LE JOURNAL DE PHYSIQUE

ET

LE RADIUM

THÉORIE DU TRAÎNAGE MAGNÉTIQUE DE DIFFUSION

Par M. LOUIS NÉEL.

Laboratoire d'Électrostatique et de Physique du Métal, Grenoble.

Sommaire. — Après avoir rappelé l'existence et la théorie du traînage de fluctuations (ou traînage irréversible), l'auteur développe une théorie du traînage magnétique de diffusion (ou traînage réversible) selon laquelle les atomes étrangers interstitiels, qui sont à l'origine du phénomène, agiraient par couplage magnétocristallin entre leur position et la direction de l'aimantation spontanée. Il montre que tout se passe comme s'il fallait ajouter aux termes ordinaires d'anisotropie magnétique une énergie, dite de stabilisation, susceptible d'atteindre des valeurs de l'ordre de 100 ergs/cm³. Il en déduit l'expression générale de la pression subie, à un instant donné, par une paroi à 90° ou à 180°, du fait des phénomènes de diffusion des atomes étrangers, connaissant les positions antérieures de la paroi. Il donne une méthode approchée de calcul des effets de la diffusion, lorsque ceux-ci peuvent être assimilés à une petite perturbation du processus ordinaire d'aimantation.

Quelques exemples simples d'application de la théorie sont alors donnés et permettent d'interpréter les expériences les plus classiques de désaccommodation ou de traînage, dans le cas de variations discontinues du champ appliqué ou dans le cas de champs alternatifs sinusoïdaux. L'auteur étudie ensuite des exemples plus compliqués et explique notamment le traînage anomal de Mitkewitch ainsi que les expériences de Webb et Ford relatives à la perméabilité en courant alternatif des tôles au silicium. Il montre comment on peut rendre compte des variations de cette perméabilité en fonction des temps écoulés depuis la désaimantation et depuis l'application du champ de mesure, ainsi que les variations de cette perméabilité en fonction du champ magnétique.

La théorie paraît donner une interprétation qualitative satisfaisante des propriétés actuellement connues caractérisant le traînage de diffusion.

1. Introduction. — Nous avons déjà montré, dans un Rapport présenté au Colloque international de Ferromagnétisme et d'Antiferromagnétisme de Grenoble de 1950 [1], qu'il convenait de distinguer dans le traînage magnétique deux catégories bien distinctes auxquelles nous avons donné, d'une part, le nom de *traînage irréversible ou traînage de fluctuations* et, d'autre part, le nom de *traînage réversible ou traînage de diffusion*.

Le traînage de fluctuations affecte toutes les substances ferromagnétiques et obéit à des lois particulièrement simples et bien étudiées [2], [3], [4] sur lesquelles nous ne reviendrons pas. Il paraît dû aux fluctuations internes des champs de dispersion.

Le traînage de diffusion est associé, comme Snoek l'a montré dans une série remarquable de publications [5], à la diffusion d'atomes étrangers à l'intérieur du cristal ferromagnétique : dans le réseau du fer, il s'agit par exemple d'atomes de carbone

ou d'azote. D'après Snoek, les tensions internes joueraient un rôle essentiel dans le mécanisme du phénomène mais nous avons montré qu'il fallait plutôt y voir les effets de l'énergie magnétocristalline. Nous avons déjà posé les bases essentielles de cette théorie dans le Rapport cité plus haut, traité des exemples simples et indiqué quelques vérifications expérimentales des formules obtenues.

Malheureusement, le manque de place ne nous avait permis, ni de donner aux développements théoriques une étendue convenable, ni d'étudier le comportement des parois à 180°, ni d'étudier le traînage dans un champ magnétique alternatif. Nous avons donc repris la question en donnant à l'exposé plus de rigueur et d'étendue, tout en profitant pour interpréter des expériences assez anciennes mais très soignées de C. E. Webb et L. H. Ford [6] relatives à l'influence du temps sur la perméabilité en courant alternatif. Par contre, nous ne reviendrons

pas sur les vérifications expérimentales déjà exposées dans le Rapport cité auquel nous renvoyons le lecteur.

Nous nous bornerons à étudier la diffusion des atomes de carbone, mais tous nos résultats sont transposables, *mutatis mutandis*, à la diffusion d'atomes d'hydrogène ou d'azote. En outre, la diffusion de *trous*, correspondant à des places éventuellement vacantes du réseau, doit être accompagnée de phénomènes en tous points analogues.

2. Le carbone dans le réseau du fer α . — Considérons un cristal de fer, dans le réseau du cube centré (fer α), rapporté à trois axes rectangulaires $Oxyz$, parallèles aux axes quaternaires. On sait qu'un tel cristal est susceptible de dissoudre une faible quantité de carbone dont les atomes occupent dans le cristal des sites interstitiels tels

Fig. 1. — Position des atomes de carbone dans le réseau cristallin du fer α .

que c (fig. 1). Chaque atome de carbone possède ainsi deux voisins Fe diamétralement opposés : la droite D qui joint les centres de ces deux voisins est parallèle à Ox , Oy ou Oz . On peut donc distinguer, suivant l'orientation de D , trois catégories de sites interstitiels que nous désignerons sous le nom de sites x , y ou z . Si la symétrie était parfaitement cubique, les sites x , y ou z seraient rigoureusement équivalents. En réalité, l'existence de l'aimantation spontanée introduit une dissymétrie et différencie les sites x , y et z .

Nous admettrons qu'il est possible de tenir compte de cette dissymétrie en attribuant à chaque site interstitiel occupé par un atome de carbone une énergie égale à $w \cos^2 \varphi$, où φ désigne l'angle de la droite D correspondante avec la direction de l'aimantation spontanée. Il en résulte qu'en désignant par α , β , γ , les cosinus directeurs définissant la direction de l'aimantation spontanée par rapport à $Oxyz$, les sites occupés x , y ou z sont respectivement caractérisés par des énergies égales à $w\alpha^2$, $w\beta^2$ ou $w\gamma^2$.

Pour déterminer théoriquement cette énergie, il serait nécessaire de connaître les perturbations que la présence des atomes de carbone apporte aux couplages magnétocristallins. Dans l'état actuel de la théorie, ce n'est pas possible : tout au plus

peut-on estimer par comparaison l'ordre de grandeur possible de w . Imaginons, en effet, une substance idéale de formule FeC , c'est-à-dire une sorte de martensite, dans laquelle les atomes de fer seraient exactement placés comme dans le fer α , mais où tous les sites interstitiels d'une même catégorie, x par exemple, et ceux-là seulement, seraient occupés par des atomes de carbone. Cette substance posséderait certainement une très forte anisotropie, de caractère quadratique, avec une constante d'anisotropie qui pourrait être d'un ordre de grandeur comparable à celle des corps fortement anisotropes déjà connus, par exemple à celle du composé MnBi , étudié par C. Guillaud [7], qui est de $3,8 \cdot 10^8$ ergs/mole. En divisant cette valeur par le nombre d'Avogadro, on constate qu'il n'est pas déraisonnable de s'attendre ici à des valeurs de w de l'ordre de $0,6 \cdot 10^{-15}$ erg.

Il faut bien remarquer que, dans cette conception, w est d'origine purement magnétocristalline et ne présente pas de rapport nécessaire avec d'éventuelles modifications des paramètres du réseau suivant les directions Ox , Oy ou Oz . Au contraire, Snoek a étudié [5] la redistribution des atomes de carbone provoquée par une déformation élastique du réseau : une dilatation du réseau suivant Ox favorise, par exemple, l'occupation des sites x . C'est donc un problème tout différent sur lequel nous reviendrons plus loin.

3. Répartition d'équilibre des atomes de carbone. — Soit un cristal de fer α contenant c atomes de carbone par centimètre cube. Nous supposons toujours que c est petit vis-à-vis du nombre des atomes de fer, en accord d'ailleurs avec la faible solubilité du carbone dans le fer α . Soit, en outre, α , β , γ , la direction de l'aimantation spontanée.

Lorsque l'équilibre est réalisé à la température T , le nombre l_0 , m_0 ou n_0 des atomes de carbone situés en x , y ou z est donné par

$$\left. \begin{aligned} l_0 &= C_0 \exp \left\{ -\frac{w\alpha^2}{kT} \right\}, \\ m_0 &= C_0 \exp \left\{ -\frac{w\beta^2}{kT} \right\}, \\ n_0 &= C_0 \exp \left\{ -\frac{w\gamma^2}{kT} \right\}, \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

où la constante C_0 est déterminée par la condition

$$l_0 + m_0 + n_0 = c. \quad (2)$$

A la température ordinaire, kT est de l'ordre de 10^{-14} erg; comme, d'autre part, l'ordre de grandeur de w indiqué plus haut, $0,6 \cdot 10^{-15}$ erg, peut être considéré comme un maximum, il en résulte qu'avec une approximation raisonnable, $\frac{w}{kT}$ peut être considéré comme petit et que l'on peut développer les

exponentielles en série, en négligeant les termes en $\frac{\omega^2}{k^2 T^2}$, ce qui donne

$$\left. \begin{aligned} l_0 &= \frac{c}{3} \left[1 + \left(\frac{1}{3} - \alpha^2 \right) \frac{\omega}{kT} \right], \\ m_0 &= \frac{c}{3} \left[1 + \left(\frac{1}{3} - \beta^2 \right) \frac{\omega}{kT} \right], \\ n_0 &= \frac{c}{3} \left[1 + \left(\frac{1}{3} - \gamma^2 \right) \frac{\omega}{kT} \right], \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Cette répartition d'équilibre demande un certain temps pour s'établir. Inversement, lorsqu'elle est établie, elle n'a pas le temps de se modifier au cours de changements très rapides de l'orientation de l'aimantation spontanée, de sorte, qu'en désignant par α' , β' , γ' , les cosinus directeurs de l'aimantation spontanée au cours d'un tel processus, la part de l'énergie du système due à la présence des atomes de carbone s'écrit, par centimètre cube,

$$E_d = w(l_0 \alpha'^2 + m_0 \beta'^2 + n_0 \gamma'^2). \quad (4)$$

Avec les valeurs de l_0 , m_0 , n_0 , données par les équations (3), on trouve, en négligeant deux termes qui ne dépendent pas de l'orientation de l'aimantation spontanée,

$$E_d = -W_0(\alpha^2 \alpha'^2 + \beta^2 \beta'^2 + \gamma^2 \gamma'^2), \quad (5)$$

avec la notation

$$W_0 = \frac{c\omega^2}{3kT}. \quad (6)$$

Ainsi, le fait d'avoir laissé longtemps séjourner l'aimantation spontanée suivant une certaine direction α , β , γ , introduit dans l'expression de l'énergie un terme d'anisotropie que nous désignerons sous le nom d'énergie de stabilisation. Il importe de fixer l'ordre de grandeur possible de cette énergie. Dans des échantillons de fer riches en carbone, comme ceux que Snoek a étudiés [5], le rapport atomique $\frac{\text{carbone}}{\text{fer}}$ vaut $2,8 \cdot 10^{-4}$, ce qui correspond à $c = 2,37 \cdot 10^{19}$. Pour $T = 300^\circ \text{K}$ et $w = 0,6 \cdot 10^{-15}$ erg, on trouve ainsi $W_0 = 70$ ergs/cm³.

