Sur les expériences propres à manifester la rotation de la terre

Ph. Gilbert

SUR LES EXPÉRIENCES PROPRES A MANIFESTER LA ROTATION DE LA TERRE;

PAR M. PH. GILBERT.

Pendant bien des années, la seule preuve mécanique que l'on pût fournir de la rotation de la Terre autour de son axe était la *déviation,* par rapport à la verticale, des corps tombant d'une grande hauteur. Indépendamment des théories analytiques que l'on donne aujourd'hui de ce phénomène, il s'explique par cette simple observation que le corps tombant, par suite de la rotation terrestre, est animé au départ d'une vitesse horizontale vers l'est supérieure à celle du point de la surface du globe situé sur la même verticale : il ira donc tomber un peu à l'est de ce point. Il est assez curieux que cette conséquence ait échappé à Galilée, et que Newton ait été le premier à la signaler et Hooke à la vérifier. Mais le résultat de cette expérience, qui nous est inconnu, devait être assez grossier, car elle exige des précautions infiniment plus minutieuses qu'on ne se l'imagine au premier abord.

L'abbé Guglielmini, en 1790, exécuta le premier des recherches scientifiques sur ce sujet, dans la tour des *Asinelli* de Bologne. Il trouva une déviation de $0^m,016$ pour une hauteur de chute de 240 pieds. Malgré le zèle et la patience de cet habile expérimentateur, ce résultat, conforme à la théorie, perd beaucoup de sa valeur, par suite d'un défaut grave dans la vérification de la verticale (¹).

Les travaux de Benzenberg dans la tour Saint-Michel, à Hambourg, en 1802, et plus tard dans un puits de mine abandonné de Schlebusch, laissèrent encore bien plus à désirer; les déviations observées comportaient des écarts, dans tous les sens, de beaucoup supérieurs à la déviation qu'il fallait mesurer.

Les expériences les plus célèbres sur ce sujet sont celles dont Reich a consigné le détail dans l'opuscule *Fallversuche über die*

(¹) Pour le détail de ces expériences et pour l'historique de ces recherches, je me permets de renvoyer à un article inséré au *Bulletin des Sciences mathématiques et astronomiques,* 2e série, t. VI, p. 189; août 1882.

Umdrehung der Erde, etc., et qu'il exécuta près de Freiberg en 1831. Les précautions les plus minutieuses avaient été prises pour éviter les courants d'air, les rotations du corps tombant, les impulsions latérales au moment du départ, impulsions qui produisent des déviations bien supérieures à celle qui résulte de la rotation terrestre. Six séries d'expériences, comprenant ensemble 107 chutes observées, donnèrent en moyenne $0^m,0284$ de déviation vers l'est et $0^m,004$ de déviation vers le sud, pour une hauteur de chute de $158^m,54$, tandis que la théorie assigne $0^m,0275$ pour valeur à la première, et n'indique aucune déviation vers le sud.

Ce résultat fut regardé comme très satisfaisant et donné, partout, comme une confirmation éclatante du système de Copernic; mais cette impression ne se soutient pas lorsqu'on étudie le détail de ces expériences fameuses, car la moyenne citée ne donne aucune idée des écarts qui se sont produits dans les différentes expériences. Les moyennes des diverses séries sont déjà fort peu concordantes entre elles; mais, si l'on examine une même série, la première, par exemple (23 chutes), la moyenne de $0^m,027$ qu'elle donne pour la déviation *orientale* ne laisse pas soupçonner que, dans cette série, la déviation à l'est oscille entre $0^m,019$ et $0^m,179$, et qu'il y a même des déviations vers l'*ouest* allant jusqu'à $0^m,077$. Or, quelle confiance accorder à une moyenne de $0^m,027$ à l'est, dans une série d'expériences qui en comportent où la déviation est du triple en sens contraire? Les autres séries présentent des anomalies aussi fortes, et quant aux déviations dans le sens du méridien, elles passent par tous les nombres depuis $0^m,187$ vers le sud jusqu'à $0^m,151$ vers le nord. Reich a annexé à son Mémoire un tableau graphique qui manifeste, de la manière la plus nette, l'incertitude des résultats.

