Sur la théorie dynamique des gaz

J. Violle

▶ **To cite this version:**

J. Violle. Sur la théorie dynamique des gaz. J. Phys. Theor. Appl., 1877, 6 (1), pp.73-83. 10.1051/jphystap:01877006007300 . jpa-00237362

HAL Id: jpa-00237362
https://hal.science/jpa-00237362

Submitted on 4 Feb 2008

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

SUR LA THÉORIE DYNAMIQUE DES GAZ;

PAR M. J. VIOLLE.

La théorie dynamique des gaz, dont l'idée première remonte, comme l'on sait, à Daniel Bernoulli, a été établie par M. Joule, M. Krönig, et surtout par M. Clausius. Les travaux de ces fondateurs de la théorie sont bien connus; mais ce qui l'est peut-être moins, ce sont les acquisitions ultérieures qu'a faites la théorie de diverses mains et particulièrement de M. Maxwell. Ces acquisitions sont de deux sortes : les unes, dues principalement à MM. Meyer, Von Lang, Stefan, et à M. Maxwell dans ses premiers Mémoires, ne sont guère que des développements ou des simplifications de la théorie de Clausius; les autres constituent presque une théorie nouvelle à laquelle M. Maxwell fut amené par le désaccord qu'il trouva entre certains résultats de ses expériences sur le frottement et les lois qu'il avait déduites de la constitution hypothétique des gaz, telle qu'il l'avait lui-même admise jusqu'alors.

Je résumerai d'abord les développements qu'ont reçus les idées de M. Joule et de M. Clausius, m'aidant pour cela des écrits les plus récents sur ce sujet, et particulièrement du *Traité de Physique théorique* de M. Von Lang; puis j'indiquerai en quoi consiste la nouvelle théorie de M. Maxwell et quelles conséquences il en a déduites relativement aux mêmes questions.

Il y a dans les gaz trois phénomènes qui, d'après la théorie dynamique, dépendent du mode d'action particulier des molécules les unes sur les autres dans leurs rencontres, ainsi que de la fréquence de ces rencontres : ce sont le frottement intérieur, la conductibilité pour la chaleur et enfin la diffusion. Ces trois phénomènes, dont le mécanisme élémentaire est le même, offrent un intérêt théorique spécial, et ils ont été de préférence l'objet des investigations des physiciens qui se sont occupés de l'étude des gaz.

I. Prenons d'abord le frottement intérieur ou viscosité, phénomène dont la théorie fut établie pour la première fois par M. Maxwell [1] dans ses anciennes idées, c'est-à-dire à très-peu près dans

[1] MAXWELL, *Philosophical Magazine*, 1860, 4e série, t. XIX, p. 39.

Article published online by EDP Sciences and available at http://dx.doi.org/10.1051/jphystap:01877006007300

les idées de Clausius. M. Meyer (1) reprit ensuite cette théorie, qui reçut encore quelques simplifications de MM. Von Lang (2) et Stefan (3). C'est la théorie ainsi simplifiée que nous reproduirons ici.

Soient deux parois solides, planes et parallèles, l'une fixe, l'autre glissant sur elle-même avec une vitesse constante, et entre ces deux plans une masse de gaz entraînée dans le mouvement de la paroi mobile. Une couche quelconque de la masse gazeuse éprouve dans son glissement contre la couche voisine, dont le mouvement est moins rapide, un retard analogue à celui qu'éprouve un corps solide ou liquide en frottant contre un obstacle. Il existe donc un frottement du gaz sur lui-même ou frottement intérieur, dont la théorie dynamique rend compte très-simplement. Menons dans le gaz un plan quelconque parallèle à la direction du mouvement. Toutes les molécules situées dans une couche infiniment mince, parallèle au plan considéré, ont même vitesse de translation, la vitesse de translation croissant avec la distance au plan d'un côté du plan, décroissant au contraire de l'autre. Mais, dans un gaz en repos, toutes les molécules (c'est notre hypothèse fondamentale) ont une même vitesse moyenne u, dirigée d'une manière différente pour chaque molécule, de sorte qu'aucune direction de l'espace ne soit privilégiée, et ce mouvement d'agitation des molécules subsiste évidemment dans le gaz en mouvement. Par suite donc du mouvement individuel de chaque molécule dans une direction quelconque de l'espace avec la vitesse u, le plan considéré est traversé sans cesse par des molécules passant d'un côté à l'autre, et comme la densité du gaz reste la même en tout point de sa masse, le nombre des molécules passant d'un côté à l'autre du plan doit être exactement le même que le nombre des molécules passant en sens inverse. Mais ce passage incessant des molécules amène dans les couches à mouvement rapide des molécules animées d'une moindre vitesse : de là pour les couches rapides une perte de quantité de mouvement qui, avec le gain corrélatif et précisément égal des couches à mouvement lent, constitue le phénomène du frottement des gaz.

