HAL
open science

Contribution de la partie imaginaire de l'amplitude de l'effet Delbruck à la diffusion élastique des photons

Paul Kessler

To cite this version:

Paul Kessler. Contribution de la partie imaginaire de l'amplitude de l'effet Delbruck à la diffusion élastique des photons. Journal de Physique et le Radium, 1958, 19 (10), pp.739-744. 10.1051/jphysrad:019580019010073900 . jpa-00235923

HAL Id: jpa-00235923

https://hal.science/jpa-00235923

Submitted on 4 Feb 2008

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

CONTRIBUTION DE LA PARTIE IMAGINAIRE DE L'AMPLITUDE DE L'EFFET DELBRUCK A LA DIFFUSION ÉLASTIQUE DES PHOTONS

Par M. PAUL KESSLER,
Laboratoire de Physique Atomique et Moléculaire du Collège de France.

Résumé. — Nous avons établi l'expression de la partie imaginaire de l'amplitude de l'effet Delbruck (diffusion élastique d'un photon par le champ électrique des noyaux) sous forme de deux intégrales quintuples, correspondant aux deux états possibles de polarisation du photon. Un calcul approché de ces intégrales a ensuite été effectué pour une énergie du photon de 2,62 MeV et quatre valeurs de l'angle de diffusion, à l'aide d'un ordinateur IBM 650.

Abstract. — We have calculated an expression for the imaginary part of the amplitude of the Delbruck effect (elastic scattering of a photon by the electric field of nuclei). This expression is given in the form of two five-fold integrals, corresponding to the two possible polarization states of the photon. An approximate calculation of these integrals has then been made for a photon energy of 2,62 MeV and four different values of the scattering angle, with the help of an IBM 650 computing machine.

Introduction. — Des expériences récentes sur la diffusion élastique des rayons γ par les noyaux [1] paraissent permettre une mise en évidence de l'effet Delbruck. Cet effet, prédit depuis 1933 [2] correspond à la diffusion des γ par le champ électrique des noyaux ; ou de façon plus précise, à une diffusion photon par photon, où l'un est le photon réel et l'autre le photon virtuel associé au champ coulombien.

Le calcul de ce processus du quatrième ordre, correspondant à l'ensemble des trois diagrammes de la figure 1, est extrêmement compliqué et n'a

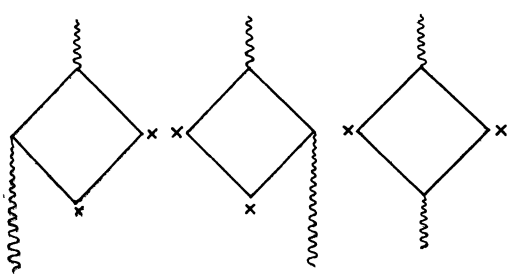

FIG. 1.

encore été entrepris que pour deux cas particuliers : le cas de la diffusion en avant (angle de diffusion nul) [3], et le cas de la diffusion à très haute énergie sous des angles très faibles [4].

Cependant, il nous est apparu, à la lumière des résultats des expériences citées [1] qu'un calcul limité à la partie imaginaire de l'amplitude de l'effet Delbruck, pouvait éventuellement suffire à nous apporter les informations recherchées. En effet, dans ces expériences portant sur des γ de 2,62 MeV diffusés élastiquement dans le plomb, les sections efficaces trouvées à différents angles se situent systématiquement au-dessus de la courbe théorique correspondant à l'addition des effets Thomson (diffusion par le noyau, limitée au second ordre) et Rayleigh (diffusion par les électrons périphériques). Or, si l'on se base sur les calculs faits pour la diffusion en avant, on peut s'attendre à ce que la partie réelle de l'amplitude de l'effet Delbruck donne plutôt une contribution négative à la section totale (par interférence destructive avec les effets Rayleigh et Thomson), la partie imaginaire au contraire une contribution positive. Ces considérations justifient l'intérêt que nous portons à la partie imaginaire. Comme nous allons le montrer, le calcul de celle-ci nous est facilité par l'emploi d'une méthode qui associe l'effet Delbruck au phénomène de production de paires.

Exposé de la méthode. — Notre procédé consiste à établir une formule analogue au « théorème optique » (relation de Bohr-Peierls-Placzek), qui met en rapport, d'une manière classique, la partie imaginaire de l'amplitude de diffusion vers l'avant d'une onde monochromatique dans un milieu diffuseur quelconque, avec la section efficace totale pour le phénomène d'absorption associé :

$$\left\{ a_{\mathrm{im}}^{\mathrm{diff}}(\omega, \theta) \right\}_{\theta=0} = \frac{\omega}{4\pi} \sigma^{\mathrm{abs}}(\omega),$$

où ω est la fréquence de l'onde, θ l'angle de diffusion ; notons que la formule n'est valable sous cette forme que pour $\sigma^{\mathrm{diff}}(\omega) \ll \sigma^{\mathrm{abs}}(\omega)$.

