



**HAL**  
open science

## Recherches expérimentales sur la variation des indices de réfraction sous l'influence de la température

H. Dufet

► **To cite this version:**

H. Dufet. Recherches expérimentales sur la variation des indices de réfraction sous l'influence de la température. *J. Phys. Theor. Appl.*, 1885, 4 (1), pp.389-419. 10.1051/jphystap:018850040038900 . jpa-00238427

**HAL Id: jpa-00238427**

**<https://hal.science/jpa-00238427>**

Submitted on 4 Feb 2008

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

**RECHERCHES EXPÉRIMENTALES SUR LA VARIATION DES INDICES DE RÉFRACTION SOUS L'INFLUENCE DE LA TEMPÉRATURE ;**

PAR M. H. DUFET (1).

Ces recherches peuvent se diviser en quatre Parties :

1° J'ai déterminé d'abord les variations des indices ordinaire et extraordinaire du quartz, et comme vérification la variation de la double réfraction ;

2° La variation d'indice de l'eau a été mesurée par deux méthodes : d'abord par la méthode du prisme, puis par la méthode des franges de Talbot au moyen d'une lame de quartz dont la variation d'indice est connue ;

3° En remplaçant dans ces dernières mesures la lame de quartz par une lame cristalline (j'ai opéré sur la fluorine et sur le béryl), on obtient la variation d'indice de ces corps en fonction de la variation connue de l'indice de l'eau ;

4° Au moyen d'une lame de quartz plongée dans un liquide, on peut trouver la variation d'indice de ce liquide. J'ai opéré sur le sulfure de carbone, la naphthaline monobromée, le térébenthène et l'alcool.

I. — Variation d'indice du quartz.

J'ai déjà, dans ce Journal (2), rendu compte de mes expériences sur les indices du quartz. Je n'ai rien à ajouter à l'exposition des expériences ; mais les résultats numériques doivent être légèrement modifiés par suite d'une erreur que j'avais commise dans le calcul. J'avais représenté l'indice de l'air par la formule

$$a = a_0 - \alpha t,$$

en déterminant le coefficient  $\alpha$  à l'aide des mesures de M. Benoît qui lui ont montré que, pour l'air à pression constante et à tempé-

(1) Le Mémoire développé a paru dans le *Bulletin de la Société minéralogique*, t. VIII, 1885.

(2) *Journal de Physique*, 2<sup>e</sup> série, t. III, p. 251 ; 1884.

*J. de Phys.*, 2<sup>e</sup> série, t. IV. (Septembre 1885.)

rature variable, la quantité  $\frac{a-1}{d}$  reste constante conformément à la loi de Gladstone. Cette formule est insuffisante aux températures élevées et ne convient qu'aux températures au-dessous de 30°. Au delà, il faut prendre une formule du second degré et écrire

$$a = a_0 - \alpha t - \beta t^2,$$

$$a = a_0 [1 - 0,000001071 t + 0,00000003925 t^2].$$

En posant pour l'indice du quartz

$$n = n_0 - x t - y t^2,$$

on trouve, par 25 équations relatives à l'indice ordinaire,

$$x - \alpha = 0,0000051563,$$

$$y - \beta = 0,0000000429,$$

et, par 16 équations relatives à l'indice extraordinaire,

$$x - \alpha = 0,0000061746,$$

$$y - \beta = 0,0000000562.$$

Les expériences conduisent pour les dérivées par rapport à la température de la différence des indices principaux, et des différences de ces indices et de celui de l'air pris par rapport à l'air à 0°, aux équations

$$(1) \quad - \frac{d(E - O)}{dt} = 0,000000972 + 0,000000032 t,$$

$$(2) \quad - \frac{d(E - a)}{dt} = 0,000006175 + 0,000000112 t,$$

$$(3) \quad - \frac{d(O - a)}{dt} = 0,000005156 + 0,000000086 t.$$

Pour juger de l'accord entre ces déterminations, il n'y a qu'à se reporter au Tableau suivant, où se trouvent marquées les valeurs de  $-\frac{d(E - O)}{dt}$  tirées de (1), et celles tirées des deux équations (2) et (3), ainsi que les différences :

TEMPÉRATURE.	$-\frac{d(E-O)}{dt}$		DIFFÉRENCE.
	calculé par (1).	calculé par (2) et (3)	
0	0,000000972	0,000001019	—0,00000047
10	1004	1045	— 41
20	1036	1071	— 35
30	1068	1097	— 29
40	1100	1123	— 23
50	1132	1149	— 17
60	1164	1175	— 11
70	1196	1201	— 5
80	1228	1227	+ 1
90	1260	1253	+ 7
100	1292	1279	+ 13

Les équations précédentes doivent servir à donner les valeurs définitives des dérivées des indices; j'y remplace d'abord  $\frac{da}{dt}$  par sa valeur, qui est

$$\frac{da}{dt} = -0,000001071 + 0,0000000078 t.$$

On a ainsi

$$(4) \quad \frac{d(E-O)}{dt} = -0,000000972 - 0,0000000032 t,$$

$$(5) \quad \frac{dE}{dt} = -0,000007246 - 0,0000000034 t,$$

$$(6) \quad \frac{dO}{dt} = -0,000006227 - 0,0000000008 t,$$

Des équations (4) et (6) je tire  $\frac{dE}{dt}$ ; j'ai ainsi

$$(7) \quad \frac{dE}{dt} = -0,000007199 - 0,0000000040 t,$$

avec une erreur moyenne égale à la somme des erreurs moyennes de (4) et de (6). Je combine les équations (7) et (5) en attribuant à chacune un *poids* inversement proportionnel à l'erreur moyenne.

J'opère de la même façon pour  $\frac{dO}{dt}$ , et j'obtiens enfin

$$\frac{dE}{dt} = -0,000007223 - 0,000000037t,$$

$$\frac{dO}{dt} = -0,000006248 - 0,000000005t.$$

## II. — Variation d'indice de l'eau.

A. *Détermination de l'indice de l'eau.* — En présence du peu de concordance des résultats assez nombreux obtenus jusqu'ici, j'ai cru devoir reprendre la mesure de l'indice de l'eau.

Au moyen d'un prisme de 90° environ, constitué par une cuve en glaces de forme cubique et de 0<sup>m</sup>,09 de côté, que sa grande dimension rendait peu sensible aux variations de température, et d'un théodolite de Gambey donnant les 5'', j'ai obtenu pour la raie D les résultats suivants :

TEMPÉRATURE.	INDICE.	INDICE A 20°.
16,52	1,33322	1,33293
17,02	1,33317	1,33292
21,06	1,33288	1,33298
17,12	1,33309	1,33284

Pour la mesure de l'angle réfringent, le prisme est posé sur la plate-forme qui termine l'axe vertical du théodolite et réglé de manière que ses faces soient verticales. Un collimateur et une lunette, réglés sur l'infini, ont leurs axes optiques dans un même plan horizontal et se rencontrant au milieu d'une des faces du prisme. Si le plan bissecteur du prisme passe par l'axe de rotation, condition facile à remplir à cause de la forme géométrique du prisme, il n'y aura pas d'erreur provenant d'un défaut de collimation.

La déviation minima pour la raie D a été mesurée en visant, à l'aide du théodolite, d'abord directement, puis à travers le prisme, une fente éloignée d'environ 30<sup>m</sup> et éclairée par la lumière du

sodium. Il est facile de calculer la correction qu'il faut apporter à cette dernière mesure, en fonction de la distance de la fente à l'axe du théodolite, de la distance du point de tangence de la lunette au plan bissecteur du prisme, et du rayon du cercle décrit par la lunette.

La moyenne des résultats, 1,33292, coïncide avec les nombres de Rühlmann, Wüllner et Van der Willigen.

Avec le même prisme j'ai déterminé également les indices de l'eau pour différentes raies du spectre, avec la lumière solaire et quelques raies métalliques. Au moment du pointé d'une raie, sous déviation minima, je notais la température de l'eau au moyen d'un thermomètre donnant 0°, 01.