La grandeur du frottement se déduit facilement de la même théo-

(1) Meyer, *Pogg. Ann.*, 1865, t. CXXV, p. 177, 401 et 564.
(2) Von Lang, *Pogg. Ann.*, 1872, t. CXLV, p. 290.
(3) Stefan, *Sitzungsberichte der Wiener Akademie*, 1872, t. LXV, p. 343.

rie. Pour évaluer l'action retardatrice des couches à moindre vitesse sur les couches à mouvement rapide, il suffit, en effet, de calculer la quantité de mouvement que ces couches à mouvement rapide doivent céder par chaque unité de temps aux molécules des couches lentes qui traversent l'unité de surface du plan considéré; et, pour ce calcul, nous pouvons introduire quelques simplifications dans la considération des mouvements moléculaires.

Nous pouvons d'abord supposer, comme M. Krönig l'a déjà fait dans le calcul de la pression sur une paroi, que les molécules du gaz sont partagées en trois groupes, chacun de $\frac{n}{3}$ molécules, la vitesse moyenne d'agitation u ayant une même direction dans toutes les molécules d'un même groupe et les trois directions correspondant aux trois groupes étant à angles droits. La légitimité de cette simplification ressort de la valeur de la pression $\frac{n}{3} mu^2$, calculée directement par Clausius en dehors de toute hypothèse simplificatrice, valeur qui est la même que si un tiers seulement des molécules venait choquer normalement la paroi. Il est donc indifférent, au point de vue du résultat du calcul, de partager les molécules en trois groupes égaux de molécules ayant leurs vitesses respectivement dirigées suivant trois directions rectangulaires ou bien de prendre les vitesses dirigées d'une manière absolument arbitraire suivant toutes les directions de l'espace. Si, par conséquent, nous appelons n le nombre des molécules contenues dans l'unité de volume, nous pouvons admettre qu'un tiers de ces molécules, $\frac{n}{3}$, se meut perpendiculairement au plan mené à l'intérieur du gaz, et que ce tiers seulement est capable de traverser le plan.

Nous remarquerons, en outre, que l'on peut regarder comme n'arrivant directement au plan de séparation que les molécules dont la distance au plan est inférieure au chemin moyen l. En effet, la somme des chemins parcourus par toutes les molécules entre deux chocs successifs, divisée par le nombre des molécules, constitue le chemin moyen. Au lieu donc de considérer chaque molécule avec son chemin propre, il revient au même de supposer que toutes les molécules parcourent d'un choc à l'autre ce même chemin moyen. Mais alors toute molécule située plus loin que ce chemin moyen

n'est pas à considérer immédiatement. Toute molécule, au contraire, dont la distance est comprise entre o et l, traversera le plan et ira de l'autre côté jusqu'à une distance telle qu'elle ait parcouru son chemin l.

Cela posé, prenons le plan de séparation pour plan des z, y et considérons une couche infiniment mince située à la distance x, plus petite que l, du côté des couches à mouvement lent. Cette couche d'épaisseur dx contient, dans un volume de hauteur dx et de base 1, un nombre de molécules $n\,dx$, le gaz ayant partout même densité. Sur ces $n\,dx$ molécules, un tiers seulement $\frac{1}{3}n\,dx$ se meuvent vers le plan. Mais, dès que ces molécules quittent la couche considérée, d'autres molécules, en nombre égal, situées à la distance l, se mettent en mouvement pour venir les remplacer; et, lorsque nos $\frac{1}{3}n\,dx$ premières molécules seront arrivées de l'autre côté du plan à la distance voulue $(l-x)$, la couche d'où elles sont parties aura reçu ces nouvelles molécules, qui de là marcheront à leur tour vers le plan de séparation. Les molécules de la couche seront ainsi renouvelées $\frac{1}{\frac{l}{u}} = \frac{u}{l}$ fois dans une seconde et se précipiteront un même nombre de fois vers le plan de séparation. Le nombre des molécules qui viennent de la couche située à la distance x et d'épaisseur dx, et qui traversent dans l'unité de temps l'unité de surface du plan de séparation, est donc (1)