Ici le processus d'absorption associé à la diffusion Delbruck est la création de paires électron-positron dans le champ coulombien. La formule ci-dessus a été effectivement appliquée pour obtenir la partie imaginaire de l'amplitude de l'effet Delbruck vers l'avant [3].

Article published online by EDP Sciences and available at http://dx.doi.org/10.1051/jphysrad:019580019010073900

Nous cherchons à généraliser le théorème pour un angle de diffusion quelconque. Pour cela, nous écrivons, utilisant la formule bien connue du calcul des perturbations au second ordre :

$$H^{\mathrm{D}}(\vec{k}_{\mathrm{i}}, \vec{k}_{\mathrm{f}}) = \int \sum_{s,s'} \frac{H^{\mathrm{P}}(\vec{k}_{\mathrm{i}})\, H^{\mathrm{P}*}(\vec{k}_{\mathrm{f}})}{k - E - E'}\, p^2\, \mathrm{d}p\, \mathrm{d}\Omega\, p'^2\, \mathrm{d}p'\, \mathrm{d}\Omega'.$$

Dans cette formule, H^{D} et H^{P} sont respectivement les éléments de matrice de l'hamiltonien d'interaction correspondant à l'effet Delbruck et à la production d'une paire ($H^{\mathrm{P}*}$ correspond à l'annihilation de la paire). Les quantités (E, p, Ω, s) et (E', p', Ω', s') définissent l'énergie, le moment, l'angle solide et le spin de l'électron et du positron respectivement ; les indices i et f se rapportent à l'état initial et à l'état final du photon d'énergie k. Les H^{P} sont évidemment fonctions des diverses variables caractéristiques de l'électron et du positron.

Le terme du second membre représente une sommation sur tous les états intermédiaires tels que le photon incident se trouve absorbé, et que sont présents un électron et un positron d'énergies quelconques (*fig.* 2*a*). (Remarquons que dans ce

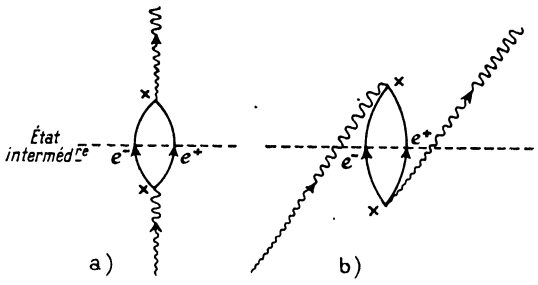

Fig. 2.

formalisme l'énergie totale n'est pas conservée à l'état intermédiaire, par contre les relations énergie-moment sont conservées pour toutes les particules.)

En toute rigueur, il faut ajouter au second membre un deuxième terme, correspondant au processus où l'émission du photon final précède l'absorption du photon initial (*fig.* 2*b*). Pour plus de simplicité, nous n'écrivons pas ce deuxième terme ; nous nous contentons de remarquer qu'il se déduit du premier en permutant $\vec{k}_i$ et $\vec{k}_f$ et en changeant k en $-k$ au dénominateur.

Nous allons montrer maintenant que la quantité

$$I(E, E') = \int \sum_{s,s'} H^{\mathrm{P}}(\vec{k}_{\mathrm{i}})\, H^{\mathrm{P}*}(\vec{k}_{\mathrm{f}})\, \mathrm{d}\Omega\, \mathrm{d}\Omega'$$

est purement réelle pour toute valeur de E et E'.

Pour la simplicité de l'écriture, nous grouperons les coordonnées de spin et les coordonnées angulaires de l'électron et du positron sous un indice unique j, et nous écrirons de façon schématique :

$$I(E, E') = \sum_{\mathrm{j}} H(\mathrm{i}, \mathrm{j})\, H^*(\mathrm{f}, \mathrm{j}).$$

Il suffit de montrer que : $I = I^*$.