Chaque pointé est intercalé entre deux pointés de la raie D. Des mesures très nombreuses, que je rapporterai plus loin, me donnent, en fonction de la température, la variation de la déviation de la raie D. Je pouvais donc ramener les deux lectures relatives à la raie D, précédant et suivant un pointé de raie, à ce qu'elles auraient été à la température de ce dernier pointé. J'obtiens ainsi la distance angulaire des déviations minima de la raie D et d'une autre raie; cette distance se montre constante dans un intervalle de température de quelques degrés. Dans ce prisme de 90°, la dispersion est assez forte pour qu'avec une fente très fine on puisse apercevoir les deux raies D; les mesures se rapportent au milieu de leur intervalle.

Admettant alors pour la raie D la valeur moyenne à 20° des mesures directes 1,33292, et pour angle du prisme 90° 0' 17", je calcule les déviations minima et les indices pour les différentes raies. Ces indices se représentent très bien par la formule de Briot

$$n = A + \frac{B}{\lambda^2} + \frac{C}{\lambda^4} - D\lambda^2,$$

avec les valeurs

$$A = 1,327715,$$

$$\log B = \bar{3},35919,$$

$$\log C = \bar{5},65677,$$

$$\log D = \bar{3},70452,$$

$\lambda$  étant exprimé en millièmes de millimètre.

RAIES.	LONGUEUR d'onde.	DISTANCE angulaire à D	DÉVIATION minima.	INDICE A 20°		DIFFÉRENCE O. — C.
				observé.	calculé.	
a.....	<sup>μ</sup> 0,7185	0.46. 5	50.11.52	1,32972	1,32970	+0,00002
B.....	6867	—0.36.41	50.21.16	1,33038	1,33038	0
Li.....	6705	—0.31.37	50.26.20	1,33073	1,33075	—0,00002
C.....	6562	—0.26.27	50.31.30	1,33109	1,33109	0
D (1).....	5892	"	50.57.57	1,33292	1,33292	0
Th.....	5349	0.27.50	51.25.47	1,33482	1,33481	—0,00001
E.....	5269	0.32.15	51.30.12	1,33512	1,33513	—0,00001
b <sub>1</sub> (2).....	5183	0.37.47	51.35.44	1,33549	1,33549	0
F.....	4861	1. 0.15	51.58.12	1,33701	1,33701	0
F (3).....	4384	1.43.45	52.41.32	1,33989	1,33987	+0,00002
H <sub>γ</sub> .....	4340	1.47.32,5	52.45.29,5	1,34015	1,34018	—0,00003
H <sub>γ</sub> (4).....	4325	1.49.45	52.47.42	1,34029	1,34029	0
H <sub>γ</sub> (5).....	4271	1.55.47	52.53.44	1,34069	1,34069	0
h.....	4101	2.17.12	53.15. 9	1,34208	1,34206	+0,00002

(1) Milieu de l'intervalle des raies D.  
(2) La moins réfrangible du groupe b.  
(3) Raie 37 de Van der Willigen.  
(4) Raie 39 de Van der Willigen.  
(5) Raie 41 de Van der Willigen.

Van der Willigen (1) et, après lui, M. Damien (2) présentent, sous une forme dubitative il est vrai, cette opinion que des échantillons d'eau, en apparence chimiquement pure, pourraient avoir des indices différents. Malgré ce qu'une semblable affirmation présente *a priori* d'improbable, j'ai voulu la soumettre à un contrôle direct. Pour cela, le prisme de 90° était placé dans la position de déviation minima sur un support horizontal, et l'image dédoublée de la raie D observée au théodolite. Sans rien déranger dans l'appareil, on pouvait, avec une pipette, enlever l'eau de la cuve et la remplacer par d'autre.

Il ressort des expériences que la différence d'indice entre des eaux distillées d'origine diverse est inappréciable, qu'elles soient

(1) *Archives du Musée Teyler*, t. I, p. 235.

(2) *Annales de l'École Normale supérieure*, 2<sup>e</sup> série, t. X, p. 273.

ou non aérées. Ce n'est que lorsque les gaz dissous atteignent une proportion anormale, comme dans l'eau saturée d'acide carbonique, qu'on voit nettement un abaissement de l'indice. Les eaux potables ne présentent avec l'eau distillée qu'une différence très faible, trop grande cependant pour être négligée dans des recherches de précision. Ces divers résultats sont bien d'accord avec ce qu'on pouvait prévoir, d'après la proportion des substances gazeuses ou solides contenues dans ces eaux.

*B. Variation d'indice.* — Je me suis borné, dans tout ce qui suit, à déterminer la variation d'indice pour la raie D du sodium.

J'ai employé deux méthodes différentes, s'appliquant chacune à deux séries d'expériences.

D'abord, le prisme de  $90^\circ$ , disposé sur une plate-forme horizontale, et recevant le faisceau parallèle émané d'un collimateur, est placé à une certaine température dans la position de déviation minima. L'image est observée au théodolite. Cela fait, sans toucher au prisme, on remplace par de l'eau chaude l'eau froide qu'il contenait, et l'on observe la position de l'image à différentes températures. Pour cela, on fait un pointé, aussitôt on observe le thermomètre, puis on relève sur le cercle divisé la position de la lunette. L'expérience donne donc la distance angulaire, en fonction de la température, du rayon dévié et de celui qui correspond à la déviation minima à une température connue.

Dans un second procédé, on utilise le prisme de  $45^\circ$  environ, formé par une des faces de la cuve cubique et la lame diagonale qui la partage, et on le place de manière que la face d'entrée soit normale au faisceau incident. On note encore la température et la position correspondante du faisceau réfracté.

Dans la première série d'expériences, soient

A l'angle du prisme ;

D la déviation minima à une température  $\theta$  ;

$i$  l'angle d'incidence ;

N l'indice à cette température ;

D —  $\delta$  la déviation à une température  $t$ .

L'angle d'incidence reste égal à  $i$ , l'angle d'émergence devient  $i - \delta$  ; les angles intérieurs qui, dans la position de déviation mi-

nima, sont égaux entre eux et à  $\frac{A}{2}$ , deviennent respectivement, par suite du changement d'indice,  $\frac{A}{2} + \varepsilon$  et  $\frac{A}{2} - \varepsilon$ . On a donc, pour l'indice à la température  $t$ ,

$$(1) \quad n = \frac{\sin i}{\sin\left(\frac{A}{2} + \varepsilon\right)} = \frac{\sin(i - \delta)}{\sin\left(\frac{A}{2} - \varepsilon\right)}$$

et, en éliminant  $\varepsilon$ ,

$$(2) \quad n^2 \sin^2 A = \sin^2 i + \sin^2(i - \delta) + 2 \sin i \sin(i - \delta) \cos A.$$

L'angle  $\delta$ , dans mes expériences, n'atteignait pas  $1^\circ$ ; on peut développer  $\sin \delta$  et  $\cos \delta$  en série, et se borner aux termes du second degré; il vient

$$(3) \quad n^2 \sin^2 \frac{A}{2} = \sin^2 i - \sin i \cos i \delta + \frac{\cos^2 i - 2 \sin^2 i \cos^2 \frac{A}{2}}{4 \cos^2 \frac{A}{2}} \delta^2$$

et, en extrayant la racine carrée approchée,

$$(4) \quad n \sin \frac{A}{2} = \sin i - \frac{\cos i}{2} \delta + \frac{\cos^2 i - \cos^2 \frac{A}{2} (1 + \sin^2 i)}{8 \sin i \cos^2 \frac{A}{2}} \delta^2.$$

En différentiant par rapport à  $t$ , on a

$$(5) \quad \frac{dn}{dt} = \frac{\cos i}{2 \sin \frac{A}{2}} \frac{d\delta}{dt} + \frac{\cos^2 i - \cos^2 \frac{A}{2} (1 + \sin^2 i)}{4 \sin i \cos^2 \frac{A}{2} \sin \frac{A}{2}} \delta \frac{d\delta}{dt}.$$

Si l'on tient compte de la relation

$$N = \frac{\sin \frac{D + A}{2}}{\sin \frac{A}{2}},$$

le coefficient du premier terme peut s'écrire

$$\frac{N \cos \frac{D}{2} - 1}{2 \sin \frac{D}{2}}.$$

Quant au terme en  $\delta \frac{d\delta}{dt}$ , qui est petit par rapport à l'autre, on peut y faire  $A = 90^\circ$ , et l'équation (5) prend la forme

$$(6) \quad \frac{dn}{dt} = - \frac{N \cos \frac{D}{2} - 1}{2 \sin \frac{D}{2}} \frac{d\delta}{dt} - \frac{3N^2 - 2}{4N} \delta \frac{d\delta}{dt}.$$

On peut, sans erreur sensible, dans des expériences où la température de déviation minima est voisine de  $20^\circ$ , la supposer égale à  $20^\circ$ , puisqu'au voisinage de la position de déviation minima, une petite variation dans la position du prisme ne produit pas de variation sensible dans l'angle de déviation minima. Toutes les expériences concourront donc ensemble au calcul de  $\frac{dn}{dt}$  par l'équation (6).