$$\frac{1}{3}n\,dx\,\frac{u}{l}.$$

(1) La valeur de la pression sur la paroi d'un vase résulte immédiatement de cette manière de considérer le mouvement des molécules. En effet, les $\frac{1}{3}n\,dx\,\frac{u}{l}$ molécules que la couche x, $x+dx$ envoie vers la paroi dans l'unité de temps lui apportent une quantité de mouvement $\frac{nmu^2}{3l}\,dx$; et pour avoir la pression totale sur l'unité de surface de la paroi, il n'y a qu'à faire la somme des quantités de mouvement envoyées par les couches élémentaires comprises entre zéro et l,

$$p = \int_0^l \frac{nmu^2}{3l}\,dx = \frac{nmu^2}{3},$$

ce qui donne bien le résultat connu.

Outre leur vitesse d'agitation, ces molécules possèdent une vitesse de translation que nous pouvons représenter par

$$v_0 - x\frac{dv}{dx},$$

v_0 étant la vitesse au plan de séparation et $\frac{dv}{dx}$ le rapport d'un accroissement infiniment petit de la vitesse à un accroissement infiniment petit de la distance, rapport qui peut être considéré comme constant dans l'intervalle très-petit $0 - l$.

Chaque molécule prend dans la couche où elle arrive de l'autre côté du plan la vitesse des molécules de cette couche

$$v_0 + (l - x)\frac{dv}{dx};$$

elle éprouve donc un accroissement de sa quantité de mouvement égal à

$$m\frac{dv}{dx}\,l;$$

et, comme il passe dans l'unité de temps, à travers l'unité de surface du plan de séparation, $\frac{1}{3}\,n\,dx\,\frac{u}{l}$ molécules venant de la couche x, $x + dx$, la quantité de mouvement à leur fournir est

$$\frac{1}{3}mn\frac{u}{l}\,l\,\frac{dv}{dx}dx.$$

La quantité de mouvement gagnée par toutes les molécules venant de la couche entière d'épaisseur l est

$$\frac{1}{3}mnu\frac{dv}{dx}\int_0^l dx \quad \text{ou} \quad \frac{1}{3}\,mnul\frac{dv}{dx}.$$

Telle est la mesure de la force de frottement par unité de surface. Le coefficient de frottement, ou le facteur par lequel il faut multiplier $\frac{dv}{dx}$ pour avoir la grandeur de cette force, est donc

$$\frac{1}{3}\,mnul,$$

ou, en mesure absolue,

$$\eta = \frac{1}{3} gmnul,$$

η étant le coefficient relatif à l'unité de masse.

Le produit $nl = \frac{3}{4\pi\rho^2}$ (1) est indépendant de la température et de la pression ; $u = u_0 \sqrt{\frac{T}{273}}$. La constante de frottement est donc indépendante de la pression et proportionnelle à la racine carrée de la température absolue.

Il résulte, en effet, des recherches de Graham, de M. Maxwell et de M. Meyer, ainsi que des mesures récentes de MM. Kundt et Warburg (2), que le frottement d'un même gaz est indépendant de la pression sous laquelle il se trouve ou de sa densité, tant que du moins on n'est pas arrivé à ces degrés de vide auxquels le chemin moyen qu'une molécule parcourt sans obstacle devient comparable à l'épaisseur de la couche frottante, conditions dans lesquelles la théorie précédente ne s'applique plus.

Que, d'autre part, le frottement croisse avec la température, c'est bien ce qui résulte des recherches de M. Maxwell (3) et de M. Meyer (4). Mais M. Maxwell trouve cet accroissement proportionnel à la température absolue et non à la racine carrée de la température. C'est même à cause de cela que, ainsi que je l'ai indiqué plus haut, M. Maxwell a édifié une nouvelle théorie des gaz dans laquelle les molécules ne se meuvent plus indépendantes les unes des autres, mais exercent l'une sur l'autre une répulsion inversement proportionnelle à la cinquième puissance de la distance. A cela M. Meyer a d'abord répondu que les déterminations des coefficients de frottement n'étaient nullement susceptibles d'une exactitude suffisante pour qu'on pût en déduire la

---

(1) VERDET, *Théorie mécanique de la chaleur*, t. II, p. 50.