Pour cela, nous définissons un plan $\mathcal{P}$ passant par le centre de l'atome diffuseur et parallèle aux vecteurs $\vec{k}_i + \vec{k}_f$ et $\vec{k}_i \times \vec{k}_f$. L'atome, présentant une symétrie sphérique, a évidemment $\mathcal{P}$ pour plan de symétrie. Ceci permet d'écrire :

$$H(i, j)\, H^*(f, j) = H(\bar{\mathrm{i}}, \bar{\mathrm{j}})\, H^*(\bar{\mathrm{f}}, \bar{\mathrm{j}})$$

où $\bar{\mathrm{i}}$ et $\bar{\mathrm{f}}$ définissent le symétrie par rapport à $\mathcal{P}$ de toutes les coordonnées (y compris la polarisation) du photon initial et du photon final, $\bar{\mathrm{j}}$ la symétrie par rapport à $\mathcal{P}$ de toutes les coordonnées (spins compris) de la paire électron-positron désignée par j.

Tout ceci est représenté schématiquement par la figure 3 (en projection sur le plan de diffusion).

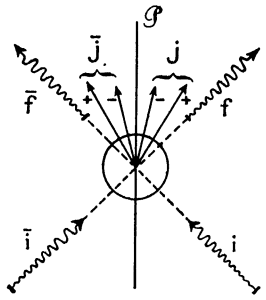

Fig. 3.

Comme nous le montrons plus loin, il faut distinguer deux cas : *a*) la polarisation du photon initial et celle du photon final sont parallèles au plan de diffusion ; *b*) la polarisation initiale et finale est perpendiculaire au plan de diffusion. On remarque alors immédiatement (H étant une fonction linéaire de la polarisation) :

$$H(\bar{\mathrm{i}}, \bar{\mathrm{j}}) = \pm H(\mathrm{f}, \bar{\mathrm{j}})\ ; \quad H(\bar{\mathrm{f}}, \bar{\mathrm{j}}) = \pm H(\mathrm{i}, \bar{\mathrm{j}}),$$

le signe + ou — correspondant respectivement à la polarisation perpendiculaire ou parallèle. D'où :

$$H(\mathrm{i}, \mathrm{j})\, H^*(\mathrm{f}, \mathrm{j}) = H(\mathrm{f}, \bar{\mathrm{j}})\, H^*(\mathrm{i}, \bar{\mathrm{j}})$$

et

$$I(E, E') = \sum_{\mathrm{j}} H(\mathrm{i}, \mathrm{j})\, H^*(\mathrm{f}, \mathrm{j}) = \sum_{\bar{\mathrm{j}}} H(\mathrm{f}, \bar{\mathrm{j}})\, H^*(\mathrm{i}, \bar{\mathrm{j}})$$

$$= \sum_{\mathrm{j}} H(\mathrm{f}, \mathrm{j})\, H^*(\mathrm{i}, \mathrm{j}) = I^*(E, E').$$

Il en résulte que l'on peut partager H^{D} en une partie purement réelle et une partie purement imaginaire, comme suit (à condition s'ajouter un

terme infiniment petit — $i\varepsilon$ au dénominateur sous le signe somme) :

$$H^{\mathrm{D}}_{\mathrm{re}}(\vec{k}_{\mathrm{i}}, \vec{k}_{\mathrm{f}}) = Pf \int \frac{1}{k - E - E'} I(E, E')\, p^2\, \mathrm{d}p\, p'^2\, \mathrm{d}p'$$

$$i H^{\mathrm{D}}_{\mathrm{im}}(\vec{k}_{\mathrm{i}}, \vec{k}_{\mathrm{f}}) = i\pi \int \delta(k - E - E')\, I(E, E')\, p^2\, \mathrm{d}p\, p'^2\, \mathrm{d}p'.$$

Le terme correspondant à la figure 2*b* vient s'ajouter à la partie purement réelle.

D'où l'expression suivante pour la partie imaginaire de l'amplitude de l'effet Delbruck :

$$a^{\mathrm{D}}_{\mathrm{im}}(\vec{k}_{\mathrm{i}}, \vec{k}_{\mathrm{f}}) = 4\pi^3 k$$
$$\int \delta(k - E - E') \sum_{s,s'} H^{\mathrm{P}}(\vec{k}_{\mathrm{i}})\, H^{\mathrm{P}*}(\vec{k}_{\mathrm{f}})\, p^2\, \mathrm{d}p\, p'^2\, \mathrm{d}p'\, \mathrm{d}\Omega\, \mathrm{d}\Omega'.$$

Notons que nous pouvons donner une démonstration différente, basée sur l'unitarité de la matrice **S**, pour établir cette expression.