Dans la théorie de Snoek, les déformations élastiques du réseau, qui provoquent la redistribution des atomes de carbone, proviennent de la magnétostriction. Nous avons montré antérieurement [1] que l'énergie ainsi mise en jeu n'atteignait que 8 ergs/cm³ pour la même concentration de carbone, et cela seulement à l'intérieur des parois de Bloch, c'est-à-dire dans une fraction du volume total qui est de l'ordre du millièème pour les substances en question. Au contraire, c'est dans la substance tout entière que l'énergie de stabilisation W_0 , considérée ici, prend la valeur donnée par la relation (6) : il paraît donc légitime de négliger devant elle l'énergie de Snoek.

4. Vitesse d'acquisition de l'énergie de stabilisation. — Cette vitesse dépend surtout de la hauteur des barrières de potentiel qui séparent deux positions stables adjacentes d'un atome de carbone. Soit, par exemple, l_0 , m_0 , n_0 , le nombre des atomes de carbone situés sur les sites x , y , z , dans la répartition d'équilibre correspondant à une direction donnée et fixe α , β , γ , de l'aimantation spontanée; soit $l_0 + l$, $m_0 + m$, $n_0 + n$, leur nombre réel à l'instant t . Le nombre $-dl$ des atomes de carbone qui abandonnent les sites x pendant un intervalle de temps dt est proportionnel à dt , à $l_0 + l$ et à un certain coefficient v_α qui dépend principalement de la hauteur de la barrière de potentiel et accessoirement de α^2 :

$$dl = -(l_0 + l)v_\alpha dt. \quad (7)$$

Si l'on admet que l'allure de la « montée » vers le sommet de la barrière de potentiel ne dépend pas de l'allure de la « descente » sur le versant opposé, les atomes qui abandonnent les sites x doivent se répartir également sur les sites y et z (les passages directs de x en x ne sont pas possibles). Le bilan des atomes gagnés et perdus par les sites x s'écrit donc

$$dl = \left[-(l + l_0)v_\alpha + \frac{1}{2}(m + m_0)v_\beta + \frac{1}{2}(n + n_0)v_\gamma \right] dt. \quad (8)$$

Deux équations analogues, obtenues par permutation circulaire, donnent dm et dn . Dans l'état d'équilibre, l , m et n sont nuls par définition; il en est donc de même de dl , dm et dn . Les v_α , v_β , v_γ , sont donc nécessairement liés par les relations

$$v_\alpha = \frac{v}{l_0}, \quad v_\beta = \frac{v}{m_0}, \quad v_\gamma = \frac{v}{n_0}, \quad (9)$$

où v est un certain paramètre. Nous dégagerons plus loin la signification physique de ces relations (9). Compte tenu des relations (9), l'équation (8) s'écrit

$$dl = \frac{v}{2} \left(\frac{m}{m_0} + \frac{n}{n_0} - 2 \frac{l}{l_0} \right) dt, \quad (10)$$

avec deux relations analogues pour dm et dn .

Nous avons, d'autre part, supposé que $\frac{\omega}{kT}$ était petit devant l'unité : les écarts à l'équilibre restent donc petits et l_0 , m_0 , n_0 , restent toujours voisins de $\frac{c}{3}$. On peut donc en première approximation considérer ces trois quantités comme égales dans l'équation (10), ce qui, joint au fait que $l + m + n = 0$, permet de transformer cette équation en

$$dl = -\frac{3}{2} v l dt, \quad (11)$$

avec deux équations analogues obtenues en remplaçant l par m ou n .

Or, l'énergie de stabilisation, définie par l'équation (4), est une fonction linéaire et homogène de l_0 , m_0 , n_0 , et plus généralement de $l_0 + l$, $m_0 + m$, $n_0 + n$: elle doit donc obéir à une équation du type (11). En désignant par E la valeur de l'énergie de stabilisation à un instant t , on aura donc

$$dE = -\frac{3}{2}(E - E_d)v dt. \quad (12)$$

L'énergie de stabilisation s'approche donc exponentiellement de sa valeur d'équilibre E_d avec une constante de temps θ donnée par

$$\theta = \frac{2}{3v}. \quad (13)$$

Supposons maintenant que la direction α , β , γ , de l'aimantation spontanée, au lieu d'être fixe comme cela a été admis précédemment, soit une fonction quelconque du temps. Proposons-nous de calculer la valeur $E(t)$ de l'énergie de stabilisation à une époque t : ce sera naturellement une fonction linéaire et homogène de α'^2 , β'^2 , γ'^2 , où α' , β' , γ' correspondent aux différentes positions virtuelles instantanées de l'aimantation spontanée à l'époque t . A toute époque τ , comprise entre l'époque origine O et l'époque finale t , la valeur d'équilibre $E_d(\tau)$ de l'énergie de stabilisation est une fonction de τ par l'intermédiaire de α^2 , β^2 , γ^2 [cf. (5)]. L'équation différentielle (12) prend alors la forme

$$\frac{dE}{d\tau} + \frac{E}{\theta} = \frac{E_d(\tau)}{\theta}. \quad (14)$$

Cette équation s'intègre aisément. Nous supposons qu'à l'époque initiale $\tau = 0$, l'énergie d'anisotropie est nulle, ou, d'une façon plus précise, que les atomes de carbone sont alors également répartis sur les sites x , y , et z . Nous montrerons plus loin comment on peut atteindre pratiquement cet état initial (cf. § 9). Dans ces conditions, en supposant d'abord nul le second membre de l'équation (14), puis en faisant varier la constante d'intégration, on obtient

$$E(t) = \int_0^t E_d(\tau) e^{-\frac{t-\tau}{\theta}} \frac{d\tau}{\theta}. \quad (15)$$

5. La dispersion des constantes de temps. —

La constante de temps θ est certainement très sensible aux variations éventuelles de la hauteur de la barrière de potentiel qui sépare deux sites voisins, c'est-à-dire à la valeur w_a de l'énergie d'activation qui est nécessaire pour atteindre le sommet de cette barrière. La relation entre θ et w_a est, en effet, du type

$$\theta = C \exp \left\{ \frac{w_a}{kT} \right\}, \quad (16)$$

où le facteur C ne doit varier que lentement avec T et w_a .

Remarquons ici, qu'en introduisant dans l'équation (9) la valeur de v tirée des équations (13) et (16), ainsi que la valeur de l_0 donnée par l'équation (1), on obtient

$$v_\alpha = \frac{2}{3CC_0} \exp \left\{ -\frac{w_a - w\alpha^2}{kT} \right\}. \quad (16 \text{ bis})$$

Cette équation nous montre que tout se passe comme si l'énergie d'activation devait être diminuée de l'énergie d'interaction entre les atomes de carbone et l'aimantation spontanée : c'est bien ce à quoi il fallait logiquement s'attendre.

Si nous revenons maintenant à l'équation (16), il est à prévoir que les différentes perturbations du réseau : inclusions, dislocations, atomes étrangers, etc. qui modifient localement les valeurs de w_a , vont entraîner des variations considérables de θ , sans pour cela modifier nécessairement beaucoup la valeur de W_0 . D'après Snoek [5], $\frac{w_a}{k}$ serait voisin de 8 900° K; il en résulte qu'à la température ordinaire, θ varie dans le rapport de 1 à 400 lorsque w_a varie seulement de 20 pour 100. La variation de W_0 doit être du même ordre que celle de w_a .

Pour tenir compte d'une manière approchée, mais suffisamment simple, de cette dispersion des constantes de temps, nous supposons possible de subdiviser le cristal en domaines très petits, de quelques angströms de diamètre, correspondant chacun à une certaine constante de temps, et nous désignerons par $p(\theta)$ $d\theta$ la probabilité de trouver cette constante de temps comprise entre θ et $\theta + d\theta$. Cette probabilité doit obéir à la relation

$$\int_0^\infty p(\theta) d\theta = 1. \quad (17)$$

Dans ces conditions, l'énergie de stabilisation $E(t)$, donnée par l'équation (15), est la somme des énergies relatives aux différents petits domaines, de sorte qu'il faut écrire, en général,

$$E(t) = \int_0^t E_d(\tau) g(t - \tau) d\tau, \quad (18)$$

où la fonction $g(t - \tau)$ est définie par

$$g(t - \tau) = \int_0^\infty p(\theta) e^{-\frac{t-\tau}{\theta}} d\theta. \quad (19)$$

Pour préciser davantage, l'hypothèse la plus naturelle et la plus simple consiste à supposer que les énergies d'activation w_a sont uniformément distribuées entre une limite inférieure w' et une limite supérieure w'' : la probabilité de trouver w_a compris entre w_a et $w_a + dw_a$ est donc égale à $\frac{dw_a}{(w'' - w')}$, ce qui, d'après la relation (16), donne

$$p(\theta) = \frac{kT}{\theta(w'' - w')} = \frac{1}{\theta(\log \theta_2 - \log \theta_1)}, \quad (20)$$

en désignant respectivement par θ_2 et θ_1 les constantes de temps correspondant à w'' et w' . Cette loi de répartition, que nous désignerons dans la suite sous le nom de *répartition logarithmique* a été proposée et utilisée avec succès par G. Richter [8] et R. Becker [9] pour rendre compte des résultats expérimentaux relatifs au fer ex-carbonyle.