On a, dans ce second cas, en employant les mêmes notations que précédemment et en négligeant encore les puissances de  $\delta$  supérieures à la seconde

$$(1) \quad n = \frac{\sin(D+A-\delta)}{\sin A},$$

$$(2) \quad n = - \frac{\cos(D+A)}{\sin A} \delta + \frac{\sin(D+A)}{\sin A} \left(1 - \frac{\delta^2}{2}\right),$$

$$(3) \quad \frac{dn}{dt} = - \frac{\cos(D+A)}{\sin A} \frac{d\delta}{dt} - \frac{\sin(D+A)}{\sin A} \delta \frac{d\delta}{dt}.$$

En tenant compte de la relation  $n = \frac{\sin(D-A)}{\sin A}$ , on a

$$(4) \quad \frac{dn}{dt} = - \frac{N \cos D - 1}{\sin D} \frac{d\delta}{dt} - N \delta \frac{d\delta}{dt}.$$

Le résultat des expériences est donné plus loin, dans le Tableau (p. 402). On voit que la concordance entre les deux séries est très satisfaisante.

Quand on produit les franges de Talbot à l'aide d'une lame à faces parallèles, plongée dans un liquide, on constate un déplacement assez rapide lorsque la température du liquide et de la lame varie. On peut déduire de ce déplacement la dérivée par rapport à la température de la différence des indices de la lame et du liquide. Le phénomène le plus facile à observer est la variation

d'aspect de la raie fournie par une lumière monochromatique, que l'on observe en même temps que le spectre à bandes. A l'aide d'un thermomètre plongeant dans le liquide, très près de la lame, on observe les températures qui correspondent au passage d'une frange entière, c'est-à-dire au retour du même aspect des raies D. Le résultat brut de l'expérience est donc qu'il passe une frange entre  $t'$  et  $t^o$  à la température moyenne  $\frac{t'+t}{2}$ . Ces déterminations, que j'ai cherché dans chaque cas à rendre aussi nombreuses que possible, permettent de construire une courbe dont les abscisses sont les températures moyennes  $\frac{t'+t}{2}$  et les ordonnées, les différences de température ( $t' - t$ ) qui correspondent au passage d'une frange, c'est-à-dire à une augmentation de retard de  $\lambda$ . J'appellerai  $x$  et  $y$  les coordonnées de la courbe.

Soient S et L les indices du solide et du liquide,  $e$  l'épaisseur de la lame solide,  $\mu$  son coefficient de dilatation à la température moyenne  $x = \frac{t'+t}{2}$ ; on a, pour exprimer le retard, les deux équations

$$e(S - L) = k\lambda, \quad e[1 + \mu(t' - t)][S - L + \Delta(S - L)] = (k + 1)\lambda;$$

d'où, en éliminant  $k$ ,

$$(1) \quad e\mu(t' - t)(S - L) + e[1 + \mu(t' - t)]\Delta(S - L) = \lambda.$$

On peut toujours, pour un intervalle de quelques degrés, poser

$$(2) \quad S - L = (S_0 - L_0) + \alpha t + \beta t^2 + \gamma t^3,$$

$$(3) \quad \Delta(S - L) = \alpha(t' - t) + \beta(t'^2 - t^2) + \gamma(t'^3 - t^3).$$

En remarquant que les termes en  $\mu\beta$  sont négligeables, on tire de ces trois équations

$$(4) \quad \begin{cases} e\mu(t' - t)(S_0 - L_0 + \alpha t) \\ + e[1 + \mu(t' - t)][\alpha + \beta(t' + t) + \gamma(t'^2 + t't + t^2)] = \lambda. \end{cases}$$

Je remplace  $t'$  et  $t$  par leurs valeurs tirées de

$$x = \frac{t'+t}{2}, \quad y = t' - t,$$

et il vient

$$(5) \quad \begin{cases} \mu x \left( x - \frac{\gamma}{2} \right) \\ + (1 + \mu\gamma) \left[ x + 2\beta x - \gamma \left( 3x^2 + \frac{\gamma^2}{4} \right) \right] \end{cases} = \frac{\lambda}{e\gamma} - \mu(S_0 - L_0).$$

Comme, d'autre part, d'après l'équation (2), on a pour la température moyenne  $x$

$$\frac{d(S - L)}{dt} = \alpha + 2\beta x + 3\gamma x^2,$$

on peut, en tenant toujours compte de ce que les termes en  $\mu\beta$  et *a fortiori* en  $\mu\gamma$  sont négligeables, écrire l'équation (5) sous la forme

$$(6) \quad \left[ 1 + \mu \left( x + \frac{\gamma}{2} \right) \right] \frac{d(S - L)}{dt} + \frac{\gamma\gamma^2}{4} = \frac{\lambda}{e\gamma} - \mu(S_0 - L_0).$$

C'est dans cette équation qu'on portera les valeurs de  $x$  et de  $\gamma$  obtenues par la courbe, pour des valeurs de  $x$  distantes de  $1^\circ$ .

Les épaisseurs  $e$  de mes plaques ont été mesurées à l'aide d'un instrument appartenant au Bureau international des Poids et mesures, et que M. R. Benoît a décrit (1). C'est un *examineur de niveau*, construit par M. Brauer à Saint-Petersbourg et qui peut fonctionner comme sphéromètre.

Dans une première série d'expériences, j'ai observé les franges de Talbot produites par une lame de quartz plongée dans l'eau.

La lame de quartz qui m'a servi a une épaisseur de  $1^{\text{mm}}, 3958$ ; elle est exactement parallèle à l'axe optique. Elle était maintenue verticalement dans une cuve remplie d'eau; c'est la cuve qui m'a servi de prisme dans mes expériences sur l'indice de l'eau. Les faces, un peu prismatiques, sont bien planes et permettent, avec une lame cristalline bien taillée, la production de franges très nettes. J'ai opéré avec une forte dispersion; je n'avais pas moins de cinq prismes de flint de  $60^\circ$ ; en effet, les franges sont très serrées, la distance de deux franges étant exactement le double de celle des deux raies D.

---

(1) R. BENOÎT, *Étude sur l'appareil de M. Fizeau pour la mesure des dilatations* (Travaux et Mémoires du Bureau international des Poids et Mesures, t. I, 1<sup>re</sup> Partie, p. C.32).

Le thermomètre employé dans ces expériences était un thermomètre ayant appartenu à Despretz, divisé en  $\frac{1}{3}$  de degré, de  $-20$  à  $+65$ , que j'avais comparé avec soin aux thermomètres étalons du Bureau international des Poids et Mesures; le réservoir était placé tout contre le quartz et la tige protégée par un manchon où passait un courant continu de l'eau de la ville.

J'ai observé 180 passages de franges entre  $50^{\circ}$  et des températures voisines de  $0^{\circ}$ . Ces déterminations m'ont servi à construire la courbe qui donne la différence de température pour le passage d'une frange entre  $50^{\circ}$  et  $9^{\circ}$ , en fonction de la température moyenne du passage. L'échelle adoptée était  $0^{\text{m}},02$  par degré pour les abscisses et  $0^{\text{m}},20$  par degré pour les ordonnées. Sauf pour les points qui répondent aux températures les plus élevées, il n'y a nulle part d'incertitude sur le tracé de la courbe moyenne pouvant amener une erreur de  $\frac{1}{100}$  de degré. On relève alors les valeurs des ordonnées pour des abscisses distantes de  $1^{\circ}$ .

