MESURE DE LA LONGUEUR D'ONDE DES RAYONS CALORIFIQUES OBSCURS;PAR M. L. MOUTON (¹).

PREMIÈRE PARTIE.

Le procédé que j'ai employé est basé sur les considérations suivantes.

Imaginons deux nicols placés à la suite l'un de l'autre et ayant leurs sections principales parallèles; entre eux une lame cristalline, de quartz par exemple, taillée parallèlement à l'axe, a sa section principale à 45° de celles des nicols; faisons traverser ce système par un faisceau lumineux que nous concentrerons ensuite sur la fente d'un spectroscopie : le spectre présentera une série de bandes noires parallèles à la fente. C'est la belle et célèbre expérience de MM. Fizeau et Foucault (²). Considérons la partie centrale d'une de ces bandes noires, et soit λ la longueur d'onde à laquelle elle correspond. La vibration de cette longueur d'onde, n'ayant pu traverser le second nicol, a dû, par le fait de la lame, tourner d'un angle droit; les deux composantes en lesquelles la lame l'a décomposée ont donc pris, l'une par rapport à l'autre, une différence de marche d'un nombre impair de demi-longueurs d'onde $(2k + 1) \frac{\lambda}{2}$. D'autre part, e étant l'épaisseur de la lame, n et n' ses deux indices par rapport à la longueur d'onde λ , cette différence de marche en air est $e(n' - n)$; on a donc la relation

$$e(n' - n) = (2k + 1) \frac{\lambda}{2}.$$

Si les nicols, au lieu d'être parallèles, sont à angle droit ou, comme on dit, à l'extinction, la relation est de la forme

$$e(n' - n) = h\lambda,$$

(¹) Voir le Mémoire complet (*Annales de Chimie et de Physique*, 5^e série, t. XVIII, p. 145 et suiv.).

(²) *Annales de Chimie et de Physique*, 3^e série, t. XXVI et XXX.

J. de Phys., t. VIII. (Décembre 1879.)

où k est également un certain nombre entier qui diminue d'une unité quand on passe d'une bande à sa voisine du côté du rouge.

Selon la disposition que nous adopterons, la relation correspondante nous fournira le λ de chacune des bandes, si nous savons déterminer l'épaisseur e de la lame, ainsi que les indices n' , n et le nombre k relatifs à cette bande.

Je vais montrer dans cette première Partie comment j'ai déterminé e et k .

L'épaisseur d'une lame collée sur verre ne peut guère se mesurer au sphéromètre, qui présente en outre l'inconvénient de ne pas préciser l'unité de longueur qui se trouve employée. Le premier procédé optique remonte à Biot (¹).

On sait que Newton a enregistré les couleurs successives que l'on rencontre à mesure qu'on s'éloigne du centre noir des anneaux réfléchis normalement et noté les épaisseurs correspondantes de la lame d'air; c'est ce qu'on appelle l'échelle chromatique de Newton. Cela posé, la méthode de Biot peut s'énoncer ainsi : Entre deux polariseurs à l'extinction, dans l'appareil de Norremberg par exemple, une lame mince cristalline donne une certaine teinte; on obtiendra son épaisseur en multipliant par une constante propre à la substance de la lame la double épaisseur correspondant à la même teinte dans l'échelle de Newton. Cette constante est pour le quartz, par exemple, environ $\frac{1}{1.69}$.

On voit sans peine que ce procédé n'est qu'une approximation. L'expression qui définit la couleur en un point d'une lame d'air d'épaisseur d des anneaux réfléchis de Newton est $\Sigma \sin^2 \pi \frac{2d}{\lambda} \alpha$, dans laquelle α désigne la fraction de lumière de longueur d'onde λ que contient la lumière incidente, et la somme devant être étendue à tout le spectre; d'autre part, la couleur, dans le cas de la polarisation chromatique parallèle d'une lame cristalline, est définie par $\Sigma \sin^2 \pi \frac{e(n' - n)}{\lambda} \alpha$.

Comme $n' - n$ est fonction de λ , ces deux intégrales ne sauraient

(¹) Voir BIOT, *Traité de Physique théorique et expérimentale*, t. IV, p. 342 et suiv.
— BILLET, *Traité d'Optique physique*, t. I, p. 46.