6. Énergie associée au déplacement d'une paroi. — Supposons maintenant que les variations d'orientation de l'aimantation spontanée, envisagées plus haut, proviennent des déplacements d'une paroi de Bloch plane, parallèle au plan yOz , séparant deux domaines élémentaires d'aimantation uniforme. Repérons la position de cette paroi par l'abscisse u d'un plan convenable, fixe par rapport à la paroi : en général, u est une fonction $u(\tau)$ du temps.

Nous supposons essentiellement que la paroi conserve au cours de ses déplacements la même épaisseur et la même structure, c'est-à-dire que la direction α, β, γ , de l'aimantation spontanée en un point $M(x, y, z)$ ne dépend que de la distance $x - u$ du point M au plan repère de la paroi. Cette hypothèse n'est sans doute pas rigoureusement exacte, mais doit constituer cependant une bonne approximation, car la structure d'une paroi résulte d'un équilibre entre les forces de Weiss-Heisenberg, correspondant à des énergies de l'ordre de 10^{10} ergs/cm³ pour le fer, et des forces magnétocristallines correspondant à des énergies de l'ordre de $5 \cdot 10^5$ ergs/cm³ : il semble évidemment peu probable que l'énergie de stabilisation, qui n'atteint pas 100 ergs/cm³ soit capable d'altérer cette structure.

On obtient l'énergie associée à un élément de paroi de 1 cm² de surface en intégrant $E_d(\tau)$ dans un cylindre droit de 1 cm² de base et de génératrices perpendiculaires au plan de paroi, c'est-à-dire parallèle à Ox . Or, dans l'expression de $E_d(\tau)$, donnée par l'équation (5), α, β, γ , d'une part et α', β', γ' , d'autre part, correspondent respectivement aux directions prises par l'aimantation spontanée lorsque la paroi est située à l'abscisse $u(\tau)$ et lorsqu'elle occupe une position virtuelle arbitraire u' , à l'époque t . L'intégrale de $E_d(\tau)$, de $x = -\infty$ à $x = +\infty$, est donc une fonction de la seule variable U :

$$U = u(\tau) - u' \quad (21)$$

Nous poserons ainsi

$$F(U) = -\frac{1}{W_0} \int_{-\infty}^{+\infty} E_d(\tau) dx. \quad (22)$$

D'après l'équation (18), l'énergie totale associée à un élément de paroi de 1 cm² est donc donnée par

$$E_s(t) = -W_0 \int_0^t F(U) g(t - \tau) d\tau. \quad (23)$$

Cette énergie est une fonction du déplacement

virtuel u' . On déduit du principe des travaux virtuels qu'à l'époque t et à l'abscisse u' la paroi est soumise à une pression P donnée par

$$P = -\frac{\partial E_s}{\partial u'} = \frac{\partial E_s}{\partial U}, \quad (24)$$

et si nous posons

$$f(U) = \frac{\partial F(U)}{\partial U}, \quad (25)$$

on peut écrire :

$$P = -W_0 \int_0^t f(U) g(t - \tau) d\tau. \quad (26)$$

En réalité, l'abscisse de la paroi, pour $\tau = t$, est égale à $u(t)$. La pression P subie par la paroi, du fait du traînage créé par la diffusion du carbone, s'obtient donc en donnant à U , dans l'équation (26) la valeur

$$U = u(\tau) - u(t). \quad (27)$$

Cette pression P est une fonction $P(u, t)$ de la fonction $u(\tau)$ et du temps t .

7. Calcul de $F(U)$ et de $f(U)$. — Avant d'aller plus loin, il importe de calculer les valeurs de $f(U)$ relatives aux deux catégories de parois que l'on rencontre dans le fer : les parois à 90° et les parois à 180°.

A. Parois à 90°. — Soit une paroi à 90°, parallèle au plan yOz , séparant deux domaines élémentaires situés, le premier du côté des x négatifs avec une aimantation spontanée parallèle à Oy , et le second du côté des x positifs avec une aimantation spontanée parallèle à Oz . A l'intérieur de la paroi, l'aimantation tourne progressivement de la direction Oy à la direction Oz , tout en restant dans le plan yOz . Soit φ l'angle de l'aimantation spontanée avec Oy et u l'abscisse de la paroi, plus précisément l'abscisse du plan correspondant à $\varphi = \frac{\pi}{4}$. L'angle φ est une fonction de la seule variable $x - u$ donnée [10] par

$$\operatorname{tg} \varphi = \exp \left\{ \frac{x - u}{d} \right\}, \quad (28)$$

avec

$$d = d_0 \left(\frac{E}{6K} \right)^{\frac{1}{2}}, \quad (29)$$

où K est l'énergie magnétocristalline, E l'énergie de champ moléculaire et d_0 la distance entre atomes interagissants magnétiquement. Dans le fer, d est de l'ordre de 165 Å.

Pour les deux positions de la paroi, d'abscisses u et u' , on a ainsi

$$Q = \alpha^2 \alpha'^2 + \beta^2 \beta'^2 + \gamma^2 \gamma'^2 = 2 \cos^2 \varphi \cos^2 \varphi' - \cos^2 \varphi - \cos^2 \varphi' + 1. \quad (30)$$

Dans la suite, nous pourrions négliger le terme $+1$ du second membre puisque cela revient à ajouter

un terme constant à l'énergie. Posons alors pour abrégé

$$a = \exp \left\{ -\frac{2u}{d} \right\}, \quad a' = \exp \left\{ -\frac{2u'}{d} \right\}, \quad (31)$$

et remplaçons $\operatorname{tg} \varphi$ et $\operatorname{tg} \varphi'$ par leurs valeurs déduites de la relation (28). On trouve

$$Q - 1 = \frac{a + a'}{a - a'} \left[\frac{1}{1 + a \exp \left(\frac{2x}{d} \right)} - \frac{1}{1 + a' \exp \left(\frac{2x}{d} \right)} \right]. \quad (32)$$

Le second membre s'intègre aisément, de $x = -\infty$ à $x = +\infty$, en effectuant le changement de variable

$$v = 1 + a \exp \left(\frac{2x}{d} \right). \quad (33)$$

Tous calculs faits, on obtient

$$F(u - u') = \int_{-\infty}^{+\infty} (Q - 1) dx = \frac{1}{2} d \frac{a + a'}{a - a'} \log \frac{a'}{a}, \quad (34)$$

Finalement, en réintroduisant u et u' et en remplaçant $u - u'$ par U , il vient simplement

$$F'(U) = -U \coth \frac{U}{d}, \quad (35)$$

où l'accent sur $F(U)$ indique simplement qu'il s'agit d'une paroi à 90° . On en déduit immédiatement $f'(U)$, d'après la relation (25).

B. *Parois à 180° .* — Supposons cette fois-ci qu'à l'intérieur de la paroi l'aimantation spontanée tourne, dans le plan yOz , de la direction négative à la direction positive de Oz . Pour une paroi dont le centre est à $x = 0$, la relation entre φ et x est [10], [11], [12]

$$\operatorname{tg} \varphi = g \sinh \frac{x}{d}, \quad (36)$$

où g est donné par

$$g = \left[\frac{P}{(1 + P)} \right]^{\frac{1}{2}}, \quad (37)$$

avec

$$P = \frac{9}{4} (c_{11} - c_{12}) \frac{\lambda_{100}^2}{K}; \quad (38)$$

c_{11} et c_{12} sont des modules d'élasticité, K la constante d'anisotropie et λ_{100} la magnétostriction longitudinale à saturation suivant l'axe quaternaire. Pour le fer, P est voisin de $2 \cdot 10^{-3}$.

Considérons alors deux parois, situées l'une à l'abscisse $\frac{U}{2}$, l'autre à l'abscisse $-\frac{U}{2}$. Pour ces deux parois, on a

$$\operatorname{tg} \varphi = g \sinh \frac{2x - U}{2d}, \quad \operatorname{tg} \varphi' = \sinh \frac{2x + U}{2d}. \quad (39)$$

Comme plus haut, nous intégrons $Q - 1$ de $x = -\infty$

à $x = +\infty$. On s'aperçoit alors que les termes en $\cos^2 \varphi$ et $\cos^2 \varphi'$ donnent des intégrales indépendantes de U qui ne nous intéressent pas ici. D'autre part, en utilisant les valeurs de φ et de φ' données par les équations (39), en développant les sinus hyperboliques et en utilisant les notations,

$$\left. \begin{aligned} \exp \frac{x}{d} &= z^{\frac{1}{2}}, & \exp \frac{U}{d} &= a, \\ \frac{4}{g^2} &= A', & \frac{4}{g^2} - 1 &= A, \end{aligned} \right\} \quad (40)$$

on peut écrire, en notant les différentielles par d au lieu de dx ,

$$2 \cos^2 \varphi \cos^2 \varphi' dx = \frac{dA'^2 a^2 z dz}{(a^2 z^2 + A a z + 1)(z^2 + A a z + a^2)}, \quad (41)$$

soit encore

$$2 \cos^2 \varphi \cos^2 \varphi' dx = \frac{d}{P} \left[\frac{a(a^2 + 1)z + A}{a^2 z^2 + a z A + 1} - \frac{\frac{a^2 + 1}{a} z + A a^2}{z^2 + A a z + a^2} \right] dz, \quad (42)$$

avec la notation

$$P = \frac{1}{A'^2} \left(a - \frac{1}{a} \right) \left[\left(a + \frac{1}{a} \right)^2 - A^2 \right]. \quad (43)$$

Il faut ensuite intégrer de $z = 0$ à $z = +\infty$, mais les deux termes de la relation (42) sont alors infinis. On intègre donc chaque terme jusqu'à N , on fait la différence et l'on fait tendre N vers l'infini. Pour ces intégrations, il suffit de faire les changements de variables $az = t$ et $z = at$ pour aboutir à des intégrales classiques.