J'ai répété ces expériences avec une lame de crown (verre de Saint-Gobain). La lame qui m'a servi a une épaisseur de  $1^{\text{mm}},2649$ . J'ai cherché à en déterminer l'indice en formant avec deux lames semblables un compensateur Jamin, et en cherchant l'angle dont il faut faire tourner le système pour obtenir, avec les miroirs de M. Jamin, un déplacement d'une frange; l'angle des lames entre elles étant déterminé au goniomètre, on peut de cette observation déduire l'indice. J'ai trouvé ainsi  $1,520$  pour la raie D. L'indice du verre de Saint-Gobain, mesuré par M. Baille, serait  $1,528$  <sup>(1)</sup>; M. Fizeau <sup>(2)</sup> donne pour deux verres de la même origine  $1,5033$  et  $1,528$ . Étant donné que le terme où entre l'indice est petit, on peut sans erreur sensible prendre pour différence à zéro des indices du crown et de l'eau  $0,19 = 1,524 - 1,334$ .

Quant au coefficient de dilatation, j'admets la valeur donnée par M. Fizeau dans l'*Annuaire du Bureau des Longitudes*,

$$\mu = 0,00000714 + 0,000000158 t.$$

Cette formule conduit, pour le coefficient moyen de dilatation

<sup>(1)</sup> *Annuaire du Bureau des Longitudes*.

<sup>(2)</sup> *Ann. de Chimie et de Physique*, 3<sup>e</sup> série, t. LXVI, p. 418 et 451.

entre 0° et 100°, à la valeur 0,0000793; Laplace et Lavoisier ont donné 0,0000891; Dulong 0,0000861.

On peut admettre, d'après toutes les expériences antérieures, que l'indice du crown, au moins pour la raie D, varie très peu et considérer, dès lors, les expériences portant sur le crown comme donnant, au signe près, la dérivée de l'indice de l'eau.

Le Tableau suivant (p. 402 et 403) renferme non seulement mes propres résultats, mais les valeurs de  $\frac{dn}{dt}$  qu'on déduit des expériences précédentes. Quelques-uns des savants qui ont étudié cette question, M. Jamin et, plus tard, MM. Lorentz et Prytz, ont donné des formules pour représenter  $n$  en fonction de la température; il m'a suffi, dès lors, de différentier ces formules. Les autres, Dale et Gladstone, MM. Fouqué, Rühlmann, Van der Willigen, etc., donnent seulement des valeurs de l'indice à diverses températures: c'est alors par des constructions graphiques, aussi soignées que possible, que je suis arrivé aux valeurs de  $\frac{dn}{dt}$ .

Dans ce Tableau se trouvent, dans les dernières colonnes, les résultats donnés par une courbe du troisième degré, calculée par la méthode de Cauchy et leurs différences avec l'expérience (1).

L'équation qui donne  $\frac{dn}{dt}$  est

$$\frac{dn}{dt} = -10^{-7} (125,46 + 41,285t - 0,01304t^2 - 0,00460t^3).$$

(1) Voici l'indication bibliographique des Mémoires dont on a fait usage pour dresser ce Tableau :

JAMIN, *Sur la vitesse de la lumière dans l'eau à diverses températures* (*Comptes rendus*, t. XLIII, p. 1191 à 1194; 1856).

DALE ET GLADSTONE, *Philosophical Transactions* for 1858, p. 887.

MÜTTRICH, *Pogg. Ann.*, t. CXXI, p. 398-431; 1864.

FOUQUÉ, *Mémoire sur les relations qui existent entre le pouvoir réfringent, la densité et le titre des dissolutions salines* (*Annales de l'observatoire de Paris*, t. IX, 1867).

RÜHLMANN, *Untersuchung über die Aenderung der Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes im Wasser durch die Wärme* (*Pogg. Ann.*, t. CXXXII, p. 1-29 et 177-203; 1867).

VAN DER WILLIGEN, *Archives du Musée Teyler*, t. II, p. 201.

LORENTZ, *Ueber die Refractionconstante* (*Wied. Ann.*, n. F., t. XI, p. 70, 1880), et PRYTZ, *Experimentelle Untersuchungen über die Refractionconstantes* (*Wied. Ann.*, n. F., t. XI, p. 104; 1880).

DAMIEN, *Recherches sur le pouvoir réfringent des liquides* (*Annales scientifi. de l'École Norm. sup.*, 2<sup>e</sup> série, t. X, p. 223; 1881).

λ.	JAMIN.	DALE et GLADSTONE.	MÜTTRICH.	FOUQUÉ.	RÜHLMANN.	VAN DER WILLIGEN.	LORENTZ et PRYTZ.	DAMIEN.	DUFET				MOYENNE.	CALCUL.	DIFFÉRENCE O - C.	
									Pr. de 90°.	Pr. de 45°.	E. et Quartz.	E. et Crown.				
0	-(10 <sup>-7</sup> )	-(10 <sup>-7</sup> )	-(10 <sup>-7</sup> )	-(10 <sup>-7</sup> )	-(10 <sup>-7</sup> )	-(10 <sup>-7</sup> )	-(10 <sup>-7</sup> )	-(10 <sup>-7</sup> )	-(10 <sup>-7</sup> )	-(10 <sup>-7</sup> )	-(10 <sup>-7</sup> )	-(10 <sup>-7</sup> )	-(10 <sup>-7</sup> )	-(10 <sup>-7</sup> )	-(10 <sup>-7</sup> )	-(10 <sup>-7</sup> )
50	»	1682	1710	1704	1572	»	»	»	»	1591	1563	»	1577	1582	»	- 5
49	»	1665	»	1684	1562	»	»	»	»	1578	1561	»	»	1576	»	»
48	»	1646	»	1664	1552	»	»	»	»	1565	1557	»	1561	1568	»	- 7
47	»	1628	»	1644	1541	»	»	»	»	1552	1553	»	»	1559	»	»
46	»	1609	»	1625	1530	»	»	»	»	1538	1548	»	1543	1549	»	- 6
45	»	1589	1580	1607	1518	»	»	»	1535	1523	1540	1582	»	1538	»	»
44	»	1569	»	1588	1505	»	»	»	1518	1508	1531	1563	1530	1525	»	+ 5
43	»	1549	»	1570	1490	»	»	»	1501	1490	1520	1543	»	1511	»	»
42	»	1529	»	1549	1472	»	»	»	1483	1472	1508	1523	1496,5	1496	»	+ 0,5
41	»	1507	»	1528	1454	»	»	»	1465	1457	1494	1503	»	1479	»	»
40	»	1484	1460	1507	1437	»	»	»	1448	1441	1478	1483	1462,5	1462	»	- 0,5
39	»	1461	»	1487	1418	»	»	»	1429	1421	1460	1461	»	1443	»	»
38	»	1434	»	1466	1399	»	»	»	1410	1406	1411	1439	1424	1423	»	+ 1
37	»	1408	»	1445	1380	»	»	»	1389	1389	1420	1416	»	1402	»	»
36	»	1382	»	1424	1360	»	»	»	1367	1369	1397	1380	1382	1380	»	+ 2
35	»	1358	1350	1404	1340	»	»	»	1345	1347	1373	1369	»	1357	»	»
34	»	1333	»	1384	1320	»	»	»	1324	1322	1347	1343	1334	1333	»	+ 1
33	»	1305	»	1357	1300	1326	»	»	1302	1300	1321	1316	»	1308	»	»
32	»	1280	»	1329	1275	1301	»	»	1280	1271	1294	1288	1283	1282	»	+ 1
31	»	1255	»	1299	1249	1274	»	»	1255	1242	1266	1256	»	1256	»	»
30	1283	1231	1220	1268	1220	1243	1105	»	1229	1211	1237	1227	1226	1228	»	- 2
29	1244	1204	»	1236	1190	1210	1087	»	1203	1180	1208	1197	»	1200	»	»
28	1206	1177	»	1202	1153	1173	1067	»	1176	1148	1178	1166	1167	1170	»	- 3
27	1167	1149	»	1165	1115	1135	1045	»	1149	1118	1149	1137	»	1140	»	»
26	1129	1120	»	1126	1078	1096	1024	»	1121	1086	1119	1108	1108,5	1109	»	- 0,5
25	1090	1089	1080	1092	1039	1056	1001	»	1092	1053	1089	1077	»	1078	»	»
24	1052	1058	»	1059	1009	1026	976	»	1061	1020	1060	1046	1047	1045	»	+ 2
23	1013	1026	»	1026	950	980	950	»	1027	985	1031	1014	»	1012	»	»
22	975	993	»	992	920	943	923	»	992	951	1000	981	981	978	»	+ 3
21	936	959	»	957	880	901	894	»	954	918	968	947	»	944	»	»
20	897	923	890	920	840	853	864	1100	914	885	934	912	910	909	»	+ 1
19	859	887	»	883	800	797	833	»	872	847	898	874	»	874	»	»
18	820	855	»	843	760	730	801	»	827	813	858	837	834	838	»	- 4
17	782	811	»	811	720	654	767	»	»	»	817	802	»	801	»	»
16	743	777	»	757	680	»	732	»	»	»	775	768	771,5	764	»	+ 7,5
15	704	739	670	712	640	»	696	854	»	»	732	735	»	726	»	»
14	666	704	»	668	600	»	659	»	»	»	689	699	694	688	»	+ 6
13	627	667	»	627	560	»	620	»	»	»	647	»	»	650	»	»
12	589	631	»	585	520	»	580	»	»	»	604	»	604	611	»	- 7
11	550	594	»	545	480	»	538	»	»	»	561	»	»	572	»	»
10	512	555	»	508	440	»	496	602	»	»	515	»	515	532	»	- 17
9	473	514	»	470	400	»	452	»	557	»	462	»	»	493	»	»
8	434	473	»	432	357	»	407	»	508	»	»	»	»	453	»	»
7	395	431	»	393	315	»	360	»	460	»	»	»	»	412	»	»
6	357	388	»	352	273	»	313	»	409	»	»	»	»	372	»	»
5	319	345	»	312	228	»	264	»	359	»	»	»	»	331	»	»
4	280	295	»	272	182	»	213	»	302	»	»	»	»	290	»	»
3	241	244	»	230	140	»	162	»	248	»	»	»	»	240	»	»
2	203	192	»	188	100	»	109	»	199	»	»	»	»	208	»	»
1	164	141	»	144	58	»	53	»	160	»	»	»	»	167	»	»
0	126	89	»	100	15	»	0	110	»	»	»	»	»	125	»	»

