DÉTERMINATION EXPÉRIMENTALE DES ÉLÉMENTS PRINCIPAUX D'UN SYSTÈME OPTIQUE ⁽¹⁾;

(SUITE.)

PAR M. A. CORNU.

II. — *Description succincte d'une expérience.*

J'ai fait construire par M. Duboscq un appareil (*fig. 2*) qui rend ces déterminations extrêmement rapides et faciles : le microscope à long foyer LL' est placé sur un support fixé à l'extrémité d'un banc BB' en fonte rabotée, sur lequel glisse un chariot CC' mobile le long d'une règle divisée; un index muni d'un vernier au dixième permet d'estimer au demi-dixième de millimètre le déplacement du chariot. Le chariot porte un support sur lequel on peut centrer les systèmes optiques à étudier, soit en les adaptant dans le tube TT', soit en les fixant avec de la cire molle sur des pièces additionnelles rentrant dans ce tube.

Fig. 2.

Un collimateur RR', muni d'une fente ou d'un diaphragme portant un réticule, est placé à l'autre extrémité du banc; il dispense, dans les expériences qui n'exigent qu'une précision médiocre, de viser un objet éloigné : il est d'ailleurs facile à enlever. Lorsque le système optique à étudier a été convenablement diaphragmé, centré et fixé sur le chariot, l'expérience complète, avec les vérifications, consiste en six observations analogues :

1° On dirige l'axe optique principal de l'appareil sur un objet situé à une distance connue approximativement et égale à plusieurs centaines de fois la distance focale du système étudié et l'on fait

(¹) Voir p. 276.

voyager le chariot jusqu'à ce que l'image de cet objet formée par le système optique vienne se faire au foyer φ , au plan de visée du microscope LL' , c'est-à-dire lorsque l'image nette et redressée de l'objet sera en coïncidence avec le plan du réticule. La précision de cette coïncidence dépend évidemment de la perfection de l'image visée et de la construction du microscope; on l'augmente jusqu'à une certaine limite, en accroissant le pouvoir de l'oculaire du microscope et en plaçant un verre rouge en arrière de cet oculaire. Lorsque la coïncidence de l'image est aussi parfaite que possible, on lit la position de l'index sur la règle : soit z'_0 la lecture ou mieux la moyenne de plusieurs lectures faites en amenant le chariot par des mouvements de sens inverse.

2° On rapproche le chariot jusqu'à ce que le point tracé sur la surface la plus voisine soit perçu nettement dans le microscope; on lit la nouvelle position de l'index : soit z'_1 cette lecture ou moyenne de lectures.

3° On rapproche encore davantage le chariot, jusqu'à voir distinctement dans le microscope le point tracé sur la surface opposée du système : soit z'_2 la nouvelle position de l'index; si l'objet visé est suffisamment éloigné, on a

$$d' = z'_1 - z'_0, \quad d' + \varepsilon' = z'_2 - z'_0,$$

sinon on effectue la correction de la lecture z'_0 dans le sens voulu (on a vu plus haut qu'il n'y a aucune hésitation possible), et les formules restent les mêmes.

4°, 5° et 6° On retourne le système optique bout pour bout, et l'on fait les trois lectures analogues z_0, z_1, z_2 . On a alors

$$d = z_1 - z_0, \quad d + \varepsilon = z_2 - z_0,$$

d'où l'on conclut

$$f^2 = + (z_1 - z_0) (z'_2 - z'_0), \quad f^2 = - (z'_1 - z'_0) (z_2 - z'_0).$$

Les deux valeurs de f^2 doivent être les mêmes, ce qui fournit la vérification indiquée plus haut.

On met ici le signe $+$, car le retournement bout pour bout du système change le sens des valeurs positives pour chaque foyer principal.

EXEMPLES NUMÉRIQUES.

1° *Objectif achromatique d'une petite lunette astronomique.*
 — On visait un objet situé à 340^m environ. Les divisions d de l'échelle qui mesure le déplacement du chariot sont des centimètres.