Tous calculs faits, on obtient

$$F''(U) = 2d \cosh^2 V \frac{\frac{U}{d} \coth \frac{U}{d} - V \coth V}{\cosh^2 \frac{U}{d} - \cosh^2 V}, \quad (44)$$

avec la notation

$$\cosh V = \frac{2}{g^2} \quad (45)$$

et où le double accent sur $F(U)$ indique simplement qu'il s'agit d'une paroi à 180° .

Avec la valeur de g indiquée plus haut, le rapport $\frac{\cosh \frac{2U}{d}}{\cosh^2 V}$ est négligeable devant l'unité quand $\frac{U}{d}$ est inférieur à 4 : à une constante près, $F''(U)$ se réduit alors à $-2U \coth \frac{U}{d}$, soit au double de l'énergie d'une paroi à 90° .

Enfin, $f''(U)$ se calcule en appliquant la relation (25).

8. **Allure de la variation de $f(U)$ avec U .** — Remarquons d'abord que $F(U)$ est une fonction paire de U et $f(U)$ une fonction impaire. Lorsque U est petit devant d , les formules précédentes permettent de développer $f(U)$ en série et donnent, en ce qui concerne une paroi à 90° ,

$$f'(U) = -\frac{2U}{3d} + \frac{4U^3}{45d^3} + \dots \quad (46)$$

Pour une paroi à 190° , $f''(U)$ est presque exactement égal au double de la valeur précédente.

Lorsque U tend vers l'infini positif, $-f'(U)$ tend vers l'unité et $-f''(U)$ tend vers zéro. Le tableau I donne, pour fixer les idées, les valeurs de $f(U)$ dans les deux cas considérés; pour les parois à 180° , on a adopté la valeur $g^2 = 2 \cdot 10^{-3}$.

TABLEAU I.

$\frac{U}{d}$	$-f'(U)$ (paroi à 90°).	$-\frac{1}{2}f''(U)$ (paroi à 180°).
0,5.....	0,323	0,323
1.....	0,589	0,589
1,5.....	0,774	0,774
2.....	0,885	0,885
2,5.....	0,945	0,945
3.....	0,975	0,975
3,5.....	0,989	0,989
4.....	0,995	0,995
4,5.....	0,998	0,996
5.....	0,999	0,98
5,5.....	1,000	0,95
6.....	—	0,90
6,5.....	—	0,81
7.....	—	0,67
7,5.....	—	0,53
8.....	—	0,39
8,5.....	—	0,245
9.....	—	0,125
9,5.....	—	0,062
10.....	—	0,031

La figure 2 donne, pour une paroi à 180° , la variation de $-\frac{1}{2}f''(U)$ en fonction de $\frac{U}{d}$. La courbe accuse un méplat assez accentué au voisinage de $\frac{U}{d} = 4$. Pour les parois à 90° , $-f'(U)$ est pratiquement représenté par la courbe précédente jusqu'à $\frac{U}{d} = 4$; plus loin, $-f'(U)$ est pratiquement égal à l'unité.

9. **État initial et mouvement d'une paroi.** — La formule (26) donne la pression $P(u, t)$ subie par une paroi, du fait de la redistribution des atomes de carbone, à une époque t , connaissant la position $u(\tau)$ de la paroi aux époques antérieures et en supposant les atomes de carbone également distribués sur tous les sites à l'époque initiale $\tau = 0$.

Pour réaliser cette distribution initiale, on peut

procéder à une désaimantation dans un champ alternatif décroissant. En chaque point, l'aimantation spontanée prend au cours de ce processus des orientations très variées de sorte que, les valeurs moyennes de α^2 , β^2 , γ^2 étant égales pendant la durée de la désaimantation, les atomes de carbone doivent se distribuer également sur les sites x , y et z . Cependant, il semble nécessaire, pour que ce mécanisme soit efficace, que la durée totale de la désaimantation soit d'une grandeur comparable à la plus grande des constantes de temps θ . Or, ce n'est généralement pas le cas : la durée de la désaimantation n'est que de quelques minutes, tandis que θ atteint souvent plusieurs heures ou plusieurs jours. La désaimantation en courant alternatif décroissant paraît pourtant donner

Fig. 2. — Variation de $-\frac{1}{2}f''(U)$ en fonction de $\frac{U}{d}$, pour une paroi à 180° .

de bons résultats de ce point de vue : elle doit donc agir suivant un autre mécanisme, comme par exemple le suivant. Elle provoquerait une redistribution complète des domaines élémentaires de Weiss à l'intérieur de la substance qui occuperaient ainsi, après désaimantation, des positions entièrement différentes et sans aucun rapport avec les positions antérieures. Dans ces conditions, l'égalité de distribution du carbone sur les sites serait réalisée *en moyenne* à l'intérieur de chaque domaine et les propriétés du système ne devraient pas différer beaucoup de ce qu'elles seraient si l'égalité de distribution était effectivement réalisée en chaque point.

Supposons donc cette égalité de distribution des atomes de carbone réalisée à l'instant $\tau = 0$. Pour déterminer le mouvement de la paroi à partir de cette époque, sous l'influence d'un champ magnétique appliqué H , éventuellement fonction du temps, il faut écrire qu'à chaque instant la somme algébrique des pressions subies par la paroi est nulle. En dehors de la pression de traînage magnétique $P(u, t)$, il faut tenir compte, d'une part, de

la pression magnétique, égale au produit scalaire $\vec{H}(\vec{J}_1 - \vec{J}_2)$ du champ appliqué par la différence des aimantations spontanées J_1 et J_2 des deux domaines adjacents à la paroi et, d'autre part, de la pression $R(u)$ qui rappelle la paroi dans sa position d'équilibre et qui ne dépend que de l'abscisse actuelle u de la paroi : cette pression de rappel est liée aux différentes perturbations du réseau cristallin, tensions internes, dislocations, etc. Finalement, l'équation d'équilibre s'écrit

$$R(u) + \vec{H}(t)(\vec{J}_1 - \vec{J}_2) + P(u, t) = 0. \quad (47)$$

C'est une équation intégrale qui résoud en principe le problème du déplacement en fonction du temps d'une paroi déterminée.

Pour étendre la solution aux variations d'aimantation d'une substance réelle, il faudrait tenir compte notamment des différentes orientations possibles des parois par rapport au champ extérieur et de ce que des parois différentes possèdent des fonctions $R(u)$ également différentes : on sait d'ailleurs quel rôle essentiel joue cette diversité des fonctions $R(u)$ dans l'interprétation des lois de Rayleigh [13]. Mais il est bien évident que le problème général est inextricable, aussi allons-nous nous limiter à l'étude de quelques cas schématiques. Nous supposerons, par exemple, que toutes les parois à 90° et toutes les parois à 180° sont caractérisées par les mêmes fonctions de rappel $R'(u)$ et $R''(u)$ et nous examinerons ultérieurement dans un cas très simple (§ 17) l'influence de la dispersion de ces fonctions.

Nous supposerons aussi que toutes les parois d'orientations diverses, contenues dans 1 cm^3 de l'échantillon étudié peuvent être remplacées par deux parois fictives, l'une à 90° de surface S' , l'autre à 180° de surface S'' . Nous donnerons à ces deux parois les orientations définies dans le paragraphe 7 et nous appliquerons le champ extérieur $H(t)$ suivant Oy : la pression magnétique est alors égale à $J_s H(t)$ pour la paroi à 90° et à $2 J_s H(t)$ pour la paroi à 180° , en désignant par J_s l'aimantation spontanée.

La variation J de la composante suivant Oy de l'aimantation macroscopique peut donc être considérée comme la somme de deux termes J' et J'' , liés aux déplacements u' et u'' des deux parois par les relations

$$J' = J_s u' S' \quad \text{et} \quad J'' = 2 J_s u'' S''. \quad (48)$$

Il est, d'autre part, parfois commode de se représenter les pressions de traînage par des champs magnétiques fictifs équivalents : les champs de traînage $H'(u', t)$ et $H''(u'', t)$ définis par

$$H'(u', t) = \frac{P'(u', t)}{J_s} \quad \text{et} \quad H''(u'', t) = \frac{P''(u'', t)}{2 J_s}. \quad (49)$$

10. Variation avec le temps de la susceptibilité. — Après une désaimantation effectuée à l'époque $\tau = 0$, maintenons nul le champ magnétique jusqu'à l'époque t à laquelle nous effectuons une mesure de susceptibilité par une méthode balistique, en appliquant un champ H . Supposons d'abord que le temps d'indication de l'appareil de mesure utilisé soit petit devant les constantes de temps θ du traînage. Dans ces conditions, $u(\tau)$ est nul dans l'intervalle de temps $0 < \tau < t$ et $u(t)$ représente simplement la position de la paroi aussitôt après l'application du champ. La variable U se réduit donc à $-u(t)$ et $f(U)$ est indépendant de τ . Posons maintenant

$$\int_0^t g(t - \tau) d\tau = G(t). \quad (50)$$

Compte tenu de la relation (19) qui définit $g(t - \tau)$, on déduit que $G(t)$, égal à zéro pour $t = 0$, est une fonction toujours croissante de t et tend vers l'unité quand t tend vers l'infini. Par exemple, avec une seule constante de temps, on trouve

$$G(t) = 1 - e^{-\frac{t}{\theta}}. \quad (51)$$

Les relations (59) et (62), établies plus loin, donnent $G(t)$ dans le cas logarithmique.

La pression magnétique qui agit sur la paroi s'écrit alors

$$P(u, t) = W_0 f(u) G(t), \quad (52)$$

de sorte que l'équation d'équilibre, relative à une paroi à 90° , s'écrit, compte tenu de la relation (48) qui lie u' à J' ,

$$R'\left(\frac{J'}{S' J_s}\right) + H J_s = -W_0 f'\left(\frac{J'}{S' J_s}\right) G(t), \quad (53)$$

ainsi qu'une relation analogue pour les parois à 180° .