En définissant la « matrice de transition » **T** par : $\mathbf{S} = \mathbf{1} + i\mathbf{T}$, l'unitarité de **S** a pour conséquence la relation :

$$i(\mathbf{T} - \mathbf{T}^*) + \mathbf{T}\mathbf{T}^* = 0.$$

D'où :

$$Im(\mathbf{T}) = -\frac{i}{2}(\mathbf{T} - \mathbf{T}^*) = \frac{1}{2}\mathbf{T}\mathbf{T}^*$$

et si l'on considère un élément de matrice $\mathbf{T}_{\mathrm{if}}$:

$$Im(\mathbf{T}_{\mathrm{if}}) = \frac{1}{2}\sum_{\mathrm{j}} \mathbf{T}_{\mathrm{ij}}(\mathbf{T}^*)_{\mathrm{jf}}.$$

Si $\mathbf{T}_{\mathrm{if}}$ représente la diffusion Delbruck, et si l'on se borne au quatrième ordre, il est évident que $\mathbf{T}_{\mathrm{ij}}$ et $(\mathbf{T}^*)_{\mathrm{jf}}$ correspondent à la production et à l'annihilation d'une paire électron-positron. Compte tenu de :

$$\mathbf{T}_{\mathrm{if}} = 2\pi\delta(E_{\mathrm{i}} - E_{\mathrm{f}})\, H^{\mathrm{D}}(\vec{k}_{\mathrm{i}}, \vec{k}_{\mathrm{f}})\ ;$$

$$\mathbf{T}_{\mathrm{ij}} = 2\pi\delta(\mathrm{E}_{\mathrm{i}} - \mathrm{E}_{\mathrm{j}})\, H^{\mathrm{P}}(\vec{k}_{\mathrm{i}})\ ;$$

$$(\mathbf{T}^*)_{\mathrm{jf}} = 2\pi\delta(E_{\mathrm{j}} - E_{\mathrm{f}})\, H^{\mathrm{P}*}(\vec{k}_{\mathrm{f}}),$$

on retrouve bien la formule obtenue plus haut pour la partie imaginaire.

Calcul de a^{D} im.—L'élément de matrice $H^{\mathrm{P}}(\vec{k}_{\mathrm{i}})$ se compose de deux termes correspondant aux deux diagrammes de Feyman indiqués par la figure 4.

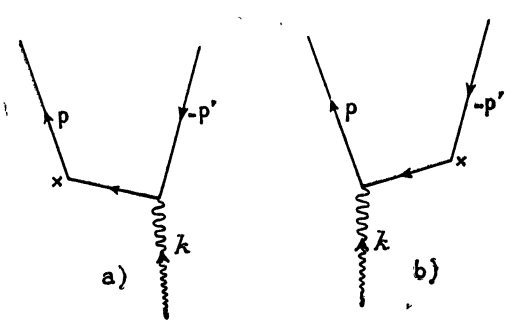

FIG. 4.

Une remarque s'impose avant d'écrire ces termes : Un calcul exact nécessiterait l'emploi de fonctions d'onde coulombiennes pour décrire l'électron et le positron ; mais cela nous entraînerait à des complications mathématiques très considérables. Nous utiliserons donc des ondes planes, ce qui revient à nous contenter de l'approximation de Born. *A priori*, il est vrai que cette approximation n'est pas très légitime pour le problème considéré où $Z\alpha \approx 1$. Cependant, nous pouvons admettre que la méthode de Born nous fournira tout de même un bon ordre de grandeur ; il a été montré en effet qu'elle donne une approximation à environ 20 % près dans le calcul des sections efficaces de production de paires dans la région d'énergie considérée [5].

Appliquant les règles bien connues de Feymann aux diagrammes de la figure 4, nous avons (en prenant $\hbar = c = 1$) :

$$H^{\mathrm{P}}(\vec{k}_{\mathrm{i}}) = i\frac{Z\alpha^{3/2}}{4\pi^3}\frac{m}{\sqrt{kEE'}}\frac{1}{(\vec{q}_{\mathrm{i}})^2}\bar{u}(Q^a_{\mathrm{i}} + Q^b_{\mathrm{i}})\, v',$$

où :

m est la masse de l'électron ;

u, v' sont les spineurs représentant l'électron et le positron respectivement ($\bar{u} = u^+\gamma^0$) ;

$$\mathbf{q}_{\mathrm{i}} = \mathbf{k}_{\mathrm{i}} - \mathbf{p} - \mathbf{p}'\ ;$$

$$Q^a_{\mathrm{i}} = \gamma^0 \frac{m + \boldsymbol{\gamma}.(\mathbf{k}_{\mathrm{i}} - \mathbf{p}')}{m^2 - (\mathbf{k}_{\mathrm{i}} - \mathbf{p}')^2}\boldsymbol{\gamma}.\boldsymbol{\epsilon}_{\mathrm{i}}\ ;$$

$$Q^b_{\mathrm{i}} = \boldsymbol{\gamma}.\boldsymbol{\epsilon}_{\mathrm{i}} \frac{m + \boldsymbol{\gamma}.(\mathbf{p} - \mathbf{k}_{\mathrm{i}})}{m^2 - (\mathbf{p} - \mathbf{k}_{\mathrm{i}})^2}\gamma^0\ ;$$