Si l'on observe que presque toutes les recherches citées plus haut signalent une très faible déviation vers le sud, que la théorie n'explique pas (1); que la physique de précision dispose aujourd'hui de méthodes et d'appareils bien supérieurs à ce que l'on possédait en 1830, que les profondeurs de 300^m et au delà ne sont pas rares dans les puits de mine à notre époque, on ne peut s'em-

(1) Car celle que l'on obtient en tenant compte des grandeurs de l'ordre du carré de la rotation terrestre est absolument inappréciable.

pêcher d'exprimer le désir que ces expériences, d'une si grande portée théorique, soient reprises et exécutées enfin d'une manière qui ne laisse plus rien à désirer.

Vingt ans après les recherches de Reich, Léon Foucault trouvait dans la déviation du plan d'oscillation d'un pendule libre une manifestation bien plus nette de la rotation du globe. Je n'ai pas à m'étendre ici sur cette expérience célèbre, refaite tant de fois et dont la théorie a donné lieu à de nombreux et solides travaux (1). Le seul point sur lequel j'insisterai, c'est que l'expérience de Foucault suppose au fil de suspension une élasticité rigoureusement constante dans tous les azimuts, et qu'il y a là une condition difficile à réaliser, à laquelle on doit sans doute rattacher de nombreux insuccès. La plus minime variation d'élasticité qui peut exister autour de l'axe du fil constitue une cause déviatrice permanente du plan d'oscillation; la rotation de la Terre en est une autre, très faible aussi, et c'est de la grandeur relative de ces deux forces perturbatrices que vont dépendre les effets observés.

C'est pour cette raison que l'on a, à diverses reprises, tenté d'appliquer au pendule de Foucault la suspension de Cardan. Les expériences du Dr Garthe, effectuées dans ce système à la cathédrale de Cologne, sont au nombre des plus parfaites qu'ait inspirées la belle découverte de Foucault (2), et sont peu connues en France.

Dans une pierre formant clef de voûte à 50m au-dessus du pavé de l'église, et qui présentait à sa partie supérieure une cavité se terminant par une ouverture cylindrique vers le bas, on fixa inébranlablement un bloc de chêne H (*fig.* 1), percé d'une ouverture verticale en correspondance avec celle de la pierre. Cette ouverture fut garnie d'un anneau circulaire A, en cuivre, vissé dans le bois. Un deuxième anneau concentrique B reposait, par des pivots en acier très soignés, sur le premier, de façon à être mobile autour

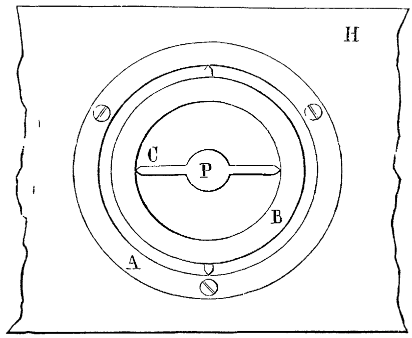
---

(1) Quet, *Journal de Liouville*, t. XVIII. — Poncelet, *Comptes rendus*, 1860. — Hansen, *Theorie der Pendelbewegung*. — Dumas, *Journal de Crelle*, t. 50. — Serret et Y. Villarceau, *Comptes rendus*, 1872 et 1879. — Resal, *Traité de Mécanique*. — Cte de Sparre, *Thèse doctorale*, 1882. — Bertrand, *Comptes rendus*, 1882, etc.