Lectures de l'échelle.

$$\begin{aligned} \text{Position directe} \begin{cases} z'_0 = 29,78, & \text{visée sur l'objet éloigné,} \\ \text{ou normale de} & \begin{cases} z'_1 = 2,38, & \text{visée sur la surface voisine,} \\ \text{l'objectif....} & \begin{cases} z'_2 = 1,94, & \text{visée sur la surface opposée.} \end{cases} \end{cases} \\ \text{Position inverse} \begin{cases} z_0 = 33,66, \\ z_1 = 5,85, \\ z_2 = 5,40. \end{cases} \end{aligned}$$

La distance focale approchée $z'_0 - z'_1$ est 27^d ou 0^m, 27 : la correction du foyer de l'infini est donc $27^d \times \frac{0,27}{340} = 0^d, 0214$ ou 0^d, 02. Quant au sens de la correction de z'_0 , il est tel que la distance du foyer à la surface voisine est diminuée ; il faut donc diminuer z'_0 et z_0 de 0,02, ce qui revient à augmenter numériquement de 0,02 toutes les différences calculées :

$$\begin{aligned} z'_1 - z'_0 &= -27,40, & z_1 - z_0 &= -27,40, \\ z_2 - z_0 &= -28,76, & z'_2 - z'_0 &= -28,76. \end{aligned}$$

Ajoutant 0,02 et effectuant les produits, il vient respectivement pour f^2 les nombres 775,34 et 775,44, dont les racines carrées f sont 27,845 et 27,847 : la concordance est donc très-satisfaisante.

L'intérêt de cette détermination exacte de la distance focale d'un objectif astronomique est de connaître *a priori* la valeur angulaire des divisions d'un micromètre quelconque, placé en un foyer conjugué quelconque de l'objectif. En Astronomie, on arrive à une détermination analogue par l'observation des étoiles circompolaires ; mais c'est un artifice qu'il n'est pas facile d'employer et qui, en tout cas, ne s'applique qu'au foyer principal.

Remarque. — Dans le cas des systèmes optiques peu épais, on

peut simplifier le calcul numérique précédent; car la moyenne arithmétique de deux nombres très-voisins ne diffère pas de leur moyenne géométrique que l'on doit calculer.

En effet, prenant la moyenne des différences $z_1 - z_0$ et $z'_2 - z'_0$ d'une part et $z'_1 - z'_0$ et $z_2 - z_0$ de l'autre, il vient respectivement $-27,825$ et $-27,83$; ajoutant la correction $-0,02$, on obtient $27,845$ et $27,850$, dont l'un est identique, l'autre presque identique aux valeurs trouvées par le calcul direct.

Il reste à calculer la position des points nodaux : ces points sont situés à des distances des foyers principaux égales à $f' = 27,85$; si l'on veut les rapporter aux surfaces de l'objectif, il suffit de retrancher f de la distance des foyers principaux aux surfaces voisines.

	Position directe de l'objectif.		Position inverse de l'objectif.
z'_0 corrigé.....	29,76	z_0 corrigé...	33,64
z'_1	2,38	z_1	5,85
Distance du foyer principal à la surface voisine.	27,38		27,79
Distance focale princip.	27,85		27,85
Distance du point nodal correspondant.....	$0^d, 47$		$0,06$

Les deux points nodaux sont tous deux à l'intérieur de l'objectif : l'un à $4^{\text{mm}}, 7$ de la surface la plus voisine du foyer, l'objectif étant dans sa position normale, l'autre à $0^{\text{mm}}, 6$ de la surface extérieure de l'objectif.

Cette inégalité n'a rien qui doive étonner, car la forme de l'objectif est celle d'une lentille plan convexe; si, au lieu d'être composé de deux verres de nature différente, collés ensemble, l'objectif était composé de deux verres de même nature, le centre optique de la lentille unique, ainsi formée, serait situé exactement sur le sommet de l'unique face courbe et celui des points nodaux, qui en est l'image vue à travers cette face, coïnciderait avec lui. La diversité des verres, flint et crown, n'a donc que peu altéré cette propriété de la lentille simple plan convexe.

Enfin la mesure directe de l'épaisseur de l'objectif ayant donné $0^d, 67$, il en résulte que les deux points sont situés intérieurement

à la lentille à une distance égale à $0,67 - 0,47 = 0,06 = 0,14$ ou $1^{\text{mm}},4$; ils occupent, relativement aux points focaux principaux et aux sommets des surfaces extérieures de l'objectif, la position indiquée plus haut sur la *fig. 1*.