$\boldsymbol{\epsilon}_{\mathrm{i}}$ est le quadrivecteur polarisation du photon initial. Utilisant les relations :

$$\mathbf{p}^2 = \mathbf{p}'^2 = m^2\ ; \quad \mathbf{k}_{\mathrm{i}}^2 = 0\ ; \quad \mathbf{k}_{\mathrm{i}}\,\boldsymbol{\epsilon}_{\mathrm{i}} = 0,$$

d'autre part la propriété suivante des matrices γ :

$$(\boldsymbol{\gamma}.\mathbf{a})(\boldsymbol{\gamma}.\mathbf{b}) = -(\boldsymbol{\gamma}.\mathbf{b})(\boldsymbol{\gamma}.\mathbf{a}) + 2\mathbf{a}.\mathbf{b},$$

et enfin l'équation de Dirac :

$$(\boldsymbol{\gamma}.\mathbf{p}' + m)\, v' = 0\ ; \qquad \bar{u}(-\boldsymbol{\gamma}.\mathbf{p} + m) = 0,$$

nous aurons :

$$Q^a_{\mathrm{i}} = (2\mathbf{k}_{\mathrm{i}}.\mathbf{p}')^{-1}\gamma^0[(\boldsymbol{\gamma}.\mathbf{k}_{\mathrm{i}})(\boldsymbol{\gamma}.\boldsymbol{\epsilon}_{\mathrm{i}}) - 2\mathbf{p}'.\boldsymbol{\epsilon}_{\mathrm{i}}]$$

$$Q^b_{\mathrm{i}} = (2\mathbf{k}_{\mathrm{i}}.\mathbf{p})^{-1}\gamma^0[(\boldsymbol{\gamma}.\mathbf{k}_{\mathrm{i}})(\boldsymbol{\gamma}.\boldsymbol{\epsilon}_{\mathrm{i}}) + 2\mathbf{p}.\boldsymbol{\epsilon}_{\mathrm{i}}].$$

Nous avons d'autre part :

$$H^{\mathrm{P}*}(\vec{k}_{\mathrm{f}}) = -i\frac{Z\alpha^{3/2}}{4\pi^3}\frac{m}{\sqrt{kEE'}}\frac{1}{(\vec{q}_{\mathrm{f}})^2}\bar{v}'(\overline{Q^a_{\mathrm{f}}} + \overline{Q^b_{\mathrm{f}}})\, u,$$

où :

$$\mathbf{q}_{\mathrm{f}} = \mathbf{k}_{\mathrm{f}} - \mathbf{p} - \mathbf{p}'\ ;$$

$$\bar{v}' = v'^+\gamma^0\ ; \qquad \overline{Q^a_{\mathrm{f}}} = \gamma^0 Q^{a+}_{\mathrm{f}}\gamma^0\ ; \qquad \overline{Q^b_{\mathrm{f}}} = \gamma^0 Q^{b+}_{\mathrm{f}}\gamma^0,$$

et :

$$Q_f^a = (2\mathbf{k}_f.\mathbf{p}')^{-1}\,\gamma^0[(\boldsymbol{\gamma}.\mathbf{k}_f)\,(\boldsymbol{\gamma}.\boldsymbol{\epsilon}_f) - 2\mathbf{p}'.\boldsymbol{\epsilon}_f]$$

$$Q_f^b = (2\mathbf{k}_f.\mathbf{p})^{-1}\,\gamma^0[(\boldsymbol{\gamma}.\mathbf{k}_f)\,(\boldsymbol{\gamma}.\boldsymbol{\epsilon}_f) + 2\mathbf{p}.\boldsymbol{\epsilon}_f].$$

En effectuant le produit $H^{\mathrm{P}}(\vec{k}_i)\,H^{\mathrm{P}*}(\vec{k}_f)$ et en sommant sur les spins de l'électron et du positron suivant un processus bien connu, on obtient :

$$\sum_{s,s'} H^{\mathrm{P}}(\vec{k}_i)\,H^{\mathrm{P}*}(\vec{k}_f) = \frac{Z^2\,\alpha^3}{16\,\pi^6}\,\frac{m^2}{kEE'}\,\frac{1}{(\vec{q}_i)^2\,(\vec{q}_f)^2}$$

$$\times\ \mathrm{Tr}\left[(Q_i^a + Q_i^b)\,\frac{\boldsymbol{\gamma}.\mathbf{p}' - m}{2m}\,\gamma^0\,(Q_f^a + Q_f^b)^+\,\gamma^0\,\frac{\boldsymbol{\gamma}.\mathbf{p} + m}{2m}\right].$$