(2) *Foucault's Versuch als direkter Beweis der Axendrehung der Erde*, Cöln, 1852.

d'un diamètre horizontal. Un axe d'acier C, à angle droit sur ce diamètre, tournait sur des coussinets faisant corps avec l'anneau B, et à cet axe, dans l'espace resté libre au centre de l'anneau, pendait la pièce métallique P à laquelle était attaché le fil suspenseur,

Fig. 1.



de $0^m,007$ d'épaisseur. Grâce à la délicatesse de ce mode de suspension, les oscillations du pendule étaient encore parfaitement perceptibles au bout de six heures. La durée d'une oscillation, dans les expériences du Dr Garthe, était de $13^s,5$ et il en résultait une déviation de $0^m,003$ sur le grand cercle divisé horizontal placé au-dessous du pendule.

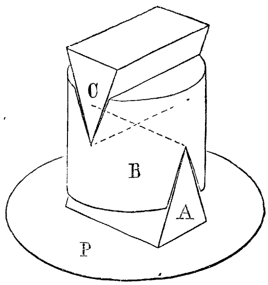
Cinq séries d'expériences eurent lieu du 28 mai au 14 juin 1852. Dans chaque expérience, on mesurait avec soin le temps que mettait le plan d'oscillation à se déplacer de 5^o, pour en déduire le temps nécessaire à une déviation de 1^o, temps qui, d'après la théorie et abstraction faite des petites variations que les études postérieures ont révélées, devait être de $5^m 8^s,23$, temps moyen. Cette durée a varié, dans la première série, de $5^m 7^s,6$ à $5^m 10^s,4$; dans la deuxième, de $5^m 6^s,2$ à $5^m 10^s$; dans la troisième, de $5^m 8^s,4$ à $5^m 11^s,4$; dans la quatrième, de $5^m 7^s,8$ à $5^m 11^s,4$; dans la cinquième, de $5^m 4^s,6$ à $5^m 10^s,8$. La moyenne générale, déduite de 36 expériences, a donné $5^m 8^s,75$, avec une erreur probable n'atteignant pas une demi-seconde. On saisira mieux encore l'accord remarquable entre la théorie et l'observation, si l'on remarque que, d'après la moyenne des expériences, la déviation du plan d'oscillation en une heure de temps sidéral aurait été de

11°38′30″,9, tandis que le calcul donne, d'après la latitude de la cathédrale et d'après la loi du sinus, 11°38′50″,3.

La question du pendule de Foucault a été reprise récemment, en Hollande, par M. le Dr Kamerlingh Onnes (¹). Sans m'arrêter ici à la partie mathématique, d'ailleurs très neuve et remarquable, de son Mémoire, je dirai quelques mots des recherches expérimentales qui le terminent.

La tige du pendule de M. Onnes avait seulement $1^m,2$ de longueur, et était montée sur couteaux par une suspension de Cardan. Le couteau d'acier ou d'agate A (*fig.* 2) est lié à une plaque ho-

Fig. 2.



rizontale fixe P; le cylindre métallique B porte sur ses deux bases deux entailles en biseau à angle droit l'une sur l'autre. Par la première, la pièce B repose sur l'arête horizontale du couteau A; dans la seconde, repose l'arête horizontale du couteau C, avec assez de jeu pour permettre des oscillations d'une certaine amplitude. La tige du pendule est fixée au couteau C par quatre tiges qui traversent la plaque P par des ouvertures suffisantes pour le jeu oscillatoire.

Tout ce système est logé dans une enveloppe tronconique que l'on peut fermer hermétiquement en haut et en bas, et mettre en communication par un tube latéral avec une machine pneumatique, de manière à faire mouvoir le pendule dans le vide et à éviter ainsi diverses causes perturbatrices. Un mécanisme particulier était nécessaire pour mettre le pendule en mouvement dans cet espace inaccessible : il consiste en un doigt qui vient presser

---

(¹) *Nieuwe bewijzen voor de aswenteling der aarde,* Groningue, 1879.

sur un levier, lequel écarte la boule du pendule de sa position d'équilibre, jusqu'à ce que, le doigt cessant d'agir, le levier retombe par son poids et le pendule commence à osciller. Ce mécanisme est commandé de l'extérieur au moyen d'une vis logée dans un tube qui traverse la plaque inférieure de l'enveloppe.