On voit, par le Tableau précédent, que mes expériences sont, d'une manière générale, d'accord avec celles de Dale et Gladstone. Aux températures basses, jusque vers 30° environ, il y a un accord remarquable avec les expériences de M. Jamin et celles de M. Fouqué. Les nombres de Lorentz et Prytz sont très voisins des précédents. Ceux de Rühlmann sont plus faibles.

Au contraire, au-dessus de 30° je me retrouve d'accord avec les nombres de Rühlmann. Ceux de M. Fouqué sont plus élevés. La raison de ce désaccord se voit bien en construisant jusqu'à 100° les courbes qui représentent les expériences de M. Fouqué et celles de M. Rühlmann. La dernière est quelque peu irrégulière aux températures basses; à partir de 40° environ, la courbe affecte une forme presque rectiligne, ce qui conduit à des valeurs presque constantes pour  $\frac{dn}{dt}$ . Dans les expériences de M. Fouqué, la courbe présente vers 70° une légère concavité en sens inverse de la courbure générale, de sorte que  $\frac{dn}{dt}$  passerait par un maximum en valeur absolue.

De la valeur que j'ai tirée de mes expériences pour  $\frac{dn}{dt}$ , on tire en intégrant

$$n = n_0 - 10^{-7} (125,5 t + 20,642 t^2 - 0,00435 t^3 - 0,00115 t^4).$$

Je détermine la constante  $n_0$  par la condition que l'indice à 20° soit égal à 1,33292. On trouve ainsi pour l'indice à différentes températures :

$t$ .	$n$ .
50 <sup>0</sup> .....	1,32896
45 .....	1,32974
40 .....	1,33049
35 .....	1,33120
30 .....	1,33185
25 .....	1,33242
20 .....	1,33292
15 .....	1,33333
10 .....	1,33364
5 .....	1,33386
0 .....	1,33397

Ces valeurs s'accordent bien avec les mesures directes; on a :

	$n_{20} - n_{20}$
Calcul.....	0,00396
Rühlmann.....	0,00396
Fouqué.....	0,00391
Dale et Gladstone.....	0,00400
	$n_{10} - n_{20}$
Calcul.....	0,00179
Jamin.....	0,00179
Lorentz et Prytz.....	0,00169

### III. — Variation d'indice de la fluorine et du béryl.

Les détails dans lesquels je viens d'entrer me permettront d'être plus bref pour les recherches qui suivent.

La méthode employée pour la fluorine et le béryl est à peu près identiquement la même que pour le quartz.

La plaque de fluorine que j'ai employée a une épaisseur de  $2^{\text{mm}},9717$ . J'ai pris comme coefficient de dilatation le nombre donné par M. Fizeau dans l'*Annuaire du Bureau des Longitudes*. En appelant  $\mu$  le coefficient vrai de dilatation à  $t^{\circ}$ , on a

$$\mu = 0,00001796 + 0,0000000288t.$$

Quant à l'indice, il est très suffisant de prendre  $S_0 = 1,434$ , qui est sensiblement la moyenne des expériences faites jusqu'à ce jour.

La valeur absolue de  $\frac{d(S-L)}{dt}$  est moindre que la dérivée de l'indice de l'eau, ce qui montre que l'indice de la fluorine diminue par un accroissement de température. Le Tableau suivant donne la dérivée de la différence d'indice de la fluorine et de l'eau (I), la dérivée de l'indice de l'eau (II) et la différence entre les nombres de ces deux colonnes (III) :

<i>t.</i>	I. $\frac{d(S - L)}{dt}$	II. $\frac{dL}{dt}$	III. $\frac{dS}{dt}$
0	+ <sup>(10<sup>-7</sup>)</sup>	- <sup>(10<sup>-7</sup>)</sup>	- <sup>(10<sup>-7</sup>)</sup>
37	1295	1402	107
36	1261	1380	119
35	1230	1357	127
34	1200	1333	133
33	1171	1308	137
32	1143	1282	139
31	1117	1256	139
30	1090	1228	138
29	1064	1200	136
28	1039	1170	131
27	1014	1140	126
26	985	1109	124
25	953	1078	125
24	917	1045	128
23	877	1012	135
22	836	978	142
21	797	944	147
20	759	909	150
19	724	874	140
18	690	838	148
17	656	801	145

Les nombres de la colonne III, entachés des erreurs inévitables d'expérience, surtout pour les températures extrêmes, ne montrent pas d'accroissement sensible ni de diminution de la dérivée de l'indice de la fluorine avec la température. On doit donc admettre que, dans les limites de température où j'ai fait mes expériences, la dérivée de l'indice a la valeur moyenne  $-0,0000134$ .

On aurait donc

$$\frac{dn}{dt} = -0,0000134,$$

$$n = n_0 - 0,0000134t.$$

Ce nombre est presque absolument d'accord avec les résultats des recherches antérieures de M. Fizeau, de M. Baille et de M. Stefan.