Il résulte de cette équation que la susceptibilité $\frac{J}{H}$ diminue à mesure que l'intervalle de temps t , écoulé depuis la désaimantation, augmente : ainsi interprète-t-on le phénomène connu sous le nom de *désaccommodation* de la perméabilité. L'équation (53) prend une forme simple lorsque H et par conséquent J' sont petits. Dans ce cas, on peut réduire R' et f' au premier terme de leur développement en série, ce qui donne

$$-\frac{J' J_s}{\chi'_0} + J_s H = \frac{2 W_0 J'}{3 S' J_s d} G(t), \quad (54)$$

où χ'_0 est la susceptibilité initiale relative aux parois à 90° , en l'absence de traînage. Il résulte de cette équation que tout se passe dans les champs faibles comme si le traînage magnétique équivalait à un champ démagnétisant interne $-N' J'$, proportionnel à l'aimantation, défini par un coefficient

$$N' = \frac{2 W_0 G(t)}{3 S' J_s d}, \quad (55)$$

pour les parois à 90° . Pour les parois à 180° , on obtient un résultat analogue avec un coefficient N'' de champ démagnétisant donné par la formule (55), où S' est simplement remplacé par $2S''$.

Dans les champs plus intenses, où le déplacement u des parois dépasse $4d$ pour les parois à 90° et $10d$ pour les parois à 180° , $f(U)$ se réduit à -1 pour les premières et à 0 pour les secondes. Pour les parois à 90° , tout se passe comme si la substance était soumise à un champ supplémentaire fictif H' donné par

$$H' = - \frac{W_0 G(t)}{J_s}. \quad (56)$$

Il est intéressant de remarquer que ce champ supplémentaire ne dépend, ni du champ appliqué, ni de la forme de la pression de rappel $R(u)$. Pour les parois à 180° , les effets de la diffusion du carbone sur la susceptibilité disparaissent lorsque u dépasse $10d$. En principe, l'étude du traînage en fonction du champ permet donc de séparer le rôle des parois à 90° du rôle des parois à 180° .

Nous avons montré antérieurement ([1], § 7 et 8, fig. 7 et 8) que les expériences de G. Richter, ainsi que celles de J. L. Snoek s'interprétaient d'une manière très satisfaisante par la théorie que nous venons de développer.

11. Méthode générale d'approximation.

L'exemple que nous venons d'étudier constitue un des cas exceptionnels où l'équation intégrale (47) dégénère et peut se résoudre d'une manière simple et rigoureuse. Les affaires se compliquent déjà lorsque le temps d'indication de l'appareil de mesure est voisin ou plus grand que quelques-unes des constantes de temps θ de traînage.

Dans ce cas et dans plusieurs autres qui seront étudiés plus loin, la méthode d'approximation suivante fournit des résultats simples : on considère le traînage comme une *petite* perturbation et l'on suppose que, dans l'expression de U [cf. (27)], la différence entre la position réelle de la paroi et la position qu'elle occuperait au même instant en l'absence de traînage est suffisamment petite pour que l'on puisse la négliger. Ainsi, dans cette hypothèse, les valeurs $u(\tau)$ et $u(t)$, qui figurent dans U , se rapportent aux positions qu'occuperait la paroi aux époques τ et t , *en l'absence de traînage*, sous l'action des champs $H(\tau)$ et $H(t)$. Le problème se simplifie alors beaucoup, car il n'y a plus de fonction inconnue $u(\tau)$ sous le signe somme.

Cette méthode fournit une première valeur approchée $u_1(\tau)$ de la position de la paroi qui suffit dans beaucoup de cas. Mais, si l'on désirait une meilleure approximation, on pourrait utiliser ces valeurs $u_1(\tau)$ pour obtenir une meilleure valeur de U et en déduire une deuxième approximation $u_2(\tau)$ et ainsi de suite.

Appliquons cette méthode au calcul de la position de la paroi à l'époque $t = t_1 + \varepsilon$, où t_1 désigne

l'époque où le champ H constant a été appliqué, après être resté nul dans l'intervalle $0 < \tau < t_1$. Cette position est, par exemple, celle que l'on calcule d'après la valeur de l'élongation maximum d'un galvanomètre balistique : ε est alors voisin du quart de la période de cet appareil. En l'absence de traînage, la paroi reste au repos à l'origine jusqu'à $\tau = t_1$, de sorte que U est simplement égal à $-u(t)$. Ensuite, la paroi reste immobile dans l'intervalle $t_1 < \tau < t_1 + \varepsilon$: U est donc nul en première approximation. La pression P est donc donnée par

$$P = -W_0 f(-u) \int_0^{t-\varepsilon} g(t-\tau) d\tau \\ = W_0 f(u) [G(t) - G(\varepsilon)], \quad (57)$$

compte tenu de la définition de $G(t)$ donnée par la relation (50). L'équation (57) se substitue à l'équation (52) : il suffit donc de remplacer $G(t)$ par $G(t) - G(\varepsilon)$ dans les équations (53) à (56) pour résoudre le problème dans l'éventualité où ε n'est plus négligeable devant toutes les valeurs de θ .

Particularisons, par exemple, la formule (57) au cas logarithmique de répartition des constantes de temps, défini par les formules (19) et (20). Par définition,

$$G(t) = \int_0^t g(t-\tau) d\tau \\ = \int_0^t \int_{\theta_1}^{\theta_2} \frac{e^{-\frac{\tau-t}{\theta}}}{\log \theta_2 - \log \theta_1} \frac{d\tau d\theta}{\theta^2}, \quad (58)$$

et en intégrant d'abord par rapport à τ et ensuite par rapport à θ on obtient

$$G(t) = \int_{\theta_1}^{\theta_2} \frac{1 - e^{-\frac{t}{\theta}}}{\log \theta_2 - \log \theta_1} \frac{d\theta}{\theta} \\ = 1 + \frac{1}{\log \frac{\theta_2}{\theta_1}} \left[Ei\left(-\frac{\theta_2}{t}\right) - Ei\left(-\frac{\theta_1}{t}\right) \right]. \quad (59)$$

Quand $\theta_1 < t \ll \theta_2$, on peut utiliser les formules asymptotiques de développement des exponentielles intégrales $Ei(-x)$, soit

$$Ei(-x) = C + \log x - x + \frac{1}{2} \frac{x^2}{2!} - \frac{1}{3} \frac{x^3}{3!} + \dots, \quad \left\{ \begin{array}{l} |x| < 17, \end{array} \right. \quad (60)$$

$$Ei(-x) = -\frac{e^{-x}}{x} \left(1 - \frac{1!}{x} + \frac{2!}{x^2} - \frac{3!}{x^3} + \dots \right), \quad \left\{ \begin{array}{l} |x| > 17, \end{array} \right. \quad (61)$$

où C est la constante d'Euler, égale à 0,5772. On obtient alors

$$G(t) = 1 - \frac{C + \log \theta_1 - \log t}{\log \theta_2 - \log \theta_1}. \quad (62)$$

Si $\theta_1 < \varepsilon \ll \theta_2$, on obtient $G(\varepsilon)$ en remplaçant t

par ε dans l'équation précédente, ce qui donne finalement

$$G(t) - G(\varepsilon) = \frac{\log t - \log \varepsilon}{\log \theta_2 - \log \theta_1}. \quad (63)$$

12. Évolution de l'aimantation au cours du temps. — On peut aussi imaginer un autre type d'expérience dans lequel, après avoir désaimanté à $\tau = 0$, on maintient nul le champ magnétique jusqu'à l'époque t_1 . On applique alors un champ constant H et l'on suit l'évolution de l'aimantation en fonction du temps. Une telle expérience met en évidence le *trainage magnétique* proprement dit, tandis que l'expérience du paragraphe 10 se rapportait suivant la terminologie de Snoek, à la désaccommodation de la perméabilité.

En somme, ce problème a déjà été traité dans le paragraphe précédent : il suffit de remplacer ε par $t - t_1$. Les formules (53) à (56) s'appliquent en y remplaçant $G(t)$ par $G(t) - G(t - t_1)$, ce qui met bien en évidence les relations étroites qui lient la désaccommodation au trainage. Dans le cas logarithmique, l'aimantation est une fonction du temps de la forme $A + B \log t$, tout au moins dans l'intervalle $\theta_1 \ll t \ll \theta_2$: nous avons déjà rencontré une relation de cette forme dans le cas du trainage irréversible, ou trainage de fluctuations thermiques. Lorsque l'aimantation présente cette allure, on ne peut donc rien en conclure quant à l'origine du trainage.

La méthode du paragraphe précédent permet de traiter des cas plus compliqués. Désaimantons, par exemple, la substance à $\tau = 0$, puis appliquons un champ H_0 dans l'intervalle $0 < \tau < t_1$, un champ H_1 dans l'intervalle $t_1 < \tau < t_2$ et finalement un champ H_2 depuis l'époque t_2 jusqu'à l'époque t de l'observation. Désignons par u_0, u_1, u_2 les positions successives de la paroi correspondant, en l'absence de trainage, aux champs H_0, H_1, H_2 . A l'approximation utilisée, u_2 est d'ailleurs égal à l'abscisse réelle de la paroi à l'instant t . Il en résulte que la variable U est égale à $u_0 - u_2$ dans l'intervalle $0 < \tau < t_1$, à $u_1 - u_2$ dans l'intervalle $t_1 < \tau < t_2$ et à zéro pour $\tau > t_2$. La pression magnétique P , à l'instant t , définie par l'équation (26) s'écrit, compte tenu de la relation (50),

$$-\frac{P}{W_0} = f(u_0 - u_2) \int_0^{t_1} g(t - \tau) d\tau + f(u_1 - u_2) \int_{t_1}^{t_2} g(t - \tau) d\tau, \quad (64)$$

ou encore

$$-\frac{P}{W_0} = f(u_0 - u_2) [G(t) - G(t - t_1)] + f(u_1 - u_2) [G(t - t_1) - G(t - t_2)]. \quad (65)$$

Cette formule se généralise aisément à des cas plus compliqués. Elle est d'ailleurs susceptible

d'importantes simplifications, soit dans le cas où les différences $u_0 - u_2, u_1 - u_2$ sont petites à côté de d , soit dans le cas où elles sont grandes : dans le premier cas, $f'(U)$ ou $f''(U)$ se réduisent à $-\frac{2}{3} \frac{U}{d}$ ou $-\frac{4}{3} \frac{U}{d}$, dans le second, $f''(U)$ se réduit à zéro et $f'(U)$ se réduit à -1 ou à $+1$, suivant que U est positif ou négatif.