L'observation des oscillations se faisait aussi du dehors, au moyen d'un faisceau de lumière fourni par une lampe, entrant par une petite ouverture à la partie inférieure du cône, subissant la réflexion totale dans un premier prisme, puis dans un second, et se rendant par une seconde ouverture à une lunette où se tenait l'observateur. Entre les deux prismes passe, à chaque oscillation du pendule, un anneau muni de deux fils croisés relié à la boule du pendule, et l'image du réticule observée à chaque passage permet de déterminer avec une grande précision l'azimut du plan d'oscillation et d'estimer la déviation.

De nombreuses expériences ont été faites par M. Onnes dans une cave du laboratoire de Groningue, pour déterminer, à l'aide des données fournies par l'observation, la déviation du grand axe de l'ellipse en une heure de temps moyen. Cette déviation, à laquelle la théorie assignait une valeur de $12^\circ,03$, a varié dans les diverses expériences entre $11^\circ,2$ et $12^\circ,8$, fournissant une moyenne de $12^\circ,04$, très voisine de la valeur théorique ; accord que M. Onnes déclare lui-même être un peu fortuit.

II.

A côté des appareils qui, comme le pendule de Foucault, accumulent, pendant un temps suffisant pour les rendre visibles, les minimes effets de la force perturbatrice due à la rotation de la Terre, se placent ceux qui communiquent une vitesse énorme au mobile pour accroître l'intensité de cette force. Tels sont les appareils à rotation rapide, et le premier en date, le *gyroscope,* est dû aussi au génie de Foucault.

Cet appareil est aujourd'hui connu de tout le monde. Rappelons seulement que les signes par lesquels il rend sensible le mouvement de la Terre sont basés sur ces deux principes de Mécanique : 1° lorsqu'un *disque* ou *tore* en bronze tourne rapidement autour de son axe de figure, et que celui-ci est monté de manière à se mouvoir librement dans tous les sens autour du centre de gravité du tore, il oppose une résistance très sensible à tout changement de direction; 2° si l'axe du tore est assujetti à se mouvoir dans un plan, et que ce plan soit entraîné dans une rotation autour d'un axe fixe quelconque, l'axe du tore s'oriente dans le plan directeur de manière à se rapprocher autant que possible de la direction de l'axe fixe, les rotations étant dans le même sens.

On connaît les nombreuses et intéressantes applications que Foucault, Fessel, M. Sire, M. Gruey, etc., ont faites de ces principes. C'est aussi d'après ces deux lois que, dans le gyroscope de Foucault, quand les deux anneaux qui portent le tore sont libres sur leurs axes de suspension et que le tore a été mis en rotation excessivement rapide, l'axe du tore garde une direction sensiblement constante dans le ciel et, par son déplacement relativement aux objets environnants, révèle à l'observateur le mouvement réel de notre globe dans l'espace. Lorsque, au contraire, on limite les mouvements des anneaux de manière à obliger l'axe du tore à rester toujours, soit dans un plan horizontal, soit dans le plan vertical du méridien, il s'oriente de lui-même, en vertu de la seconde loi, de façon à se placer soit dans le plan du méridien, soit parallèlement à l'axe terrestre, et le sens de la rotation du tore satisfera à la condition ci-dessus.

On ne doit pas se dissimuler, cependant, les difficultés spéciales que présente la réalisation de ces phénomènes, et qui font du gyroscope un instrument d'un prix excessif, réservé aux plus habiles expérimentateurs.