être comparées ; mais, si l'on admet que $n' - n$ conserve la valeur constante qu'il a vers le jaune vif du spectre, les deux intégrales auront tous leurs éléments égaux si l'on a $e(n' - n) = 2d$. Les couleurs seront donc les mêmes dans les deux cas, et réciproquement, si les couleurs sont identiques, c'est que l'égalité précédente sera satisfaite.

La constante de Biot est donc le rapport $\frac{1}{n' - n}$, dans lequel on donnera aux indices n' et n les valeurs relatives au jaune du spectre. Et en effet, d'après les nombres de M. Mascart relatifs au quartz, $n' - n = 0,00915$ pour la raie D et $0,00918$ pour la raie E, et $\frac{1}{109} = 0,00916$.

L'approximation consiste donc à négliger la dispersion de double réfraction de la substance ; l'erreur sera par suite d'autant plus grande que cette dispersion sera plus forte et que la lame sera plus épaisse.

Le procédé que j'ai employé est rigoureux ; il fournit en outre le nombre k relatif à chacune des bandes du spectre. Il repose : 1° sur l'emploi d'un réseau connu au lieu d'un prisme dans l'expérience de Fizeau et Foucault rappelée plus haut ; 2° sur l'usage d'un développement en série liant $n' - n$ à la longueur d'onde.

J'entends par réseau connu un réseau dont on aura déterminé la distance entre deux traits consécutifs par la condition que la longueur d'onde de la raie D la moins réfrangible soit égale au chiffre de Fraunhofer qu'a adopté M. Mascart, 0^u,5888 (1) (μ désignera toujours à l'avenir le millième de millimètre de Fraunhofer). L'unité de longueur se trouve être ainsi le millimètre de Fraunhofer, ou mieux tout est rapporté à la longueur d'onde invariable de cette raie D. Le réseau que j'ai employé était de MM. Brunner frères ; les spectres y sont très beaux et très nets. Je le plaçais sur la plateforme du goniomètre bien connu des mêmes constructeurs, dont le vernier donne les 10" et au besoin les 5". En résolvant par rapport à ρ l'équation $\rho \sin \vartheta = n.0,0005888$, dans laquelle ϑ est l'écart de la raie D₁ pour un spectre d'ordre n , j'ai obtenu pour ρ la valeur $\frac{1}{178}$ de millimètre. Tout phénomène de bande pro-

(1) *Annales de l'École Normale*, 1^{re} série, t. I, p. 258.

duit dans le spectre aura maintenant sa longueur d'onde déterminée en millimètres de Fraunhofer par la mesure de son angle d'écart.

J'ai parlé en second lieu de l'emploi des formules de dispersion. Ce n'est point ici le lieu de rappeler toutes les discussions théoriques ou pratiques auxquelles la valeur relative des diverses formules proposées a donné lieu. Je dirai seulement, et cette raison tout empirique suffit au cas présent, que si l'on développe la différence des indices du quartz de B à G selon la formule simplifiée de Cauchy, $n' - n = \alpha + \frac{\beta}{\lambda^2}$, réduite à deux constantes α et β pour lesquelles la méthode des moindres carrés appliquée aux nombres de M. Mascart ⁽¹⁾ m'a donné

$$\alpha = 0,0088205,$$

$$\beta = 0,0001093,$$

et qu'on substitue ce développement à la fonction vraie inconnue qui lie dans le quartz $n' - n$ à λ , on verra, en comparant les nombres calculés aux nombres observés, qu'on ne commet pas dans le spectre lumineux une erreur de $\frac{1}{300}$ de la valeur de $n' - n$.

Cela posé, plaçons une lame de quartz d'épaisseur inconnue entre deux nicols à l'extinction, la lame à 45° , le tout en avant de la fente du goniomètre armé de son réseau; faisons traverser le système par un filet solaire et observons le premier spectre par exemple. Admettons que la lame soit d'épaisseur telle qu'au moins deux bandes noires soient bien nettement accusées dans les parties brillantes du spectre. Pour chacune d'elles, comme nous l'avons vu, l'expression $\frac{e(n' - n)}{\lambda}$ est un nombre entier. Soit k_0 la valeur de ce nombre pour la bande la moins diffractée; elle sera $k_0 - 1$ pour la suivante; δ_0 et δ_1 étant les écarts correspondant à ces bandes, nous avons les deux relations

$$(1) \quad e \left(\frac{\alpha}{\rho \sin \delta_0} + \frac{\beta}{\rho^3 \sin^3 \delta_0} \right) = k_0,$$

$$(2) \quad e \left(\frac{\alpha}{\rho \sin \delta_1} + \frac{\beta}{\rho^3 \sin^3 \delta_1} \right) = k_0 - 1.$$

(1) *Loc. cit.*, p. 238.

