (2). Cette méthode serait supérieure à la méthode spectro-photométrique élaborée par M. Crova, en ce qu'elle ne dépendrait pas du choix des teintes comparées et donnerait non des *degrés optiques*, mais les températures absolues.

(1) *Loc. cit.*, p. 462.

(2) L'idée d'une méthode semblable, toutefois sans aucune loi déterminée, a été énoncée par M. Crova, *loc. cit.*, p. 479.

Connaissant la constante de l'équation (11), il suffirait, pour déterminer la température d'un corps incandescent, de mesurer la longueur d'onde correspondant à l'intensité maxima de son spectre normal.

Si l'on tient compte autant que possible des absorptions subies par les rayons solaires et que l'on admette que la densité considérable et la masse énorme du Soleil doivent donner à son spectre primitif toutes les quantités des spectres continus, l'on peut appliquer cette méthode au calcul de la température du Soleil. D'après les observations de M. Langley (1), le maximum d'intensité dans le spectre solaire observé au delà de notre atmosphère serait situé près de $\lambda = 0^{\mu}, 5$. Donc, si, d'après la Table précédente, on fait en nombre rond $\mathfrak{S}\lambda_{\max}^2 = 10000$, on obtient pour la température absolue du Soleil 40000° environ. Il faut remarquer que cette méthode ne suppose qu'une analogie dans la distribution de l'énergie dans le spectre primitif du Soleil et celui du noir de fumée, tandis que le pouvoir émissif total peut être bien différent pour ces deux corps.

5. *Énergie rayonnante totale.* — En calculant l'aire de chaque courbe représentée par l'équation (10), j'obtiens l'énergie rayonnante totale du spectre

$$(12) \quad E = \int_0^{\infty} I_{\lambda} d\lambda = \frac{1}{2} B c^{-\left(p+\frac{3}{2}\right)} \Gamma\left(p+\frac{3}{2}\right) f(\mathfrak{S}) \mathfrak{S}^p,$$

Γ désignant l'intégrale eulérienne de seconde espèce.

Comparons cette formule à celle qu'on obtient en éliminant λ entre les équations (10) et (11), c'est-à-dire à l'intensité maxima du spectre

$$(13) \quad I_{\max} = B \left(\frac{p+2}{ec}\right)^{p+2} f(\mathfrak{S})^{p+\frac{1}{2}}.$$

Abstraction faite des coefficients constants, les expressions (12) et (13) ne diffèrent qu'en ce que la seconde contient un facteur

(1) S.-P. LANGLEY, *Researches on solar heat, a report of the Mount-Whitney expedition*, p. 144, Pl. XV, curve III. Washington, 1884.

$\sqrt{\mathfrak{E}}$ de plus. Donc l'intensité maxima augmente, avec la température, plus rapidement que l'énergie rayonnante totale, et leur rapport

$$(14) \quad \frac{I_{\max}}{E} = \frac{2c^{-\frac{1}{2}}}{\Gamma\left(p + \frac{3}{2}\right)} \left(\frac{p+2}{e}\right)^{p+2} \sqrt{\mathfrak{E}}$$

croît en raison directe de la racine carrée de la température absolue de la source.

Multipliant les équations (11) et (14), on obtient

$$(15) \quad \frac{I_{\max} \lambda_{\max}}{\varepsilon} = \frac{2e^{-(p+2)}}{\Gamma\left(p + \frac{3}{2}\right)} (p+2)^{p+\frac{3}{2}} = \text{const.}$$

Cette relation intéressante montre que *l'énergie rayonnante totale émise par un solide est dans un rapport constant au produit de l'énergie maxima du spectre normal par la longueur d'onde correspondante*, ou, autrement dit, que l'aire de chaque courbe d'énergie est en raison directe de l'aire du rectangle ayant pour côtés les coordonnées du sommet de cette courbe (*voir plus loin, fig. 3*). Ce rapport constant ne dépend que de la valeur de p qui, probablement, est la même pour tous les corps; car, dans nos équations, c'est cette valeur qui caractérise le mode d'action entre les atomes pondérables et l'éther environnant.