(2) KUNDT ET WARBURG, *Pogg. Ann.*, 1875, t. CLV, p. 337 et 525 ; et *Journal de Physique*, t. V, p. 118.

(3) MAXWELL, *Phil. Trans.*, 1866, p. 249 ; et *Phil. Mag.*, 1868, 4e série, t. XXXV, p. 129 et 185.

(4) MEYER, *Poggendorff Ann.*, 1865, t. CXXV ; 1866, t. CXXVII ; 1871, t. CXLIII ; et *Journal de Physique*, t. II, p. 268.

fonction de la température qui donne la variation du coefficient. Puis il a cherché cependant à déterminer expérimentalement cette fonction, et il a trouvé un accroissement du coefficient un peu plus rapide que la racine carrée de la température absolue, mais plus lent que la température même : il trouve à peu près

$$\eta = \eta_0 (1 + 0{,}0025\, t),$$

t étant la température mesurée sur l'échelle centigrade. M. Meyer conclut de là que le changement du coefficient n'est pas, en effet, proportionnel à la racine carrée de la température absolue; mais il ne croit pas que l'on doive pour cela renoncer à la théorie élémentaire des gaz. On devrait plutôt, d'après lui, regarder les chemins moyens et par suite les rayons des sphères d'activité des molécules comme dépendant eux-mêmes de la température (1), hypothèse à laquelle Stefan avait déjà été conduit de son côté (2). Le frottement de l'air dans un tube capillaire a conduit également M. Puluj (3) à une variation du coefficient de frottement comprise entre ses deux valeurs théoriques : il trouve en effet

$$\eta = \eta_0 (1 + \alpha t)^{0{,}59}.$$

M. Eilhard Wiedemann a obtenu tout récemment (4) des valeurs de l'exposant n dans l'expression

$$\eta = \eta_0 (1 + \alpha t)^n,$$

différant d'un gaz à l'autre et différant pour un même gaz avec la température. Que n change de l'air à l'acide carbonique ou à l'éthylène, cela n'a rien de très-surprenant et ne touche pas à la théorie ; car la théorie ne convient à proprement parler ni à l'éthylène, ni à l'acide carbonique. Mais la variation de n avec la température dans le cas de l'air (5) nous ramène aux difficultés ren-

---

(1) Il s'agit ici d'une variation à densité constante, indépendante de la variation proportionnelle à la densité dont nous parlerons plus loin.

(2) Wüllner, *Traité de Physique expérimentale*, Leipzig, 1875, t. III, p. 338.

(3) Puluj, *Sitzungsberichte der Wiener Akademie*, 1874, p. 22 et 160, et *Journal de Physique*, t. IV, p. 220.

(4) Eilhard Wiedemann, *Archives de Genève*, 1875, t. LVI, p. 277.

(5) M. Eilhard Wiedemann trouve pour l'air $n = 0{,}73$ entre zéro et 100° et $n = 0{,}67$ entre 100° et 184°,5.

contrées par M. Meyer. Comme, d'autre part, « les moindres erreurs de mesure modifient ces résultats dans des proportions considérables », de nouvelles expériences sont nécessaires pour résoudre la question.

Les mesures actuelles suffisent toutefois pour calculer la longueur l du chemin moyen en fonction de l'unité ordinaire de longueur. Nous avons, en effet, pour l,

$$l = \frac{3\eta}{gmnu},$$

expression dans laquelle tout est connu : η est le coefficient de frottement donné par l'expérience, gmn est le poids de l'unité de volume du gaz, $u = 485000\sqrt{\frac{1+\alpha t}{d}}$ (1).

En utilisant les coefficients de frottement déterminés avec beaucoup de soin par MM. Meyer et Springmühl (2) et confirmés par MM. Kundt et Warburg, on trouve les valeurs suivantes du chemin moyen pour les différents gaz à zéro et sous la pression 760 millimètres :

	mm
Air	0,000090
O	0,000096
Az	0,000089
CO	0,000089
CO^2	0,000062
H	0,000169

Ainsi, pour l'air, le chemin moyen d'une molécule à zéro et sous la pression 760 millimètres est à peu près le $\frac{1}{6}$ de la longueur d'onde de la lumière jaune.

Comme, d'autre part, on a

$$nl = \frac{3}{4\pi\rho^2},$$

c'est-à-dire que le produit du nombre des molécules contenues dans

(1) VERDET, *Théorie mécanique de la chaleur*, t. II, p. 28.