Il est bon d'indiquer ici une vérification, qui, sans être nécessaire, est toujours bonne à essayer dans les cas où elle est particulièrement simple. La détermination des points focaux et nodaux, par rapport aux surfaces extérieures du système optique, n'exige pas la connaissance de la distance de ces surfaces, parce que les images formées de part et d'autre de l'appareil optique forment deux groupes indépendants; il n'en est pas de même lorsqu'on veut calculer la distance des deux points nodaux, par exemple, pour se rendre compte de leur position relative. Il existe une relation entre cette distance et l'épaisseur du système optique. Cette relation est plus ou moins complexe suivant la composition de ce système; dans le cas d'une lentille plan-convexe, homogène, la simplicité est très-grande: l'un des points nodaux qui coïncide avec le centre optique de la lentille est situé sur la surface convexe; l'autre, image de ce point à travers la surface plane de la lentille, sous une incidence voisine de l'incidence normale, est situé dans l'intérieur du milieu réfringent, à une distance de la surface égale à $\frac{e}{n}$, e étant l'épaisseur de la lentille et n son indice de réfraction. Présentement, l'épaisseur de l'objectif est de $0,67$; son indice de réfraction *moyen* est environ $1,55$ (car le flint et le crown, dont le pouvoir dispersif est très-différent, ont des indices assez voisins); l'un des points nodaux doit être à $\frac{0,67}{1,55}$ ou $0,43$ de la surface plane: l'expérience a donné $0,47$.

Ce calcul, qui n'est qu'approximatif, donne donc, sinon une vérification théorique, du moins la preuve qu'il n'y a aucune erreur matérielle appréciable dans le calcul ni dans les mesures.

La vérification rigoureuse pour un objectif composé se ferait d'ailleurs sans difficulté, si l'on prenait la peine de déterminer séparément les éléments principaux des deux lentilles qui le composent, et de calculer la position des points principaux du système.

2° *Objectif photographique double à portraits de M. Darlot.*— Cet objectif, composé de quatre verres suivant la construction

usuelle, a été diaphragmé intérieurement à 28^{mm} ; l'objet visé était situé environ à 60^m de l'appareil :

$$\begin{array}{l} \text{Position directe} \left\{ \begin{array}{ll} z'_0 = 28,68, & \text{visée sur l'objet éloigné,} \\ \text{ou normale de} & z'_1 = 17,13, \text{ visée sur la surface voisine,} \\ \text{l'objectif} \dots\dots & z'_2 = 7,59, \text{ visée sur la surface opposée.} \end{array} \right. \\ \\ \text{Position inverse.} \left\{ \begin{array}{l} z_0 = 30,76, \\ z_1 = 18,50, \\ z_2 = 8,43. \end{array} \right. \end{array}$$

Ici l'épaisseur du système optique (7^d, 65) ne permet pas de prendre la distance du foyer des objets lointains à la surface comme distance focale principale : on calculera d'abord une valeur approchée de cette distance focale en négligeant la correction, d'ailleurs très-petite, et l'on reprendra le calcul avec la valeur calculée de la correction des foyers z_0, z'_0 :

$$\begin{array}{ll} z_1 - z'_0 = -11,55, & z'_1 - z_0 = -12,26, \\ z_2 - z'_0 = -22,33, & z'_2 - z'_0 = -21,09. \end{array}$$

On ne pourrait pas non plus substituer la moyenne arithmétique à la moyenne géométrique des données, à cause de la grande différence des deux nombres, pour le calcul exact de la distance focale ; mais, comme il ne s'agit que de la valeur approchée nécessaire pour calculer une correction très-petite, cette approximation suffit provisoirement et l'on peut prendre 16^d, 9 ou 16,8 pour distance focale principale : la correction $16,8 \times \frac{16,8}{6000} = 0^d, 047 = 0,05$ à retrancher de z_0 et z'_0 ou à ajouter numériquement aux différences. On en déduit

$$f^2 = 11,50 \times 22,28 = 256,22 \quad \text{et} \quad f^2 = 12,21 \times 21,04 = 256,90,$$