13. Trainage normal et trainage anomal. — Lorsque après désaimantation à $\tau = 0$, on applique un champ H à $\tau = t$ et que l'on suit ensuite l'évolution de l'aimantation à champ constant, la pression de trainage P reste égale à $W_0 f(u) [G(t) - G(t - t_1)]$. Lorsqu'il n'existe qu'une seule constante de temps θ

de trainage, le crochet se réduit à $e^{-\frac{t}{\theta} \left(\frac{t_1}{\theta} - 1 \right)}$. C'est une quantité toujours positive qui décroît d'une manière monotone vers zéro quand le temps t tend vers l'infini. Il en est évidemment de même dans le cas où un nombre quelconque de constantes de temps se superposent. Comme u et $W_0 f(u)$ sont de signes contraires, la pression magnétique P doit toujours s'opposer au déplacement de la paroi et tend vers zéro d'une manière monotone quand t tend vers l'infini : le trainage magnétique se produit donc dans le même sens que la variation de l'aimantation qui le précède immédiatement. Il n'y a jamais changement de signe : c'est le *trainage normal*.

Prenons maintenant un cas plus compliqué, tel que celui qui fait l'objet de la formule (65). Pour fixer les idées, prenons d'abord H_0 nul, puis donnons au champ H_1 une valeur positive et revenons finalement à un champ H_2 , plus petit que H_1 mais toujours positif, ces champs ayant des valeurs relatives telles que u_2 et $u_1 - u_2$, qui sont tous deux positifs, soient grands devant d . Adoptons enfin l'hypothèse logarithmique en supposant que $t, t - t_1, t - t_2$, soient grands devant θ_1 et petits devant θ_2 . Aucune de ces différentes hypothèses n'est d'ailleurs essentielle et nous ne les avons introduites que dans le but de simplifier l'exposé et les calculs : nous aurions obtenu, dans les autres cas, des résultats analogues à ceux qui vont suivre.

La pression magnétique P , déterminée d'après les équations (63) et (65), s'écrit alors

$$P = \frac{W_0}{\log \theta_2 - \log \theta_1} \log \frac{(t - t_1)^2}{t(t - t_2)}, \quad (66)$$

de sorte qu'elle varie avec le temps dans le même sens que

$$Y = \frac{(t - t_1)^2}{t(t - t_2)}. \quad (67)$$

L'étude de la dérivée montre que lorsque t_2 est supérieur à $2t_1$, la quantité Y décroît toujours à mesure que t augmente et tend vers 1 pour t infini. Ainsi le trainage magnétique se produit dans le même

sens que la variation imposée de l'aimantation qui l'a immédiatement précédé, à condition que l'état antécédent, en l'espèce ici l'action du champ H_1 , ait été maintenu plus longtemps que l'action du champ H_0 .

Lorsque t_2 est inférieur à $2t_1$, Y commence par décroître jusqu'à ce que t atteigne la valeur $\frac{t_1 t_2}{2t_1 - t_2}$, puis croît en tendant vers 1 lorsque t tend vers l'infini. Ainsi lorsque l'état antécédent n'a pas été maintenu longtemps, l'échantillon conserve le souvenir d'un état plus éloigné et le traînage finit par se produire dans le sens de l'avant-dernière variation imposée de l'aimantation. Cependant, pendant un petit intervalle de temps suivant immédiatement l'application du champ final, le traînage présente le sens normal. En résumé, le traînage change de signe à l'époque $\frac{t_1 t_2}{2t_1 - t_2}$. C'est le *traînage anomal* dont les expériences de A. Mitkewitch [14] fournissent de beaux exemples ; les caractéristiques essentielles du phénomène paraissent convenablement interprétées par la théorie exposée plus haut.

14. Le traînage en champ alternatif. Le cas des petites amplitudes. — Un grand nombre d'études sur la désaccommodation de la perméabilité ont été effectuées en courant alternatif. Il convient donc d'examiner cette question du point de vue théorique. Après avoir désaimanté à l'époque $\tau = 0$, nous laissons d'abord le champ nul jusqu'à l'époque $\tau = t_1$ à laquelle nous appliquons un champ magnétique

$$H = H_m \sin \omega t, \quad (68)$$

d'amplitude constante auquel correspondrait, en l'absence de traînage, un déplacement u de paroi donné par

$$u = u_0 \sin \omega t \quad (69)$$

que nous supposons petit vis-à-vis de d . Avec la méthode d'approximation du paragraphe 11, la variable U prend alors la valeur $-u_0 \sin \omega t$ dans l'intervalle $0 < \tau < t_1$ et la valeur $-u_0 (\sin \omega t - \sin \omega \tau)$ dans l'intervalle $t_1 < \tau < t$. En se limitant au premier terme du développement de $f'(U)$, la pression magnétique, relative à une paroi à 90° et au cas où il n'existe qu'une seule constante de temps, s'écrit

$$\frac{3Pd}{2W_0} = - \int_0^{t_1} u_0 \sin \omega \tau e^{-\frac{t-\tau}{\theta}} \frac{d\tau}{\theta} + \int_{t_1}^t u_0 (\sin \omega \tau - \sin \omega t) e^{-\frac{t-\tau}{\theta}} \frac{d\tau}{\theta}, \quad (70)$$

ce qui donne, après intégration :

$$\begin{aligned} \frac{3Pd}{2W_0 u_0} = & - \left(\frac{\omega^2 \theta^2}{1 + \omega^2 \theta^2} - e^{-\frac{t}{\theta}} \right) \sin \omega t \\ & - \frac{\omega \theta}{1 + \omega^2 \theta^2} \cos \omega t \\ & - (\sin \omega t_1 - \omega \theta \cos \omega t_1) \frac{e^{-\frac{t-t_1}{\theta}}}{1 + \omega^2 \theta^2}. \end{aligned} \quad (71)$$

Le dernier terme ne présente pas grand intérêt : c'est un terme transitoire, non périodique, qui dépend de la phase du courant à l'instant t_1 et qui n'affecte pas les mesures en courant alternatif. Le terme en $\sin \omega t$ est en opposition de phase avec le champ H . Lorsque la période $\frac{2\pi}{\omega}$ du champ alternatif est petite devant θ , ce terme est sensiblement égal à $-(1 - e^{-\frac{t}{\theta}}) \sin \omega t$ et montre que, lorsque l'espace de temps t , qui s'est écoulé depuis la désaimantation, croît de zéro à l'infini, tout se passe comme si le système était soumis à un champ magnétique fictif alternatif, en opposition de phase avec le champ appliqué et d'intensité croissant de zéro à $\frac{2W_0 u_0}{3 d J_s}$. Ce champ fictif ne dépend pas de l'époque t_1 où le champ $H_m \sin \omega t$ a été appliqué.

Le terme en $\cos \omega t$ est en quadrature avec le champ appliqué. Il en résulte que u , c'est-à-dire en fin de compte l'aimantation, présente un retard de phase ε sur le champ appliqué, d'où dissipation d'énergie. Cet angle de phase est donné par

$$\varepsilon = \frac{\varepsilon_0 \omega \theta}{1 + \omega^2 \theta^2}, \quad (72)$$

avec

$$\varepsilon_0 = \frac{2W_0 u_0}{3 d J_s H_0} = \frac{2W_0 \chi'_0}{3 d S' J_s^2} \quad (73)$$

en mettant en évidence la susceptibilité initiale χ_0 du système en l'absence de traînage.

Dans le cas logarithmique, lorsque les constantes de temps sont dispersées entre θ_1 et θ_2 , on trouve

$$\begin{aligned} \varepsilon &= \frac{\varepsilon_0}{\log \theta_2 - \log \theta_1} \int_{\theta_1}^{\theta_2} \frac{\omega \theta}{1 + \omega^2 \theta^2} \frac{d\theta}{\theta} \\ &= \varepsilon_0 \frac{\operatorname{arctg} \omega \theta_2 - \operatorname{arctg} \omega \theta_1}{\log \theta_2 - \log \theta_1} \end{aligned} \quad (74)$$

et si θ_1 et θ_2 sont respectivement très petit et très grand devant $\frac{2\pi}{\omega}$, l'angle de perte prend la valeur

$$\varepsilon = \frac{\pi \varepsilon_0}{2(\log \theta_2 - \log \theta_1)} = \frac{\pi k T \varepsilon_0}{2(W'' - W')}, \quad (75)$$

d'après l'équation (20). Cet angle de perte ne dépend, ni du champ, ni de la fréquence du champ alternatif de mesure; il ne dépend pas non plus du temps écoulé depuis la désaimantation ou depuis l'époque d'application du champ de mesure. Les pertes d'énergie correspondantes présentent donc les caractéristiques essentielles des *pertes résiduelles*, mises pour la première fois en évidence par Jordan [15]. Ces caractères proviennent uniquement de la dispersion des constantes de temps et se retrouvent également dans le traînage dû aux fluctuations thermiques [2], comme nous l'avons montré antérieurement. Ce n'est donc pas plus sur ces caractères que sur la variation logarithmique de l'aimantation avec le temps qu'il est possible de fonder une dis-

inction entre le traînage de diffusion et le traînage de fluctuations.

L'angle de phase ε dépend de la température d'une manière qui, pour n'être pas exponentielle, peut néanmoins être assez sensible : la température T figure explicitement dans la formule (75), tandis que χ'_0 dépend de ε_0 et de W_0 qui a leur tour, et surtout cette dernière quantité, varient avec T . Il est donc impossible *a priori* de préciser le sens de la variation résultante de ε .