En les divisant membre à membre, il vient

$$\frac{k_0}{k_0 - 1} = \frac{\frac{\alpha}{\rho \sin \delta_0} + \frac{\beta}{\rho^3 \sin^3 \delta_0}}{\frac{\alpha}{\rho \sin \delta_1} + \frac{\beta}{\rho^3 \sin^3 \delta_1}} = A,$$

relation dans laquelle la valeur A du second membre est toute connue. Nous en tirons $k_0 = \frac{A}{A-1}$, qui sera d'autant plus voisin d'un nombre entier que les mesures auront été mieux faites, *et ce nombre entier sera la vraie valeur de k_0* .

Cette valeur transportée dans les équations (1) et (2), chacune d'elles donne une valeur de e ; on prend la moyennè.

Voici un exemple du calcul.

Une de mes lames, le n° 3, fournit dans le spectre avec nicols croisés deux bandes se pointant très bien. J'ai trouvé $\delta_0 = 4^\circ 42' 30''$, $\delta_1 = 5^\circ 47'$. On se rappelle que $\rho = \frac{1000^\mu}{178}$.

Ces nombres donnent $A = 1,2535$, d'où $k_0 = 4,938$, d'où je conclus que $k_0 = 5$. Ainsi la lame est de cinq ondes pour la longueur d'onde $\lambda_0 = \rho \sin \delta_0$, c'est-à-dire $0^\mu,4609$; elle est de quatre ondes pour la longueur d'onde $\lambda_1 = \rho \sin \delta_1$, ou $0^\mu,5658$. Celle-ci est bien, en effet, à peu près la longueur moyenne qu'on appelle *longueur d'onde du blanc* dans l'emploi de la méthode des couleurs de Biot; aussi M. Laurent avait désigné cette lame sous le nom de *lame quatre ondes*.

Enfin, si au moyen de chacune des deux équations

$$e \left(\frac{\alpha}{\rho \sin \delta_0} + \frac{\beta}{\rho^3 \sin^3 \delta_0} \right) = 5,$$

$$e \left(\frac{\alpha}{\rho \sin \delta_1} + \frac{\beta}{\rho^3 \sin^3 \delta_1} \right) = 4,$$

où maintenant tout est connu excepté l'épaisseur e , nous calculons cette épaisseur, la première donne $e = 246^\mu,9$, la seconde $e = 247^\mu,1$, d'où 247^μ pour la valeur de e . La méthode de Biot lui aurait assigné l'épaisseur trop faible de 224^μ environ.

Tandis que la méthode de Biot ne réussit qu'avec des lames d'épaisseur inférieure à une certaine limite, le procédé qui précède,

au contraire, n'est applicable qu'à des lames d'épaisseur supérieure à une limite déterminée ; mais, de même que Biot étendait la méthode des couleurs à des lames, trop épaisses pour en donner seules (1), en les croisant avec une lame connue de même substance, on peut étendre le procédé précédent à des lames trop minces en y adjoignant parallèlement une lame semblable déjà étudiée. De l'épaisseur totale obtenue on retranche l'épaisseur connue de la lame auxiliaire.

Comme on a autant d'équations que de bandes, on peut, dans le cas de lames assez épaisses, former plusieurs couples ou pointer des bandes distantes de 1, 2, 3,

Enfin, au lieu de croiser les nicols, on peut les mettre parallèles. Les nombres auxquels correspondent les bandes sont alors, comme on l'a vu, de la forme $\frac{2k-1}{2}$. On a par là une nouvelle série de mesures qui avaient pour mon sujet une importance spéciale, en ce qu'elles me donnaient immédiatement l'ordre de la dernière bande noire visible dans la disposition même où seront faites les mesures calorifiques. Ainsi, dans cette disposition, la dernière bande noire visible du côté rouge de la lame n° 3 dont j'ai parlé tout à l'heure correspondait au nombre $\frac{7}{2}$ et à une longueur d'onde 0^m,6348.