Quant au béryl, M. R. Benoît en a déterminé les coefficients de dilatation, qu'il a bien voulu me communiquer. D'après ses re-

cherches encore inédites, les coefficients vrais de dilatation sont :

1° Dans la direction perpendiculaire à l'axe,

$$\mu_1 = 0,000009937 + 0,0000009316 t;$$

2° Dans la direction parallèle à l'axe,

$$\mu_2 = -0,0000013409 + 0,0000000806 t.$$

Ces nombres sont d'ailleurs peu différents de ceux de M. Fizeau :

$$\mu_1 = 0,000000838 + 0,000000133 t, \quad \mu_2 = -0,000001516 + 0,000000114 t.$$

En présence des nombres assez divergents donnés pour l'indice du béryl, divergence qui s'explique d'ailleurs par les irrégularités de structure de la substance, j'ai déterminé l'indice du béryl sur un prisme pris dans le même cristal que les plaques qui m'ont servi pour les variations d'indice.

J'ai trouvé ainsi :

	INDICE	
	ordinaire.	extraordinaire.
Lithium .....	1,58620	1,57910
Sodium (D).....	1,58935	1,58211
Thallium .....	1,59210	1,58485

Ces indices sont notablement plus élevés que ceux des émeraudes étudiées jusqu'à présent (1).

Les expériences faites sur les deux indices montrent que tous deux augmentent par la température, et l'indice ordinaire plus que l'autre; le cristal étant négatif, la double réfraction augmente. J'ai déterminé directement la variation de double réfraction sur une plaque parallèle à l'axe, de 8<sup>mm</sup>,729, par le déplacement des franges de Fizeau et Foucault, en suivant exactement la méthode que j'ai employée pour le quartz (2).

Je trouve ainsi

$$\frac{d(O - E)}{dt} = 0,0000091 - 0,000000026 t.$$

(1) Voir DES CLOIZEAUX, *Manuel de Minéralogie*, t. I, p. 363.

(2) *Journal de Physique*, 2<sup>e</sup> série, t. III, p. 251.

On peut alors faire concourir à la détermination de la variation d'indice ordinaire toutes les observations, en calculant pour chaque observation faite sur l'indice extraordinaire le nombre qu'on aurait trouvé pour l'indice ordinaire à la même température moyenne.

On obtient ainsi, avec une plaque de 1<sup>mm</sup>,478 d'épaisseur, au moyen de 57 passages d'une frange pour l'indice ordinaire et 79 pour l'indice extraordinaire, le Tableau suivant :

<i>t.</i>	$\frac{d(O - L)}{dt}$	$\frac{dL}{dt}$	$\frac{dO}{dt}$	ID. CALCULÉ.	DIFFÉRENCE.
48 <sup>0</sup>	<sup>-(10<sup>-7</sup>)</sup> 1890	<sup>-(10<sup>-7</sup>)</sup> 1568	<sup>+(10<sup>-7</sup>)</sup> 322	<sup>+(10<sup>-7</sup>)</sup> 323	<sup>+(10<sup>-7</sup>)</sup> -1
47	1867	1559	308	308	0
46	1843	1549	294	292	+2
45	1818	1538	280	278	+2
44	1791	1525	266	264	+2
43	1764	1511	253	250	+3
42	1736	1496	240	238	+2
41	1707	1479	228	225	+3
40	1677	1462	215	213	+2
39	1645	1443	202	202	0
38	1614	1423	191	191	0
37	1582	1402	180	181	-1
36	1549	1380	169	172	-3
35	1516	1357	159	163	-4
34	1483	1333	150	154	-4
33	1450	1308	142	146	-4
32	1416	1282	134	139	-5
31	1383	1256	127	132	-5
30	1351	1228	123	125	-2
29	1318	1200	118	120	-2
28	1285	1170	115	115	0
27	1252	1140	112	110	+2
26	1218	1109	109	105	+4
25	1183	1078	105	102	+3
24	1147	1045	102	99	+3
23	1111	1012	99	96	+3
22	1074	978	96	94	+2
21	1038	944	94	93	+1
20	1000	909	91	92	-1
19	963	874	89	92	-3
18	922	838	84	"	"
17	876	801	75	"	"

La formule qui donne les valeurs calculées du Tableau ci-dessus

est

$$\frac{dO}{dt} = 10^{-7}(189,4 - 10,34t + 0,2735t^2).$$

On aurait par conséquent, d'après la formule qui donne  $\frac{d(O - E)}{dt}$ ,

$$\frac{dE}{dt} = 10^{-7}(180,3 - 10,314t + 0,2735t^2).$$

Je donne d'ailleurs ces formules comme purement empiriques et ne se prêtant d'aucune manière à l'extrapolation. Je crois pourtant pouvoir faire remarquer que le béryl, exceptionnel au point de vue optique parmi les corps solides, l'est aussi par ses deux coefficients de dilatation, de signes contraires, presque égaux en valeur absolue, et variant rapidement avec la température.

#### IV. — Variation d'indice de quelques liquides.

A. *Sulfure de carbone.* — Le sulfure de carbone que j'ai étudié était parfaitement pur, d'une odeur franche de chloroforme. Sa densité à zéro est 1,29245.

J'ai déterminé à l'aide de la lumière solaire, d'un tube de Geissler à hydrogène, et des flammes du sodium, du thallium et du lithium, les indices du sulfure de carbone pour un grand nombre de raies. Le prisme qui a servi à ces déterminations a un angle de 60°4'30". Les lames qui le forment ont été choisies au milieu d'un grand nombre de lames et ne présentent pas de déviation propre appréciable. Un thermomètre fixé à demeure dans le prisme permettait d'apprécier la température du liquide à 0°,01 près.

J'ai mesuré d'abord la déviation pour la raie F, en notant la température. Par exemple, une série de dix-sept déterminations m'a donné, pour des températures variant entre 26°,08 et 25°,84, des déviations minima variant entre 50°59'30" et 51°1'13". Comme la déviation varie sensiblement d'une façon proportionnelle à la température, au moins dans un intervalle aussi petit, j'ai pu prendre dans chaque série la moyenne des températures et celle des déviations.

J'ai obtenu ainsi, pour les déviations et pour les indices :

$t.$	D.	$n_F$
$25,995^{\circ}$	$51^{\circ} 0' 9,7''$	1,647154
21,351	$51.24.30,2$	1,651168
19,043	$51.36.47,0$	1,653157

Bien que les températures extrêmes soient peu éloignées l'une de l'autre, je crois les observations assez précises pour qu'on puisse en tirer quelques renseignements sur la variation d'indice, et trouver l'indice aux températures comprises entre  $26^{\circ}$  et  $19^{\circ}$ . On trouve ainsi, en représentant l'indice par

$$n = 1,669602 - 0,0008635 t,$$

les valeurs suivantes :

$t.$	OBSERVÉ.	CALCULÉ.	DIFFÉRENCE.
$25,995^{\circ}$	1,647154	1,647155	-0,000001
21,351	1,651168	1,651166	+ 2
19,043	1,653157	1,653158	- 1

On déduit facilement des expériences précédentes que, pour  $1^{\circ}$  d'élevation dans la température, la déviation minima pour la raie F varie, en moyenne, entre  $26^{\circ}$  et  $19^{\circ}$ , de  $316''$ . Voici dès lors comment j'ai opéré. J'ai relevé pour chaque raie du spectre sa distance angulaire à la raie F, les raies étant à la déviation minima. Chaque lecture relative à une raie se trouve encadrée entre deux lectures de F qu'on ramène, à l'aide de la correction précédemment indiquée, à la température où a été fait le pointé de la raie ; on prend pour F la moyenne des valeurs très voisines obtenues ainsi.

Les observations ont été répétées un certain nombre de fois pour les principales raies du spectre solaire, et les sources artificielles que j'ai citées. Ici l'on voit nettement la diminution de la dispersion

par une variation de température. La diminution de la distance d'une raie à la raie F pour 1° a été obtenue graphiquement pour les raies du spectre B, C, D,  $b_1$ ,  $g$ ,  $h$ , les raies du lithium et du thallium. Ces résultats m'ont servi à construire une courbe ayant pour abscisses  $\frac{1}{\lambda^2}$ , d'où je tire par interpolation la variation de distance pour les raies dont les lectures ont été moins nombreuses. Ceci me permet dès lors de faire servir toutes les observations d'une raie à la détermination de sa distance à la raie F pour deux températures données et, par conséquent, d'obtenir, au moyen des indices pour F donnés précédemment, les indices pour les différentes raies du spectre à ces deux températures.