Le gyroscope doit satisfaire à un certain nombre de conditions rigoureuses et très difficiles, soit à obtenir, soit à contrôler : il faut que le tore soit parfaitement symétrique autour de son axe de figure; il faut que le centre de gravité du tore et celui de l'anneau intérieur soient très exactement sur la ligne d'arêtes des couteaux qui supportent cet anneau. Si l'on ne parvient pas à remplir ces conditions en opérant sur les vis de réglage, ou si elles cessent d'être remplies pendant le rapide mouvement du tore par suite du jeu qui existe forcément entre les pivots de l'axe et leurs tourillons coniques, il peut résulter de là, à raison de la masse considérable du tore, une cause perturbatrice assez sensible pour masquer le phénomène principal. Or, il est bien difficile de s'assurer que l'on échappe actuellement à l'influence d'une telle cause. Ajoutons les masses relativement considérables des anneaux, des vis de réglage, etc., qui augmentent notablement l'inertie du système mobile, inertie qui, compliquée des frottements, ne peut être vaincue par la force déviatrice si faible due à la rotation de la Terre que moyennant une vitesse de rotation prodigieuse du tore.

Il y a quelques années, j'ai été amené à m'occuper de cette question à l'occasion de recherches de Mécanique pure sur les mouvements apparents et sur l'application à ces mouvements d'une formule de Bour, dont l'interprétation géométrique simplifiait beaucoup l'usage ([1]).

Cette méthode m'a conduit, en ce qui concerne le mouvement d'un corps solide de révolution par rapport à un système de comparaison doué d'une rotation uniforme, à différents résultats d'un certain intérêt. Ainsi, lorsque l'anneau extérieur d'un gyroscope est maintenu en rotation uniforme autour d'un de ses diamètres et que le tore a reçu une rotation autour de son axe de figure, je démontre qu'il existe, suivant la vitesse imprimée au tore, *deux* ou *quatre* positions d'équilibre relatif de son axe; et, si l'équilibre n'a pas lieu, les oscillations de l'axe du tore, relativement à sa position d'équilibre, suivent les mêmes lois que celles d'un pendule simple dont le plan d'oscillation tournerait uniformément autour de la verticale du point de suspension. Ces lois, assez remarquables d'ailleurs, se formulent complètement au moyen des fonctions elliptiques.

Dans le *polytrope* de M. Sire, appareil connu, destiné à imiter les effets que la gyration du globe produit sur le mouvement des corps tournant à sa surface, je signale ce fait curieux : quand l'axe du gyroscope est guidé dans un plan fixe par rapport au méridien tournant, si la rotation initiale du tore est faible, il existe pour l'axe une position d'équilibre stable qui ne coïncide pas avec la direction la plus rapprochée de celle de l'axe de rotation du grand cercle, et l'axe du tore peut osciller de part et d'autre de cette position d'équilibre singulière.

([1]) Ces recherches, qui ont fait l'objet de courtes communications à la *Société scientifique de Bruxelles* et au congrès de Paris (1878), ont été présentées le 30 janvier 1882 à l'Institut, qui, sur un Rapport de M. Jordan, en a voté l'insertion dans les *Mémoires des savants étrangers*.

On connaît le *pendule gyroscopique* de M. Sire, constitué par un tore suspendu au moyen d'une chape à un axe horizontal autour duquel le pendule oscille librement, et qui est emporté dans la rotation d'un bâti tournant autour d'un axe vertical. Dans ce curieux appareil, étudié avec succès par M. Resal, la tendance des axes de rotation au parallélisme produit des effets singuliers quant à la position d'équilibre relatif du pendule. Je montre que ces positions peuvent être au nombre de deux ou de quatre, toutes réalisables expérimentalement, et que leur détermination se ramène élégamment à la construction d'une droite passant par un point donné et sur laquelle deux axes rectangulaires interceptent une longueur donnée. En dehors des cas d'équilibre, la tige du pendule exécute des oscillations de même loi que celles d'un point pesant sur un cercle tournant autour d'une verticale située dans son plan.