(2) MEYER et SPRINGMUHL, *Pogg. Ann.*, 1873, t. CXLVIII, p. 526; et *Journal de Physique*, t. III, p. 295.

l'unité de volume par le chemin moyen est constant, on voit que le chemin moyen est lui-même inversement proportionnel au nombre des molécules contenues dans l'unité de volume, c'est-à-dire inversement proportionnel à la densité.

La longueur l une fois connue, l'équation de Clausius

$$nl = \frac{3}{4\pi\rho^2}$$

permet d'obtenir une valeur approchée du rayon ρ de la sphère d'activité d'une molécule. Si d'ailleurs on s'imagine les molécules d'un gaz comme des billes élastiques, la sphère décrite du centre d'une molécule avec un rayon égal au diamètre de la molécule étant la surface jusqu'à laquelle doit arriver le centre d'une autre molécule pour qu'il y ait choc, ρ sera le diamètre même des molécules. Pour avoir ce diamètre, on raisonnera comme il suit, d'après M. Loschmidt (1). L'équation de Clausius peut s'écrire

$$\rho = \frac{8n\pi\rho^3}{6} l = 8\varepsilon l,$$

ε étant l'espace qu'occupent réellement les molécules contenues dans l'unité de volume, ou, si l'on veut, le coefficient de condensation idéale du gaz. Si, dans le gaz liquéfié, les molécules contenues dans l'unité de volume remplissaient tout l'espace sans laisser entre elles aucun vide, le coefficient de contraction idéale serait égal au rapport du poids spécifique s du gaz au poids spécifique S du liquide. Mais il est plus que douteux que dans les liquides les molécules soient rapprochées jusqu'au contact, et fussent-elles même ainsi en contact que, supposées sphériques, elles ne rempliraient pas tout l'espace. En posant donc

$$\varepsilon = \frac{s}{S},$$

nous avons une valeur vraisemblablement trop grande de ε et, par suite, la valeur de ρ, déduite de l'équation

$$\rho = 8\frac{s}{S} l,$$

(1) Loschmidt, *Sitzungsberichte der Wiener Akademie*, 1865, t. LII, p. 395.

donne seulement une limite supérieure de la grandeur du diamètre des molécules gazeuses.

Cette formule ne s'applique directement qu'aux gaz que nous connaissons aussi à l'état liquide, comme, par exemple, le protoxyde d'azote, dont la densité à l'état liquide est 1,15 d'après Natterer : pour ce gaz, $l = 0^{mm},000062$; on a donc

$$\rho = 0^{mm},0000008.$$

Pour les gaz permanents, on peut encore obtenir une valeur approchée de ρ en utilisant cette remarque, que le poids spécifique d'un composé chimique ne diffère pas beaucoup du poids calculé au moyen des poids spécifiques des parties constituantes (prises sous le même état d'agrégation que le composé), comme si la combinaison était un simple mélange, c'est-à-dire à l'aide de la formule

$$\frac{P_1}{S_1} + \frac{P_2}{S_2} = \frac{P_1 + P_2}{S},$$

où P_1 et P_2 sont les poids des éléments de densité S_1 et S_2 et S la densité du mélange. Ainsi, si l'on admet pour

Densité de l'oxygène liquide.....	1,60
Densité de l'azote »	1,07
Densité de l'hydrogène »	0,28

cette formule donne les poids spécifiques suivants pour les composés liquides :

	POIDS SPÉCIFIQUES	
	calculé.	observé.
Eau.....	1,06	1,00
Protoxyde d'azote.....	1,22	1,15
Acide hypoazotique.....	1,32	1,45
Acide azotique.....	1,42	1,55
Ammoniaque.....	0,72	0,76

Les densités admises pour l'oxygène, l'azote et l'hydrogène liquides conduisent aux valeurs suivantes de ρ :

	mm
Oxygène.....	0,0000007
Azote.....	0,0000008
Hydrogène.....	0,0000004

Enfin, ρ et l étant ainsi connus, on peut calculer par l'équation même de Clausius le nombre des molécules contenues dans un volume donné de gaz. On trouve qu'un millimètre cube d'air à zéro et sous la pression 760 millimètres renferme environ 4.10^{15} molécules, nombre qui est bien d'accord (quant à l'ordre de grandeur, cela s'entend) avec ceux que l'on peut obtenir par des voies toutes différentes pour le nombre de molécules existant dans un volume donné de matière (1).

(*A suivre.*)