et par suite les deux valeurs

$$f = 16,007 \quad \text{et} \quad f = 16,028.$$

A l'aide de ces valeurs on peut calculer de nouveau la correction

$\frac{(16,0)^2}{600} = 0,043$, c'est-à-dire 0,04 au lieu de 0,05 qui avait été adopté. On n'a pas besoin de recommencer le calcul : il suffit d'ajouter 0,01 aux deux valeurs de f , ainsi que le prouverait le calcul direct :

$$f = 16,017 \quad \text{et} \quad f = 16,038.$$

Mais, comme on arrive à la limite d'exactitude utile, cette nouvelle correction n'a pas grande importance.

L'intérêt de cette détermination exacte de la longueur focale de cet objectif est la connaissance *a priori* de la position des foyers conjugués correspondant à une réduction ou à une amplification donnée des images à reproduire.

La distance des points nodaux s'obtiendra, comme précédemment, en retranchant f de la distance du point focal principal à la surface.

	Position directe.		Position inverse.
z'_0 corrigé.....	$28,64^d$	z_0 corrigé...	$30,72^d$
z'_1	$17,13$	z_1	$18,50$
	<hr/>		<hr/>
	11,51		12,22
Distance du foyer principal			
à la surface voisine f . . .	$16,03$		$16,03$
	<hr/>		<hr/>
Distance du point nodal à la			
surface voisine.....	$-4,52$		$-3,81$

Les deux points nodaux sont à l'intérieur du système optique : la somme de leurs distances aux surfaces $4^d,52 + 3^d,81 = 8^d,33$ étant plus grande de $0^d,68$ que la distance des surfaces $7^d,65$, il en résulte que les points nodaux sont *croisés*, c'est-à-dire que, contrairement à la disposition de la *fig. 1*, le point nodal et son foyer correspondant ne sont pas voisins, mais contiennent dans leur intervalle le point nodal correspondant à l'autre foyer.

3° *Objectif faible de microscope (numéro zéro de M. Véric).*

— Il est composé de deux lentilles achromatiques de dimension et de composition différentes.

Objet visé situé à 340^m de l'objectif :

Position directe de l'objectif (fonctionnement normal). $\left\{ \begin{array}{ll} z'_0 = 10,73, & \text{visée sur l'objet éloigné,} \\ z'_1 = 8,75, & \text{visée sur la surface voisine,} \\ z'_2 = 7,14, & \text{visée sur la surface opposée.} \end{array} \right.$

Position inverse. $\left\{ \begin{array}{l} z_0 = 8,37, \\ z_1 = 6,34, \\ z = 4,69. \end{array} \right.$

La distance focale principale n'est que de 2 ou 3 centimètres : l'objet visé est ainsi à plus de mille fois la distance focale de l'objectif : la correction des points z_0, z'_0 , égale à $0^d,002$ ou $0^d,003$, est donc négligeable à l'ordre d'approximation de ces mesures. On en déduit

$$\begin{array}{ll} z'_1 - z'_0 = -1,98, & z_1 - z_0 = -2,03, \\ z_2 - z_0 = -3,68, & z'_2 - z'_0 = -3,59, \end{array}$$

d'où les deux valeurs de f^2 , 7,2864 et 7,2877, dont les racines carrées sont respectivement 2,699 et 2,700.

Les points nodaux présentent cette particularité d'être presque confondus, ainsi que le prouve leur détermination numérique :

	Position directe.		Position inverse.
z'_0	$10,73$	z^d	$8,37$
z'_1	$8,75$	z_1	$6,34$
	<u>1,98</u>		<u>2,03</u>
Distance du foyer principal			
à la surface voisine f	$2,70$		$2,70$
	<u>-0,72</u>		<u>-0,67</u>

Les points nodaux sont, comme on le voit, dans l'intérieur du système ; la somme de leur distance à la surface voisine est $1^d,39$ et est inférieure de $0^d,05$ à l'épaisseur $1^d,44$ de l'objectif : ils sont donc situés à un demi-millimètre. En écartant les deux objectifs qui composent ce système on diminuerait encore cette distance : on parviendrait ainsi à la rendre nulle et même négative, comme dans l'objectif photographique cité plus haut.