15. Le traînage en champ alternatif. Cas des grandes amplitudes. — Lorsque l'amplitude u est grande vis-à-vis de d , et en utilisant la même approximation que plus haut, l'équation (26) donnant la pression magnétique, pour une paroi à 90° et pour une seule constante de temps θ , s'écrit sous la forme suivante :

$$\frac{P}{W_0} = \int_0^{t_1} \eta \exp\left(\frac{\tau-t}{\theta}\right) \frac{d\tau}{\theta} + \int_{t_1}^t \eta' \exp\left(\frac{\tau-t}{\theta}\right) \frac{d\tau}{\theta}; \quad (76)$$

où η est égal à -1 ou à $+1$, selon que $u_0 \sin \omega t$ est positif ou négatif et où η' est égal à -1 ou à $+1$, suivant que $u_0 (\sin \omega t - \sin \omega \tau)$ est positif ou négatif.

La première des intégrales (76), que nous désignons par I_1 , est égale à $\eta \left[\exp\left(-\frac{t-t_1}{\theta}\right) - \exp\left(-\frac{t}{\theta}\right) \right]$ et en développant η en série de Fourier, on obtient

$$I_1 = -\frac{4}{\pi} \left(e^{-\frac{t-t_1}{\theta}} - e^{-\frac{t}{\theta}} \right) \left(\sin \omega t + \frac{1}{3} \sin 3 \omega t + \dots \right). \quad (77)$$

Il est commode de calculer par morceaux la deuxième intégrale I_2 de l'équation (76). Posons, en général,

$$\omega t = k\pi + \varphi,$$

où k est un entier et φ inférieur en module à $\frac{\pi}{2}$. Il convient alors de distinguer deux cas, suivant que k est pair ou impair. Posons, en outre,

$$Q = \exp\left(-\frac{\pi}{\omega\theta}\right), \quad Q' = \exp\left(-\frac{2\varphi}{\omega\theta}\right). \quad (78)$$

Dans ces conditions, la portion p de I_2 , relative à l'intervalle d'intégration $t - \frac{2\pi}{\omega} < \tau < t$, s'écrit

$$p = \eta''(1 - 2QQ' + Q^2), \quad (79)$$

où η'' est égal à -1 ou $+1$, suivant que k est pair ou impair. D'autre part, les portions de I_2 , relatives aux intervalles d'intégration compris, entre $t - \frac{4\pi}{\omega}$ et $t - \frac{2\pi}{\omega}$, entre $t - \frac{6\pi}{\omega}$ et $t - \frac{4\pi}{\omega}$, etc. sont les termes successifs d'une progression géométrique de raison Q^2 , dont le premier terme est égal à p et dont

le nombre de termes est égal à $\frac{(t-t_1)\omega}{2\pi}$. Cela donne au total

$$I_2 = \frac{P}{1-Q^2} \left(1 - e^{-\frac{t-t_1}{\theta}} \right). \quad (80)$$

Mais $\frac{P}{(1-Q^2)}$ est une fonction périodique de φ (et non pas de t) susceptible d'être développée en série de Fourier, ce qui donne, après avoir remplacé φ par ωt ,

$$\begin{aligned} \frac{P}{1-Q^2} = & -\frac{4}{\pi} \coth \frac{\pi}{\omega\theta} \left[\frac{2\omega\theta}{4+\omega^2\theta^2} \sin \omega t \right. \\ & + \frac{4}{4+\omega^2\theta^2} \cos \omega t - \dots \\ & - \frac{2\omega\theta}{4+9\omega^2\theta^2} \sin 3\omega t \\ & \left. - \frac{4}{12+27\omega^2\theta^2} \cos 3\omega t + \dots \right]. \quad (81) \end{aligned}$$

Finalement, en reportant cette valeur dans l'expression (80) et en ajoutant la valeur de I_2 ainsi obtenue à la valeur de I_1 donnée par la relation (77),

on obtient $\frac{P}{W_0}$ sous la forme de termes périodiques de pulsation ω , 3ω , ... exponentiellement amortis.

Le cas le plus intéressant est celui où la période $\frac{2\pi}{\omega}$ du champ alternatif est petite devant θ ; on obtient alors en se limitant aux termes en $\sin \omega t$ et $\cos \omega t$ et en négligeant l'unité devant $(\omega\theta)^2$:

$$\begin{aligned} \frac{P}{W_0} = & -\frac{4}{\pi} \left[\left(1 - \frac{2}{\pi} \right) e^{-\frac{t-t_1}{\theta}} - e^{-\frac{t}{\theta}} + \frac{2}{\pi} \right] \sin \omega t \\ & - \frac{16}{\pi^2 \omega \theta} \left(1 - e^{-\frac{t-t_1}{\theta}} \right) \cos \omega t. \quad (82) \end{aligned}$$

Malgré toutes les simplifications que nous avons apportées, cette formule possède une structure encore beaucoup plus compliquée que la formule correspondante (71) relative aux petites amplitudes. Il en résulte notamment que les répercussions du traînage sur les mesures en courant alternatif sont plus délicates à interpréter que lorsqu'il s'agit de variations discontinues du champ appliqué.

En ce qui concerne, par exemple, le terme en $\cos \omega t$ qui représente la partie de la pression de traînage qui est en quadrature avec le champ appliqué, on remarque qu'il dépend maintenant de $t-t_1$, c'est-à-dire de la durée de l'intervalle de temps écoulé entre l'application du champ et la mesure : en particulier, ce terme est nul au moment de l'application du champ. Il ne semble pas que la variation correspondante de l'angle de perte ait été signalée expérimentalement jusqu'ici. On remarque, en outre, que l'amplitude de la pression de traînage ne dépend pas de l'amplitude H_m du champ appliqué : l'angle de perte doit varier en raison inverse de H_m . Ce

phénomène non plus n'a pas été signalé : peut-être serait-il difficile à mettre en évidence, en présence d'angles de perte d'origine différente, augmentant avec le champ, comme pour l'hystérésis.

On peut faire des remarques analogues en ce qui concerne la partie de la pression de traînage qui varie en opposition de phase avec le champ appliqué. Nous allons traiter un exemple intéressant.

16. Variation avec le temps de la perméabilité en courant alternatif. — La formule (82) relative à une seule constante de temps peut s'étendre au cas logarithmique. On trouve

$$\frac{P}{W_0} = -\frac{4}{\pi} \int_{\theta_1}^{\theta_2} \left[\left(1 - \frac{2}{\pi}\right) e^{-\frac{t-t_1}{\theta}} - e^{-\frac{t}{\theta} + \frac{2}{\pi}} \right] \frac{\sin \omega t d\theta}{\theta (\log \theta_2 - \log \theta_1)} + \dots \quad (83)$$

Lorsque les deux inégalités

$$\theta_1 \ll t \ll \theta_2 \quad \text{et} \quad \theta_1 \ll t - t_1 \ll \theta_2$$

sont satisfaites, la période $\frac{2\pi}{\omega}$ étant, en outre, petite devant θ , l'application des formules (59), (60) et (61) permet de donner à la relation (83) la forme

$$\begin{aligned} \frac{P}{W_0} = & -\frac{4 \sin \omega t}{\pi} \\ & \times \left\{ \frac{2}{\pi} \left(1 - \frac{C + \log \theta_1}{\log \theta_2 - \log \theta_1}\right) + \frac{1}{\log \theta_2 - \log \theta_1} \right. \\ & \times \left[\log t - \left(1 - \frac{2}{\pi}\right) \log(t - t_1) \right] \left. \right\}. \quad (84) \end{aligned}$$

La première partie de la parenthèse est un terme indépendant du temps qui ne présente pas d'intérêt pour nous. Il n'en est pas de même du second. Supposons d'abord que t_1 soit nul. Le terme entre crochets se réduit alors à $\frac{2}{\pi} \log t$: l'amplitude de la pression magnétique croît donc toujours avec le temps.

Il en résulte que, si l'on mesure la perméabilité en courant alternatif en appliquant le champ de mesure aussitôt après la désaimantation et en laissant agir ce champ sans interruption, on observe que la perméabilité décroît toujours avec le temps, comme le montre la courbe A de la figure 3, tracée en coordonnées arbitraires.

Supposons, au contraire, que le champ de mesure soit seulement appliqué à une époque t_1 après la désaimantation, puis maintenu. Le terme entre crochets, dans la relation (84), commence par décroître, passe par un minimum pour $t = \frac{\pi t_1}{2}$, puis croît continuellement. La perméabilité commence donc par croître, passe par un maximum, puis décroît, comme le montre la courbe B de la figure 3, tracée pour $t_1 = 1$ ou la courbe C tracée pour $t_1 = 0,3$.

Cette allure assez remarquable de la variation de la perméabilité avec le temps, suivant les différentes conditions expérimentales, a été précisément observée par C. E. Webb et L. H. Ford [6]. Nous donnons ici (fig. 4) une reproduction de la figure 2

Fig. 3. — Variation de la perméabilité avec le temps : courbes théoriques (échelles arbitraires).

Fig. 4. — Variation de la perméabilité avec le temps : courbes expérimentales de Webb et Ford (le temps est exprimé en minutes).

du Mémoire de ces deux auteurs. La parenté des courbes 1, 2 et 3 avec nos courbes A, C et B est évidente : il semble donc bien que nous tenions la clé de ce curieux phénomène.

17. Influence de la dispersion des forces de rappel. — Parmi les phénomènes liés à la désaccommodation, il en est un qui est particulièrement intéressant et qui a été mis en évidence pour la première fois par Webb et Ford [6], puis confirmé

par G. Montalenti [16]. La perméabilité de la tôle de fer à 4 pour 100 de silicium diminue à mesure que le temps écoulé depuis la désaimantation augmente : c'est le phénomène dont nous venons de

Fig. 5. — Courbes de perméabilité (Webb et Ford) : 2 mn après désaimantation (μ_1) et deux semaines après désaimantation (μ_2), en fonction du champ.