D'où :

$$a_{\mathrm{im}}^{\mathrm{D}}(\vec{k}_i, k_f) = \frac{Z^2\,\alpha^3}{16\,\pi^3}$$

$$\int \frac{1}{EE'(\vec{q}_i)^2\,(\vec{q}_f)^2}\,X\,\delta(k - E - E')\,p^2\,\mathrm{d}p\,p'^2\,\mathrm{d}p'\,\mathrm{d}\Omega\,\mathrm{d}\Omega',$$

avec :

$$X = \mathrm{Tr}\,[(Q_i^a + Q_i^b)\,(\boldsymbol{\gamma}.\mathbf{p}' - m)\,\gamma^0(Q_f^a + Q_f^b)^+\,\gamma^0(\boldsymbol{\gamma}.\mathbf{p} + m]).$$

Tenant compte de :

$$\alpha = mr_0\,; \qquad p\,\mathrm{d}p = E\,\mathrm{d}E\,; \qquad p'\,\mathrm{d}p' = E'\,\mathrm{d}E'$$

on peut écrire :

$$a_{\mathrm{im}}^{\mathrm{D}}(\vec{k}_i, \vec{k}_f) = \frac{Z^2\,\alpha^2}{16\,\pi^3}\,r_0 \int \frac{mpp'\,\mathrm{d}E}{(\vec{q}_i)^2\,(\vec{q}_f)^2}\,\mathrm{d}\Omega\,\mathrm{d}\Omega'\,X.$$

Avant d'effectuer la trace X, il nous reste à considérer de plus près la question de la polarisation du photon, et d'autre part à définir un système d'axes convenable.

Pour le photon incident comme pour le photon diffusé, nous pouvons définir les deux états quantiques suivants : polarisation parallèle au plan de diffusion, polarisation perpendiculaire à ce plan. Des considérations élémentaires, basées sur le fait que l'opérateur de symétrie par rapport au plan de diffusion est une constante du mouvement, montrent qu'il ne peut y avoir transition d'un des deux états à l'autre dans la diffusion. Donc, nous avons à traiter les deux cas : *a*) la polarisation initiale et finale est parallèle au plan de diffusion ; *b*) la polarisation initiale et finale est perpendiculaire à ce plan.

Nous choisissons maintenant le système d'axes suivants (*fig.* 5) : l'axe 1 est dirigé suivant $\vec{k}_i + \vec{k}_f$,

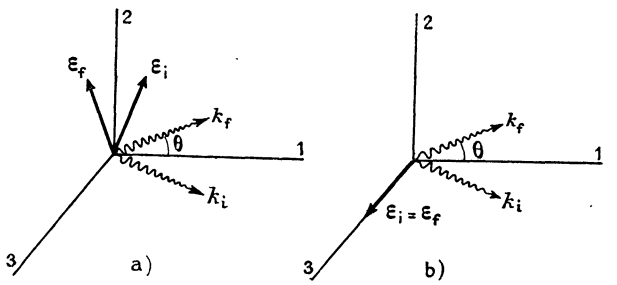

FIG. 5.

l'axe 3 suivant $\vec{k}_i \times \vec{k}_f$, le plan (1, 2) est donc le plan de diffusion. Dans le cas de la polarisation parallèle (a), l'axe 2 constitue la bissectrice de $(\vec{\varepsilon}_i, \vec{\varepsilon}_f)$; dans le cas de la polarisation perpendiculaire (*b*), $\vec{\varepsilon}_i (= \vec{\varepsilon}_f)$ est porté par l'axe 3. Soit θ le demi-angle de diffusion.