Le Tableau qui suit résume les expériences et donne en même temps que les indices à 19° et à 25° leur variation moyenne pour 1° dans cet intervalle de température :

ANGLE DU PRISME :  $60^{\circ} 1' 30''$   
 $n_F = 1,653196$  [à  $19^{\circ}$  C.],  $n_F = 1,648015$  à [à  $25^{\circ}$  C.]

RAIE.	LONGUEUR d'onde.	DIMINUTION POUR l'° de la distance à F		DISTANCE A F		DÉVIATION MINIMA		INDICE		VARIATION de l'indice pour l'°.
		observée.	calculée.	à $19^{\circ}$ .	à $25^{\circ}$ .	à $19^{\circ}$ .	à $25^{\circ}$ .	à $19^{\circ}$ .	à $25^{\circ}$ .	
A	0,7601	»	»	4. 20.52,0	4. 16.52,0	47. 16. 11,4	46. 48. 33,8	1,609162	1,604694	-0,0007947
B	0,7185	»	»	4. 1. 32,8	3. 57. 44,8	47. 35. 30,6	47. 7. 41,0	1,612281	1,607996	7985
α	0,6867	39	»	3. 44. 48,9	3. 41. 19,9	47. 52. 14,5	47. 34. 9,9	1,615665	1,610834	8016
Li	0,6705	35	»	3. 34. 44,4	3. 31. 20,4	48. 2. 19,0	47. 34. 5,4	1,617365	1,612537	8047
C	0,6562	31	»	3. 25. 31,6	3. 22. 13,6	48. 11. 31,8	47. 43. 12,2	1,618936	1,614100	8060
α	0,6277	29,5	»	3. 4. 13,6	3. 1. 16,6	48. 32. 49,8	48. 4. 9,2	1,622354	1,617679	8125
D	0,5889	24	»	2. 39. 41,9	2. 37. 17,2	49. 7. 22,2	48. 28. 8,6	1,628388	1,623554	8223
Tl	0,5349	13	»	1. 24. 28,0	1. 23. 9,0	50. 12. 33,4	49. 42. 16,8	1,639793	1,636099	8422
E	0,5266	»	»	1. 13. 10,9	1. 12. 1,9	50. 23. 32,5	49. 53. 23,9	1,641164	1,638334	8460
β <sub>1</sub>	0,5183	10,0	»	0. 59. 36,2	0. 58. 36,2	50. 37. 27,1	50. 6. 49,5	1,643410	1,639957	8582
β <sub>2</sub>	0,4957	9	»	0. 49. 48,6	0. 49. 36,6	51. 17. 14,8	50. 45. 52,2	1,649957	1,648015	8635
F	0,4861	0	»	»	»	56. 37. 3,4	51. 5. 25,8	1,653196	1,651145	8790
» (*)	0,4667	0	»	0. 44. 29,4	0. 43. 35,4	52. 21. 32,8	51. 49. 1,2	1,660418	1,657431	9113
» (*)	0,4384	29	»	2. 5. 45,2	2. 3. 3,2	53. 42. 48,6	53. 8. 29,0	1,673431	1,669663	9117
γ	0,4340	30,5	»	2. 20. 26,6	2. 17. 23,6	53. 57. 30,0	53. 22. 49,4	1,675758	1,670252	9310
δ	0,4226	40	»	3. 2. 38,3	3. 58. 38,3	54. 36. 31,7	54. 4. 4,1	1,682401	1,676797	9333
η	0,4101	50	»	3. 55. 56,5	3. 50. 41,5	55. 32. 59,9	54. 56. 7,3	1,690702	1,684970	9677
» (*)	0,4045	59,5	»	4. 2. 56,3	4. 16. 59,3	55. 50. 59,7	55. 22. 25,1	1,694868	1,689062	9853
H <sub>1</sub>	0,3968	70,0	»	5. 3. 10,8	4. 56. 10,8	59. 40. 14,2	56. 1. 36,6	1,701038	1,692116	

(\*) La plus réfrangible des deux.  
 (†) La moins réfrangible du groupe.  
 (‡) Raie 3r de Van der Willigen.

(4) » 85  
 (5) » 37  
 (6) » 46

Les nombres précédents donnent entre 19° et 25°, c'est-à-dire pour 22° environ, la dérivée par rapport à la température de l'indice relatif du sulfure de carbone et de l'air chaud; pour avoir la dérivée de l'indice dans l'air à température constante, il faut ajouter au nombre déterminé le produit de l'indice du sulfure de carbone par la dérivée de l'indice de l'air. Ce produit est égal à  $-0,0000016$  pour les raies de A à F et à  $-0,0000017$  pour les raies de F à H.

On a par conséquent

RAIES.	$\frac{dn}{dt}$	RAIES.	$\frac{dn}{dt}$
A.....	$-0,0007963$	495,7.....	$-0,0008598$
a.....	7991	F.....	8651
B.....	8032	466,7.....	8807
Li.....	8063	438,4.....	9130
C.....	8076	$\gamma$ .....	9194
$\alpha$ .....	8141	g.....	9357
D.....	8239	h.....	9570
Th.....	8433	404,5.....	9694
E.....	8453	H.....	9870
b.....	8476		

Les valeurs absolues des coefficients ainsi déterminés ne sont pas bien certaines, puisque celui d'entre eux qui sert de base à tout le calcul, la variation pour 1° de l'indice de F, n'a été obtenu qu'à l'aide de trois mesures d'indice, à des températures peu différentes. Mais il est facile de calculer la correction très petite qu'il faudrait apporter à la différence entre  $\frac{dn}{dt}$ , relatif à une raie, et  $\frac{dn_F}{dt}$ , par suite d'une erreur déterminée sur ce dernier nombre.

Il restera, par une méthode plus précise que celle du prisme, à déterminer par une raie la variation d'indice; c'est ce que j'ai fait pour la raie D.

Pour appliquer au sulfure de carbone la méthode que j'ai employée pour l'eau, je l'ai placé dans une petite auge fermée par des glaces à faces parallèles, dans l'intérieur de laquelle se trouve fixée une lame de quartz perpendiculaire à l'axe, et où pénètre le réservoir d'un petit thermomètre divisé en dixièmes de degré.

L'auge remplie de sulfure de carbone est placée au centre de la cuve de glaces qui m'a servi dans mes expériences sur l'eau. En la remplissant d'eau tiède, on voit le thermomètre placé dans le sulfure de carbone monter, passer par un maximum, puis redescendre lentement à cause de la masse d'eau assez considérable que contient la cuve.

On observe alors les déformations des franges de Talbot, produites avec la lumière du sodium. Ici, même avec un intervalle assez faible pour les températures extrêmes, on observe nettement que l'intervalle de température qui correspond au passage d'une frange n'est pas constant, il diminue légèrement quand la température s'élève; la diminution de l'indice pour  $1^\circ$  croît donc avec la température. J'ai observé 67 passages de franges entre  $29^\circ$  et  $20^\circ$ .

J'obtiens ainsi, en appelant  $x$  la température moyenne et en remarquant que  $\frac{dS}{dt}$ , variation d'indice du quartz, est égal à  $-0,0000626$ , les valeurs suivantes :

$x.$	$\frac{d(L-S)}{dt}$	$\frac{dL}{dt}$
$28^0$	$\begin{matrix} (10^{-7}) \\ 8770,8 \end{matrix}$	$\begin{matrix} (10^{-7}) \\ 8833 \end{matrix}$
27	8631,3	8694
26	8508,0	8571
25	8399,9	8463
24	8307,6	8370
23	8231,1	8294
22	8163,2	8226
21	8111,1	8174
20	8069,8	8132

Ces valeurs se laissent convenablement représenter par la formule

$$\frac{dn}{dt} = -0,0006320 - 0,0000870t,$$

ce qui conduit, pour la température de  $22^\circ$ , à  $\frac{dn}{dt} = -0,000824$ , valeur identique à celle trouvée plus haut par la méthode du prisme.