Cette relation, qui n'exige point la connaissance de la température, se prêterait mieux à une vérification expérimentale que les relations précédentes. Pour le moment, on ne possède pas de données directes pour faire une telle vérification. Ce n'est que d'une manière bien imparfaite que j'ai pu tirer, en mesurant les ordonnées et les aires des tracés de M. Langley, les valeurs relatives suivantes de I_{\max} et de E .

\mathfrak{E} .	λ_{\max} .	I_{\max} .	E .	$\frac{I_{\max} \lambda_{\max}}{E}$.
451.....	$4,90^{\mu}$	5,2	182	0,140
603.....	4,05	21,5	532	0,163
798.....	3,63	39,7	1074	0,134
1088.....	3,27	64,9	1730	0,123

Vu l'imperfection du procédé de vérification, les nombres de la

dernière colonne, qui devraient être égaux d'après notre théorie, ne sont pas trop défavorables à celle-ci.

6. *Tracé des courbes.* — Pour pouvoir tracer les courbes d'énergie, il faut donner des valeurs spéciales à p et à $f(\mathfrak{S})$. Si, par exemple, l'on admet avec M. Stefan (1) que l'énergie rayonnante émise par un corps est en raison directe de la quatrième puissance de sa température absolue, on pourra poser

$$p = 1, \quad f(\mathfrak{S}) = K\mathfrak{S}^3,$$

après quoi l'équation (10) prendra la forme

$$(16) \quad I_\lambda = B_1 \mathfrak{S}^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{c}{\mathfrak{S}^2}} \lambda^{-6}.$$

Ayant déterminé les deux constantes B_1 et c de cette équation d'après un diagramme du spectre normal invisible du noir de fumée à 178°C., donnée par M. Langley (2), j'ai calculé et tracé les courbes théoriques (16) pour cette température et pour 327°C = 600° abs. (*fig. 3*).

On voit que ces courbes ont toutes les qualités que M. Langley attribue (3) aux courbes obtenues par voie d'expérience, à savoir :

1° L'énergie rayonnante, représentée par les ordonnées tout en diminuant des deux côtés, s'étend indéfiniment vers le côté des ondes moins réfrangibles.

2° Quand la température augmente, toutes les ordonnées croissent, mais dans des proportions inégales : celles qui représentent l'énergie des ondes plus réfrangibles augmentent toujours plus rapidement que celles qui correspondent aux ondulations plus longues.

3° De là le fait observé indépendamment, que l'ordonnée maxima se déplace progressivement vers la région plus réfrangible. Plus haut, nous avons indiqué la loi probable de ce déplacement.

(1) STEFAN, *Sitzungsber. der Wien. Akad.*, t. LXXIX, p. 391; 1879.

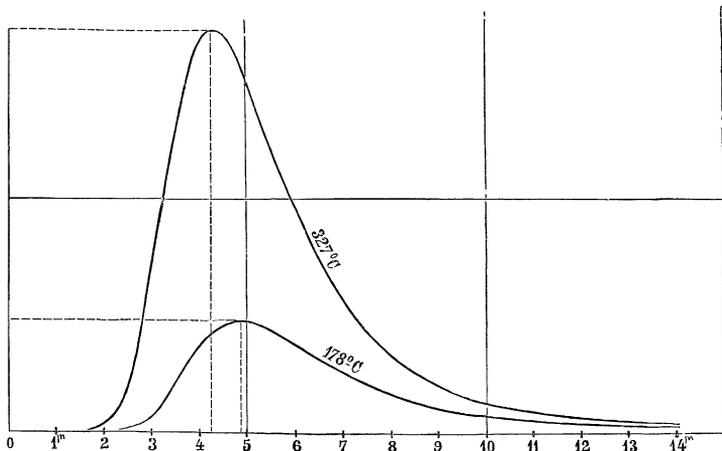
(2) *Ann. de Chim. et de Phys.*, déc. 1886, p. 439, fig. 1, et *Phil. Mag.*, t. XXII, Pl. IV.