Il nous sera utile de définir les quantités suivantes :

$$s_i = k^{-1}\,\mathbf{k}_i.\mathbf{p} = E - p_1 \cos\theta + p_2 \sin\theta\,;$$

$$s_i' = k^{-1}\,\mathbf{k}_i.\mathbf{p}' = E' - p_1' \cos\theta + p_2' \sin\theta\,;$$

$$s_f = k^{-1}\,\mathbf{k}_f.\mathbf{p} = E - p_1 \cos\theta - p_2 \sin\theta\,;$$

$$s_f' = k^{-1}\,\mathbf{k}_f.\mathbf{p}' = E' - p_1' \cos\theta - p_2' \sin\theta,$$

et d'autre part les quantités :

$$r_i = p_2 \cos\theta + p_1 \sin\theta\,; \quad r_i' = p_2' \cos\theta + p_1' \sin\theta\,;$$

$$r_f = p_2 \cos\theta - p_1 \sin\theta\,; \quad r_f' = p_2' \cos\theta - p_1' \sin\theta,$$

qui correspondent respectivement à $\vec{p}.\vec{\varepsilon}_i$, $\vec{p}'.\vec{\varepsilon}_i$, $\vec{p}.\vec{\varepsilon}_f$, $\vec{p}'.\vec{\varepsilon}_f$ dans le cas de la polarisation parallèle.

Le calcul de la trace nous conduit aux résultats suivants, après un travail assez laborieux de regroupement des termes :

a) Polarisation parallèle :

$$a_{\mathrm{im}}^{\mathrm{D}}(\vec{k}_i, \vec{k}_f) = \frac{Z^2\,\alpha^2}{16\,\pi^3}\,r_0 \int \frac{mpp'\,\mathrm{d}E}{(\vec{q}_i)^2\,(\vec{q}_f)^2}\,\mathrm{d}\Omega\,\mathrm{d}\Omega'$$

$$\times \left\{ \frac{(\vec{q}_i)^2 + (\vec{q}_f)^2}{k^2}\left(\frac{r_i}{s_i} - \frac{r_i'}{s_i'}\right)\left(\frac{r_f}{s_f} - \frac{r_f'}{s_f'}\right) \right.$$

$$- \frac{8}{k^2}\left(E'\,\frac{r_i}{s_i} + E\,\frac{r_i'}{s_i'}\right)\left(E'\,\frac{r_f}{s_f} + E\,\frac{r_f'}{s_f'}\right)$$

$$+ \left(\frac{1}{s_i s'_f} + \frac{1}{s'_i s_f}\right) [(p_2 + p'_2)^2 + (p_3 + p'_3)^2 - (E - E')^2 \sin^2 \theta]$$

$$+ 2 \sin^2 \theta \left(\frac{1}{s_i} - \frac{1}{s'_i}\right) \left(\frac{1}{s_f} - \frac{1}{s'_f}\right) (p_3 p'_3 - m^2)$$

$$+ 2 \sin \theta \left(\frac{p_1 r'_f + p_2 s'_f - p'_1 r_i - p'_2 s_i}{s_i s'_f} + \frac{p'_1 r_f + p'_2 s_f - p_1 r'_i - p_2 s'_i}{s_f s'_i}\right)$$

$$+ \sin \theta \left[\left(\frac{r_i}{s_i} - \frac{r'_i}{s'_i}\right) \left(\frac{E \cos \theta + p_1}{s'_f} - \frac{E' \cos \theta + p'_1}{s_f}\right)\right.$$

$$\left. - \left(\frac{r_f}{s_f} - \frac{r'_f}{s'_f}\right) \left(\frac{E \cos \theta + p_1}{s'_i} - \frac{E' \cos \theta + p'_1}{s_i}\right)\right] \Big\}.$$

b) Polarisation perpendiculaire.

$$a^{D}_{im}(\vec{k}_i, \vec{k}_f) = \frac{Z^2 \alpha^2}{16 \pi^3} r_0 \int \frac{mpp' \, dE}{(\vec{q}_i)^2 (\vec{q}_f)^2} d\Omega \, d\Omega'$$

$$\times \Big\{ \frac{(\vec{q}_i)^2 + (\vec{q}_f)^2}{k^2} \left(\frac{p_3}{s_i} - \frac{p'_3}{s'_i}\right) \left(\frac{p_3}{s_f} - \frac{p'_3}{s'_f}\right)$$

$$- \frac{8}{k^2} \left(E' \frac{p_3}{s_i} + E \frac{p'_3}{s'_i}\right) \left(E' \frac{p_3}{s_f} + E \frac{p'_3}{s'_f}\right)$$

$$+ \left(\frac{1}{s_i s'_f} + \frac{1}{s'_i s_f}\right) [(p_2 + p'_2)^2 + (p_3 + p'_3)^2 - k^2 \sin^2 \theta]$$

$$+ 2 \sin^2 \theta \left(\frac{1}{s_i} + \frac{1}{s'_i}\right) \left(\frac{1}{s_f} + \frac{1}{s'_f}\right) (p_3 p'_3 + m^2)$$

$$+ 2 \sin \theta \left(\frac{1}{s_i s'_f} - \frac{1}{s_f s'_i}\right) (E p'_2 - E' p_2)$$

$$+ \sin \theta \left[\left(\frac{r_i}{s_i} - \frac{r'_i}{s'_i}\right) \left(\frac{E \cos \theta + p_1}{s'_f} - \frac{E' \cos \theta + p'_1}{s_f}\right)\right.$$

$$\left. - \left(\frac{r_f}{s_f} - \frac{r'_f}{s'_f}\right) \left(\frac{E \cos \theta + p_1}{s'_i} - \frac{E' \cos \theta + p'_1}{s_i}\right)\right] \Big\}.$$