B. *Naphtaline bromée*. — La naphtaline monobromée  $\alpha$  ( $C^{20}H^7Br$ ) est un liquide huileux, incolore quand il est pur, mais se colorant en jaune verdâtre à la lumière; il bout à  $277^\circ$  et présente un indice de réfraction plus élevé que celui du sulfure de carbone; mais sa dispersion est un peu moindre. Sa fixité et son indice élevé le font employer fréquemment aujourd'hui dans les recherches d'optique cristallographique, par exemple pour le réfractomètre à réflexion totale ou la mesure de l'angle des axes optiques.

La naphtaline monobromée que j'ai eue à ma disposition provenait de l'usine de Schuchardt, à Görlitz.

J'en ai pris la densité à différentes températures au moyen d'un flacon dont le coefficient de dilatation avait été préalablement déterminé. J'ai trouvé :

Densité à $0^\circ$ .....	1,55778
» à $20,56$ .....	1,53687
» à $100,15$ .....	1,45498

ce qui conduit, pour la densité à  $t^\circ$ , aux formules

$$D_t = 1,55778 - 0,0010145t - 0,000000119t^2,$$

$$D_t = D_0[1 - 0,00065124t - 0,000000764t^2].$$

J'ai déterminé l'indice pour la raie D. Les mesures se rapportent à la longueur d'onde  $0^{\mu},5892$ , moyenne des deux raies D.

Les indices qu'on en déduit se représentent très exactement par la formule  $n = n_0 - at$  avec

$$n_0 = 1,67169 \quad \text{et} \quad a = 0,0004537.$$

J'ai mesuré les indices pour quelques raies du spectre solaire, en déterminant la différence entre les déviations minima pour une raie et la raie D. Ces mesures se rapportent à la température de  $23^\circ,5$ . Le Tableau suivant donne les indices trouvés par l'expérience et le calcul par la formule de Briot

$$n = A + \frac{B}{\lambda^2} + \frac{C}{\lambda^4} - D\lambda^2,$$

avec

$$A = 1,638015,$$

$$B = 0,005295,$$

$$C = 0,0015565,$$

$$D = 0,01487,$$

les longueurs d'onde étant exprimées en millièmes de millimètre.

RAIES.	LONGUEUR d'onde.	INDICE		DIFFÉRENCE.
		mesuré.	calculé.	
B .....	$\mu$ 0,6867	1,64923	1,64923	0000000
C .....	0,6562	1,65219	1,65230	-0,00011
D .....	0,5892	1,66102	1,66102	0000000
b.....	0,5183	1,67539	1,67530	+0,00009
F.....	0,4861	1,68480	1,68480	0000000
(37) (1).....	0,4384	1,70485	1,70484	+0,00001
(39) (1).....	0,4324	1,70808	1,70808	0000000

(1) D'après Van der Willigen.

Pour étudier la variation de l'indice pour la raie D, j'ai employé exactement la même méthode que pour le sulfure de carbone. Mais ici on trouve que la variation, sensiblement moitié moindre qu'avec ce dernier corps, est à très peu près proportionnelle à la température. On peut alors employer toutes les observations d'une série à la détermination de la variation de température qui produit le passage d'une frange en les traitant par la méthode des moindres carrés.

Quatre séries faites le même jour m'ont donné pour la valeur de la variation de température qui produit le passage d'une frange

$$\left. \begin{array}{l} 0,9385 \\ 0,9400 \\ 0,9398 \\ 0,9310 \end{array} \right\} \text{Valeur moyenne..... } 0,93733$$

Quelques jours après, deux séries très concordantes m'ont donné

$$\left. \begin{array}{l} 0^{\circ},92344 \\ 0^{\circ},92350 \end{array} \right\} \text{Valeur moyenne..... } 0,92347$$

Cette différence me paraît tenir d'une manière non douteuse à l'altération du liquide sous l'influence de la lumière.

Ces deux groupes d'expériences conduisent pour la dérivée de

l'indice, pour la température moyenne 27°, aux valeurs suivantes :

$$\frac{dn}{dt} = \begin{cases} -0,00045748 & (\text{Premier groupe}), \\ -0,00046404 & (\text{Second groupe}). \end{cases}$$

C. *Térébenthène*. — J'ai opéré sur du térébenthène rectifié dont la densité à 0° est 0,8772. Six mois plus tard, le liquide s'était un peu altéré; sa densité était devenue 0,8815.

J'ai obtenu pour les indices les valeurs suivantes :

RAIE.	LONGUEUR d'onde.	INDICE.	n CALCULÉ.	OBSERVÉ. CALCULÉ.
Li.....	$\mu$ 0,6705	1,46850	1,468512	—0,000012
C.....	0,6562	1,46901	1,469014	— 4
(D <sub>1</sub> D <sub>2</sub> ).....	0,5892	1,47193	1,471906	+ 24
Th.....	0,5349	1,47517	1,475166	+ 4
F.....	0,4861	1,47918	1,479185	— 3
$\gamma$ .....	0,4340	1,48525	1,485254	— 4

Les indices calculés l'ont été par la formule de Cauchy à trois termes  $n = A + \frac{B}{\lambda^2} + \frac{C}{\lambda^3}$ , avec

$$A = 1,457684,$$

$$B = 0,0046340,$$

$$C = 0,00010532.$$

Pour mesurer la variation d'indice, je me suis servi d'une cuve cylindrique d'environ 300<sup>cc</sup> de capacité, fermée à ses extrémités par des glaces à faces parallèles. Au milieu était fixée une lame de quartz ou de crown qui sert à la production des franges de Talbot. Les franges passent sur la raie D à des intervalles très sensiblement égaux.

Les expériences montrent nettement que l'essence s'altère avec le temps. Les valeurs de  $\frac{dn}{dt}$  que j'ai trouvées sont comprises entre —0,0004902 et —0,0005126.

Quelques mois plus tard, j'ai repris la même essence qui, pendant ce temps, était restée dans un flacon scellé, et j'ai déterminé

ses variations d'indice pour les raies du sodium, du lithium et du thallium et la raie F de l'hydrogène. On ne pouvait plus ici observer la déformation des franges produites sur une raie à cause de la trop faible intensité de la lumière. J'ai dû alors viser la raie avec la lunette d'un théodolite, et noter, en même temps que la température, la distance des franges à la position occupée par la raie. On ne peut d'ailleurs relever la position de la raie qu'au commencement et à la fin de l'expérience, car, par suite du retard variable causé par la lame, les maxima se déplacent pendant l'expérience. Mais à la fin, en déplaçant légèrement la lame, on s'assure qu'il ne s'est produit aucun dérangement et que la position de la raie est la même.

J'ai trouvé ainsi avec une lame de verre de Saint-Gobain, en admettant que son indice ne varie pas par la température :

Raie.	$\frac{dn}{dt}$ .
Lithium .....	0,0005112
Sodium.....	0,0005113
Thallium .....	0,0005154
Hydr. (F) .....	0,0005137

La dispersion semble donc diminuer avec la température, mais très faiblement.

D. *Alcool*. — J'ai cherché à obtenir de l'alcool aussi exempt d'eau que possible. Pour cela j'ai mis de l'alcool à 90 pour 100 du commerce à digérer pendant plusieurs jours sur de la chaux vive et je l'ai distillé deux fois sur de la chaux vive. Le liquide obtenu ne donnait aucun trouble dans la dissolution d'alcoolate de baryte (1).

Pour déterminer la variation d'indice, j'ai employé le même appareil que pour le térébenthène. J'ai fait trois séries de mesures entre 11° et 21°; il en ressort que, dans cet intervalle de température, la variation d'indice est proportionnelle à la température;  $\gamma$ , différence de température qui produit le passage d'une frange, est constant. On peut alors le calculer au moyen de toutes les observations d'une série par la méthode des moindres carrés.

---

(1) BERTHELOT, *Ann. de Chim. et de Phys.*, 3<sup>e</sup> série, t. XLVI, p. 180.

La valeur moyenne de  $\gamma$  est  $1^{\circ}, 0222$ ; d'où l'on déduit

$$\frac{dn}{dt} = -0,0004179.$$

Je n'ai étudié, dans le cas de l'alcool, que la variation d'indice pour la raie D (<sup>1</sup>).

---