(3) *Ibid.*, p. 471-472, et *Phil. Mag.*, t. XXI, p. 403-404.

J. de Phys., 2^e série, t. VI. (Octobre 1887.)

4° Les courbes théoriques du spectre normal, ainsi que les courbes prismatiques de M. Langley, ne sont pas symétriques : la plus grande partie de leurs aires se trouve du côté droit de l'ordonnée maxima, c'est-à-dire du côté des ondes moins réfrangibles.

Fig. 3.



5° Conformément à cela, la chute de chaque courbe est plus rapide du côté des ondulations plus courtes. Pour les deux cas dont nous donnons les diagrammes, toute chaleur sensible disparaît avant que les courbes aient atteint les limites du spectre visible; il n'y a que des chaleurs obscures.

7. *Courbe solaire.* — J'ai aussi essayé de comparer mes courbes théoriques, quant à leur forme générale, à la courbe de l'énergie solaire au delà de l'atmosphère. Sur la *fig. 4* les points séparés correspondent aux nombres donnés par M. Langley, dans le n° 9 de la table 120 de son *OEuvre : Researches on solar heat, etc.*; la courbe ponctuée a été tracée d'après la courbe III de la *Pl. XV* du même Ouvrage, et le trait continu donne la courbe théorique représentée par l'équation

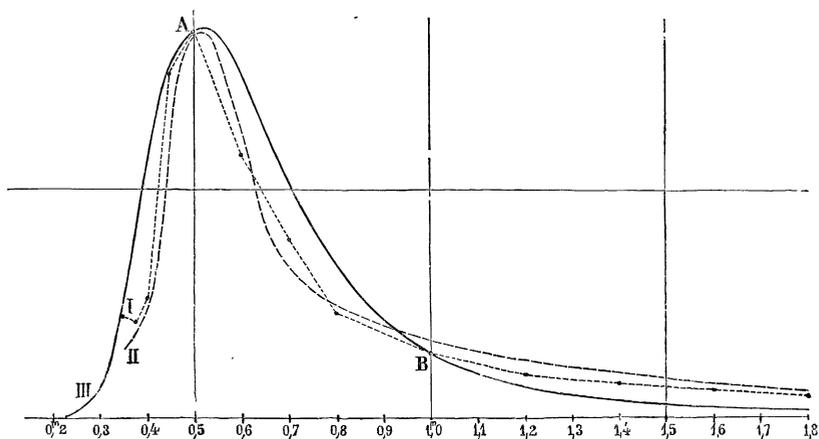
$$(17) \quad I_{\lambda} = A e^{-\frac{M}{\lambda^2} \lambda^{-6}},$$

et passant par les deux points observés A et B.

Pour nous rendre compte de la différence entre la théorie et

l'observation (différence plus considérable cette fois-ci que dans le cas précédent), rappelons-nous : 1° que non seulement l'équation (17), mais aussi la formule plus générale (10), ne peuvent être considérées que comme une première approximation ; 2° que ces formules ont été déduites pour des solides et non pour des corps tels que le Soleil ; et enfin 3° que, dans notre atmosphère ainsi que dans les régions plus froides des gaz environnant le Soleil, il doit se produire le phénomène de la *dégradation* de l'énergie rayonnante. Grâce à cet effet, qui n'a point été éliminé par

Fig. 4.



M. Langley, une partie des radiations plus réfringibles doit se transformer en ondulations plus longues, ce qui tendra à modifier le diagramme spectral justement dans le sens qui est indiqué par l'observation.

Tout en reconnaissant le caractère provisoire des idées ébauchées dans cet article, j'espère qu'il sera possible de leur donner plus de développement et de précision, une fois que nous serons en possession de données expérimentales plus complètes qui pourront nous guider dans cette étude. On pourra alors exprimer par une formule suffisamment exacte la loi de la distribution de l'énergie radiante en fonction de la longueur d'onde et de la température de la source. Une telle formule sera d'une grande utilité dans toutes les questions qui se rattachent à l'étude des spectres.