Fig. 6. — Valeur du rapport $\frac{\mu_1 - \mu_2}{\mu_2}$ en fonction du champ, d'après Webb et Ford.

faire la théorie. Soit, par exemple, μ_1 la perméabilité mesurée en courant alternatif 2 mn après la désaimantation et μ_2 la perméabilité mesurée deux semaines après. L'expérience montre que le rapport $\frac{\mu_1 - \mu_2}{\mu_2}$ croît d'abord avec l'amplitude H_m du champ de mesure, passe par un maximum aux environs de $H_m = 0,015$ Oe et décroît ensuite rapi-

dement comme le montrent les figures 5 et 6 empruntées à Webb et Ford.

La théorie, sous la forme simplifiée qui a été développée plus haut, montre au contraire que le rapport $\frac{\mu_1 - \mu_2}{\mu_2}$ devrait décroître uniformément avec le champ. Il faut sans doute rechercher l'origine de ce désaccord dans les simplifications, sans doute excessives, que nous avons apportées au problème et, en particulier, dans le fait d'avoir attribué à toutes les parois la même force de rappel à la position d'équilibre. Nous allons montrer que l'on obtient des propriétés qui se rapprochent beaucoup des données de l'expérience quand on considère les parois à 180° pour lesquelles les *forces ordinaires de rappel* à la position d'équilibre, pour un déplacement de l'ordre de grandeur de d , sont *négligeables devant les forces associées à la stabilisation de diffusion*. Nous avons exclu implicitement de telles parois de notre étude précédente puisque nous nous étions volontairement limité à l'étude du traînage considéré comme une petite perturbation. L'existence même des lois de Rayleigh, relatives aux champs faibles, montre d'ailleurs [13] que de telles parois, à forces de rappel très faibles, existent nécessairement.

Des parois de cette nature ne subissent que de petits déplacements, inférieurs à $4d$, aussi longtemps que le champ magnétique appliqué reste inférieur à une certaine limite H_s correspondant à la position dans laquelle la pression magnétique appliquée $2H_s J_s$ est égale au maximum de la pression de traînage, c'est-à-dire au maximum de la courbe représentée sur la figure 2. Ceci donne sensiblement

$$H_m = \frac{W_0 G(t)}{J_s}. \quad (85)$$

Au delà de cette limite, la paroi « décroche » et subit un très grand déplacement : si les forces de rappel sont négligeables, elle balaye le domaine élémentaire tout entier. Le passage de H par la valeur H_m est donc marqué par une discontinuité de la perméabilité. L'abscisse de cette discontinuité dépend du temps : elle se produit dans un champ H' , très petit, lorsqu'on opère immédiatement après désaimantation, mais si l'on attend un temps très long, il faut un champ H'' beaucoup plus grand. Schématiquement, on obtient des variations de la perméabilité telles que celles que représente la figure 7, avec un maximum du rapport $\frac{\mu_1 - \mu_2}{\mu_2}$ dans l'intervalle $H' < H < H''$.

Cette analyse schématique montre que ce maximum disparaîtrait si la mesure de μ_1 était effectuée un temps excessivement court après la désaimantation, inférieur à la plus petite des constantes de temps θ : on obtiendrait alors, même dans les champs les plus faibles, une valeur élevée de μ_1 , représentée en AB sur la figure 7, de telle sorte que $\frac{\mu_1 - \mu_2}{\mu_2}$

ne présenterait plus de maximum. Dans la pratique, l'expérience a montré, dans les tôles de fer à 4 pour 100 de silicium, la présence de constantes de temps

celles de Webb et Ford. Il paraît donc assez vraisemblable que l'on puisse interpréter sur ces bases les expériences de ces auteurs.

Fig. 7. — Courbe schématique théorique donnant la variation de la perméabilité avec le champ aussitôt après la désaimantation (μ_0) ou un temps notable après (μ_∞).

bien inférieures à la seconde : les conditions expérimentales correspondent donc bien à la présence du maximum.

Pour calculer d'une manière précise les phénomènes, il faudrait, en dehors de la répartition des constantes de temps, connaître aussi la répartition actuellement mal connue des forces de rappel entre les différentes parois. En l'absence de telles données et pour acquérir néanmoins une idée plus précise des phénomènes, nous avons calculé les variations avec le champ de la perméabilité d'une substance telle que la surface dS des parois à 90° , pour lesquelles la pression de rappel est comprise entre a^2u et $(a + da)^2u$, soit égale à $\frac{3S_0 a^2 da}{a_0^3}$, pour a compris entre 0 et a_0 , et soit nulle en dehors de cet intervalle. Nous supposons que la substance contient également des parois à 180° , de même surface totale S_0 , avec des forces de rappel deux fois plus grandes que les précédentes, mais réparties de la même façon. Pour faciliter les calculs, nous avons remplacé $f'(U)$ par les valeurs approchées suivantes : $-\frac{2U}{3d}$ dans l'intervalle $0 < U < \frac{3d}{2}$ et par -1 au delà et remplacé $f''(U)$ par $-\frac{4U}{3d}$ dans l'intervalle $0 < U < \frac{3d}{2}$, par -2 dans l'intervalle $\frac{3d}{2} < U < \frac{15d}{2}$ et par 0 au delà. Nous avons effectué les calculs pour les deux valeurs suivantes de $G(t)$:

$$G(t) = 0,15 \frac{da_0^2}{W_0}, \quad G(t) = 0,75 \frac{da_0^2}{W_0}.$$

La figure 8, tracée en coordonnées arbitraires, montre les valeurs correspondantes μ_1 et μ_2 de la perméabilité ainsi que les valeurs de $\frac{\mu_1 - \mu_2}{\mu_2}$. Ces courbes présentent des analogies frappantes avec

celles de Webb et Ford. Il paraît donc assez vraisemblable que l'on puisse interpréter sur ces bases les expériences de ces auteurs.

18. Conclusions. — Il paraît légitime de conclure de cet exposé que la théorie proposée, explique qualitativement l'ensemble des propriétés connues relatives à la désaccommodation et au traînage de diffusion.

Il reste à comparer quantitativement la théorie à l'expérience : ce n'est pas facile, car, pour obtenir une précision expérimentale suffisante, il faut étudier des substances qui possèdent un gros traînage et auxquelles la méthode d'approximation exposée plus haut (§ 11) ne doit certainement plus s'appliquer, sauf cas exceptionnels. Il importerait aussi de tenir compte des proportions relatives des parois à 90° et à 180° , ainsi que de la dispersion des forces de rappel $R'(u')$ et $R''(u'')$.

Si la théorie s'avère définitivement correcte, on pourrait en utiliser les résultats pour déterminer la constante W_0 et la fonction $G(t)$ qui suffisent à caractériser le traînage. Il serait alors intéressant d'étudier les variations de W_0 en fonction de la température et de la concentration en carbone, azote ou hydrogène ainsi que les relations entre la fonction $G(t)$ et l'état physique de la substance.

On pourrait objecter à ce programme la difficulté

Fig. 8. — Courbes théoriques donnant pour un modèle simple les variations de μ_1 , μ_2 et de $\frac{\mu_1 - \mu_2}{\mu_2}$ en fonction du champ;

μ_1 et μ_2 représentent les perméabilités correspondant à deux intervalles de temps bien déterminés suivant la désaimantation.

de séparer le traînage de diffusion du traînage de fluctuations. On peut les distinguer en ce que le traînage de fluctuations n'affecte pas la perméabilité, à l'inverse du traînage de diffusion. D'une manière plus générale, lorsqu'on produit une variation importante d'aimantation, au moyen d'une variation discontinue du champ appliqué, la fraction de la

variation d'aimantation qui est fonction du temps est de la forme $\chi H_f(t)$, où $H_f(t)$ est un champ fictif dépendant du temps et indépendant de l'aimantation. Dans le cas du traînage de fluctuations, χ est la susceptibilité irréversible, correspondant aux conditions de l'expérience, tandis que, dans le cas du traînage de diffusion, χ est la susceptibilité réversible. Comme le rapport de ces deux susceptibilités varie

beaucoup d'un point à l'autre du domaine d'hystérésis, il est possible de séparer ces deux espèces de traînage.

Je remercie M. Pauthenet dont l'aide m'a été précieuse dans l'exécution des figures.

Manuscrit reçu le 21 mars 1952.

BIBLIOGRAPHIE.

- [1] NÉEL L. — *J. Physique Rad.*, 1951, **12**, 339.
- [2] NÉEL L. — *J. Physique Rad.*, 1950, **11**, 49.
- [3] BARBIER J. C. — *C. R. Acad. Sc.*, 1950, **230**, 1040; 1952, **234**, 415.
- [4] BARBIER J. C. — *J. Physique Rad.*, 1951, **12**, 352.
- [5] SNOEK J. L. — *Physica*, 1938, **5**, 663; New developments in ferromagnetic materials, Elsevier, Amsterdam, 1947, § 16.
- [6] WEBB C. E. et FORD L. H. — *J. Inst. Electr. Eng.*, 1934, **75**, 787.
- [7] GUILLAUD C. — *Thèse*, Strasbourg, 1943.
- [8] RICHTER G. — *Ann. Physik*, 1937, **29**, 605.
- [9] BECKER R. et DÖRING W. — *Ferromagnetismus*, Springer Berlin, 1939.
- [10] NÉEL L. — *Cahiers de Physique*, 1944, n° 25, p. 1.
- [11] LIFSHITZ E. — *J. Phys. U. S. S. R.*, 1944, **8**, 337.
- [12] KITTEL C. — *Rev. Mod. Physics.*, 1949, **21**, 541.
- [13] NÉEL L. — *Cahiers de Physique*, 1942, n° 12, p. 1; 1943, n° 13, p. 18.
- [14] MITKEWITCH A. — *J. Physique Rad.*, 1936, **7**, 133.
- [15] JORDAN H. — *Elektr. Nachr. Techn.*, 1924, **1**, 7.
- [16] MONTALENTI G. — *Ric. Scientifica e Ricostruz.*, 1947, **17**, n° 7-8, p. 3.