Pour résumer, on voit donc que j'ai pu réunir pour chacune des lames de quartz que j'ai employées les données analogues aux suivantes.

La lame n° 3 a une épaisseur de 247^m, et, si elle est placée entre les nicols parallèles, sa dernière bande noire du côté rouge du spectre lumineux correspond à une différence de phase égale à $\frac{7}{2}$. J'ai donc à attendre de cette lame, si toutefois le spectre calorifique est suffisamment étendu, les bandes successives $\frac{5}{2}$, $\frac{3}{2}$ et $\frac{1}{2}$.

Bien que cela sorte du sujet de ce travail, il ne paraîtra peut-être pas sans intérêt que j'indique sommairement ici deux applications qui me semblent pouvoir être faites de la méthode qui vient d'être exposée.

(1) *Traité de Physique théorique et expérimentale*, t. IV, p. 411 et suiv.

La première serait la comparaison du pas de la vis d'un sphéromètre au millimètre de Fraunhofer ou, si l'on aime mieux, à la longueur d'onde de la raie D_1 . Une lame de quartz parallèle, non collée sur verre et mesurée à un sphéromètre Cauchoix du laboratoire, m'a donné $1^{\text{mm}},002$. La plaçant dans le système polariseur, j'y ai pointé sans trop de soin sept bandes dans le cas des nicols croisés, deux pour vérification dans le cas des nicols parallèles. Le nombre k_0 , se rapportant dans le premier cas à la bande la plus diffractée, a été trouvé 14,1, d'où 14. En calculant les épaisseurs fournies par les neuf bandes pointées, j'ai trouvé $985^{\mu},24$, $984^{\mu},68$, $985^{\mu},4$, $984^{\mu},63$, $984^{\mu},01$, $984^{\mu},63$, $984^{\mu},95$, $984^{\mu},99$, dont le plus grand écart est $1^{\mu},86$ et dont la valeur moyenne $984^{\mu},86$ ne s'éloigne que de $0^{\mu},85$ de la valeur qui en diffère le plus.

Il résulterait que le millimètre du sphéromètre employé vaut à très peu près $\frac{984,86}{1002}$ millimètres de Fraunhofer ou

$$\frac{984,86}{1002 \times 0,0005888} = 1669$$

longueurs d'ondulation de la raie D_1 .

Tout ce qui précède ne s'applique qu'à des lames d'une substance dont on connaît les indices par rapport à un nombre suffisant de longueurs d'onde. La seconde application que je propose a trait à des lames d'une substance dont on ne connaîtrait aucun indice. Dans le travail que j'ai rappelé au début, MM. Fizeau et Foucault ⁽¹⁾ ont fait remarquer que, si l'on connaissait le nombre k se rapportant à l'une des bandes, on en déduirait le nombre propre à chacune des autres, et par suite les diverses valeurs que prend avec la longueur d'onde le produit $e(n' - n)$, c'est-à-dire la *dispersion de double réfraction de la lame*. Mais le procédé qu'ils indiquent pour la détermination de ce nombre k n'est pas, en général, praticable. Or, si l'on admet *a priori* le développement en série sous la forme $a + \frac{b}{\lambda^2} + \dots$ de $n' - n$, ce que toutes les déterminations d'indices effectuées montrent comme n'étant jamais loin de la vérité, il suffira de prendre dans notre système d'équations

(¹) *Loc. cit.*, p. 146.

une équation de plus qu'on n'a admis de constantes, et, en éliminant les produits ea , eb , on obtiendra le nombre k .

Je l'ai fait avec une lame de gypse. En prenant seulement deux constantes et les trois équations fournies par les trois premières bandes, j'ai obtenu, pour k , 10,09, d'où 10. En calculant alors les valeurs successives du produit $e(n - n')$ correspondant aux $\lambda = \rho \sin \delta$ des bandes, j'ai pu former le Tableau suivant :

Longueurs d'onde.	$e(n - n')$.
$0,5903^{\mu}$	5,908
0,5363	5,897
0,5125	5,893
0,4910	5,891
0,4543	5,896
0,4214	5,903

qui montre que la différence $n - n'$ des deux indices principaux du gypse passe par un minimum dans les environs de la longueur d'onde 0,4910, c'est-à-dire entre E et F.

M. von Lang (1), dans des mesures d'indices faites par la méthode des prismes, a constaté ce minimum vers E.