Rappelons que dans ces formules on a :

$$E' = k - E.$$

On vérifie aisément, que si dans l'une ou l'autre de ces expressions on fait $\theta = 0$, et que l'on applique le théorème optique :

$$\sigma^{P}(k) = \frac{4\pi}{k} a^{D}_{im}(\vec{k}_i, \vec{k}_i),$$

on obtient bien la formule de Bethe et Heitler pour la section efficace totale de production de paires.

Le calcul des deux intégrales quintuples a été effectué pour $k = 2{,}62$ MeV et pour quatre valeurs de θ, à l'aide d'un ordinateur IBM 650, en utilisant la méthode dite « de Monte-Carlo ». Les résultats ainsi obtenus sont approchés à environ 10 % près, ce qui nous a paru suffisant pour nos besoins.

Ces résultats sont (a^{D}_{im} en unités $Z^2 \alpha^2 r_0$) :

θ	0°	15°	30°	45°
a^{D}_{im}(pol. $\parallel$)	0,248 ± 0,023	0,082 ± 0,006	0,031 ± 0,003	0,020 ± 0,002
a^{D}_{im}(pol. $\perp$)	0,239 ± 0,031	0,058 ± 0,006	0,011 ± 0,003	0,000 ± 0,001

Conclusions. — Les résultats ci-dessus correspondent à des angles de diffusion de 0°, 30°, 60°, 90°.

Notons que pour le cas de la diffusion en avant (0°), où l'intégration a pu être effectuée de façon analytique, le résultat est exact est :

$$a^{D}_{im} \text{ (pol. } \parallel) = a^{D}_{im} \text{ (pol. } \perp) = 0{,}265,$$

en bon accord avec les valeurs approchées que nous obtenons.

Les résultats étant régulièrement décroissants dans les deux cas (parallèle et perpendiculaire) à partir de l'angle de diffusion nul, il est facile d'interpoler pour les angles intermédiaires.

Confrontés avec l'expérience, ces résultats ne

comblent malheureusement pas notre attente. En effet, ils n'expliquent que dans la proportion de 10 à 15 % l'écart entre la courbe expérimentale donnant les sections efficaces de diffusion élastique des γ, et la courbe théorique correspondant à l'addition des effets Rayleigh et Thomson. Il faudra donc chercher l'explication principale de cet écart dans une voie différente qui peut être l'une des suivantes :

1° Un calcul plus exact de l'effet Rayleigh à 2,62 MeV, les valeurs utilisées jusqu'à présent provenant d'une extrapolation sujette à caution. Un tel calcul est actuellement en cours d'exécution.

2° Une contribution positive de la partie réelle de l'amplitude de l'effet Delbruck (contrairement à ce que nous pensions *a priori*). Notons à ce propos que le fait de connaître la partie imaginaire autorise l'espoir de pouvoir calculer la partie réelle grâce à l'emploi de formules de dispersion.

Je tiens à remercier M. Philippe Eberhard qui m'a considérablement aidé à mettre au point la méthode de calcul que j'ai utilisée dans le présent travail.

J'exprime également ma reconnaissance à MM. Feix et Nicourd et Mme Sajaloli, qui se sont chargés du calcul à la machine IBM 650.

Manuscrit reçu le 11 juin 1958.

BIBLIOGRAPHIE

[1] Eberhard, Goldzahl et Hara *J. Physique Rad.*, 1958, **19**, 658 ; voir aussi Kessler et Eberhard, *C. R. Acad. Sc.*, 1956, **245**, 1599.

[2] Delbruck, *Z. Physik*, 1933, **84**, 144.

[3] Rohrlich et Gluckstern, *Phys. Rev.*, 1952, **86**, 1.

[4] Bethe et Rohrlich, *Phys. Rev.*, 1952, **86**, 10.

[5] Jaeger et Hulm, *Proc. Roy. Soc.*, 1935, A **153**, 443 ; voir aussi Rohrlich, *Phys, Rev.*, 1957, **108**, 169.