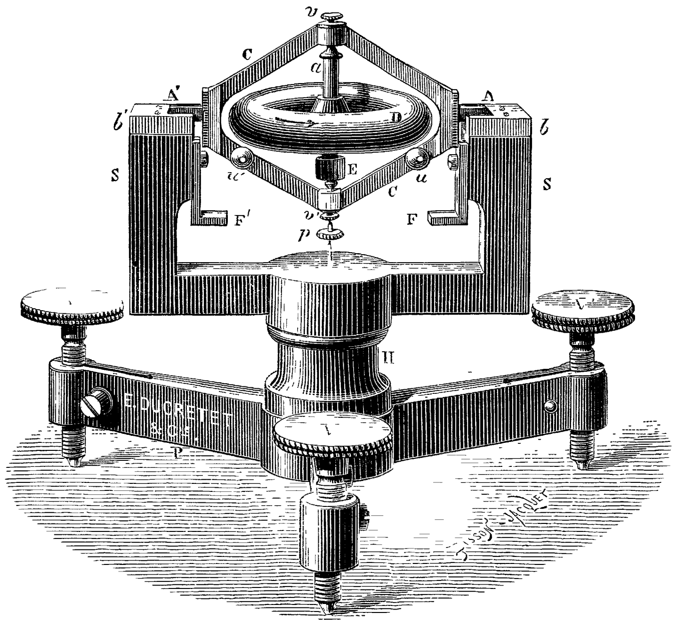
Sous l'empire de cette idée, que la rotation de la Terre doit produire, sur un pendule gyroscopique suspendu à un axe horizontal fixe, des effets analogues à ceux que la rotation du bâti développe dans l'appareil de M. Sire, je voulus soumettre le problème au calcul, et comme j'avais trouvé une forme des plus simples pour les équations du mouvement des corps pesants à la surface de la Terre, la chose était facile. Je reconnus ainsi que, pour une vitesse suffisante du tore, le pendule ne pouvait conserver sa position verticale d'équilibre stable, et devait s'en écarter dans un sens ou dans l'autre.

Mais comme les formules mêmes qui donnaient ce résultat montraient que la déviation serait nécessairement très faible, même pour de grandes vitesses du tore, je fus conduit à modifier successivement l'appareil et à m'arrêter à la combinaison suivante :

D est un tore en bronze dont l'axe d'acier a pivote librement sur ses pointes fines dans les tourillons coniques des vis v et v'. Ces vis traversent une chape CC en acier anglais, reposant, par les couteaux A, A$'$, sur des surfaces en acier trempé, de forme cylindrique, dont les couteaux occupent le fond. Ce système présente une symétrie exacte par rapport au plan passant par l'axe du tore et les arêtes des couteaux, et sa mobilité autour de celles-ci est telle qu'un léger souffle suffit pour provoquer des oscillations. En agissant sur les vis v et v', sur d'autres petites masses mobiles u

et u', on amène, par tâtonnements successifs, le centre de gravité du tore et de la chape à se trouver aussi exactement que possible sur l'axe de suspension, en sorte que le système du tore et de la chape serait de lui-même dans un état voisin de l'équilibre indifférent. Mais un petit poids curseur p, mobile à frottement dur sur

Fig. 3.



une aiguille implantée dans la vis inférieure v', en prolongement de l'axe du tore, assure à l'aiguille, *lorsque le tore est en repos,* une position verticale d'équilibre *stable,* ce dont on s'assure en faisant osciller doucement le système sur son *axe de suspension* (ligne d'arêtes des couteaux). Deux fourchettes, mobiles dans des glissières verticales et se manœuvrant par les pédales F et F′, sont adaptées au support S des couteaux, pour recevoir ceux-ci et les déposer exactement dans la position qu'ils doivent occuper. Ce support S lui-même est monté sur un pied H, de façon à tourner à frottement gras autour d'un axe vertical; on peut ainsi amener dans tous les azimuts le plan vertical passant par la ligne d'arêtes des couteaux.

L'axe du tore porte un pignon d'acier E destiné à être mis en rapport avec un système d'engrenages ou rouage accélérateur de Foucault, servant à communiquer au tore une rotation extrêmement énergique (150 à 200 tours par seconde).

Après avoir, au moyen des vis calantes V, V', V'' et d'un niveau, assuré l'horizontalité de l'axe de suspension, on porte la chape sur le rouage moteur et l'on imprime au tore une rotation rapide, dans un sens voulu; puis on reporte le système sur le support et on le descend en place au moyen des fourchettes, après quoi on l'abandonne à lui-même.

C'est à cet instant que se manifestent les phénomènes très nets qui accusent la rotation du globe : la position d'équilibre de l'aiguille n'est plus, en général, dans la verticale, et la formule qui régit le phénomène est la suivante :

$$\operatorname{tang} E = \frac{C\omega n \cos L \cos \alpha}{g\mu\delta - C\omega n \sin L}.$$

E est l'inclinaison de l'aiguille sur la verticale, pour que l'équilibre ait lieu; C, le moment d'inertie du tore par rapport à son axe de figure; ω la vitesse de rotation de la Terre; n la vitesse de rotation imprimée au tore; L la latitude du lieu; α l'angle que fait le plan d'oscillation de l'aiguille avec le méridien; μ la masse du curseur; δ la distance de son centre de gravité à l'axe de suspension. Cette formule conduit donc aux résultats suivants :

1° La déviation de l'aiguille est la plus forte, toutes choses égales d'ailleurs, lorsque α est nul ou que le plan d'oscillation coïncide avec le plan du méridien. L'aiguille se porte, par des oscillations décroissantes, *vers le nord ou vers le sud, suivant que le tore tourne de gauche à droite* ($n > 0$) *ou de droite à gauche* ($n < 0$), *pour l'observateur qui le regarde d'en haut.* La déviation est d'ailleurs sensiblement plus grande, pour une même valeur absolue de n, dans le premier cas, parce que le dénominateur est la *différence* de deux quantités positives, tandis qu'elle est leur somme dans le second.

2° Au contraire, lorsque le plan d'oscillation de l'aiguille est perpendiculaire au méridien ($\cos\alpha = 0$), ce que l'on peut réaliser, moyennant certaines précautions, en faisant tourner le support S sur son pied pendant le mouvement du tore, l'équilibre stable de l'aiguille n'a plus lieu que dans la position verticale, comme lorsque le tore était au repos, et cela quel que soit le sens de la gyration du tore.

3° Dans les azimuts intermédiaires, la position d'équilibre de l'aiguille se rapporte à une inclinaison moyenne entre les précédentes.

4° Enfin, l'inclinaison de l'aiguille sur la verticale, lorsque l'équilibre a lieu, est d'autant plus marquée que le tore tourne plus vite, qu'il a un plus grand diamètre, que l'expérience se fait en un lieu plus voisin de l'équateur, que la distance du curseur p à l'axe de suspension est plus petite.

Cet appareil, auquel j'ai donné le nom de *barogyroscope,* pour rappeler que son principe repose sur une combinaison des effets de la pesanteur avec ceux de la rotation de la Terre et du tore, tient donc à la fois du pendule de M. Sire et du gyroscope de Foucault. Construit avec soin et intelligence dans les ateliers de MM. E. Ducretet et C^ie^, il a donné des résultats très nets, parfaitement conformes à la théorie. Celle-ci a, d'ailleurs, servi constamment de guide pour la détermination des dimensions, de la forme et même de la matière des divers éléments ; car la sensibilité de l'instrument dépend de toutes ces données, et c'est en calculant numériquement, au moyen de nos formules, les effets correspondant à des données déterminées qu'il a été possible de choisir à l'avance celles qui conduiraient aux résultats les plus accusés.

Une disposition additionnelle consistant en un système de deux leviers pour maintenir toujours les fourchettes à la même hauteur, disposition qui s'exécute actuellement, introduira certainement une plus grande régularité encore dans le jeu de l'appareil.