

Application aux couches minces de la théorie de l'étalon interférentiel par réflexion

Ch. Dufour

▶ To cite this version:

Ch. Dufour. Application aux couches minces de la théorie de l'étalon interférentiel par réflexion. Journal de Physique et le Radium, 1950, 11 (7), pp.327-331. 10.1051/jphysrad:01950001107032700 . jpa-00234265

HAL Id: jpa-00234265 https://hal.science/jpa-00234265

Submitted on 4 Feb 2008

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers. L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

APPLICATION AUX COUCHES MINCES DE LA THÉORIE DE L'ÉTALON INTERFÉRENTIEL PAR RÉFLEXION

Par Ch. DUFOUR (¹).

Summary. — The theory of the etalon used in reflection shows that the phase change on reflection from the second mirror does not affect the intensity distribution in the interference pattern. The first film, however, is involved "through its transmission coefficient, its reflection coefficients an the angle $\gamma = \alpha + \alpha' - 2\beta$ where α , α' are the phase changes on reflection and β is the phase change on transmission. In the simplified theory, valid for semi-transparent, non-absorbing films, one assumes that all the phase changes are O or π and therefore $\gamma = o$. In the general case of absorbing films we have developed a graphical method allowing to find a limit for γ depending on the absorption of the semi-transparent film.

For this purpose, we imagine it to be placed in front of a mirror of reflectivity 1, and we express graphically the fact that the reflection factor of the resulting etalon cannot exceed 1. We derive an algebraical expression for γ for very weak absorption A,

$$\gamma < \frac{A}{\sqrt{R(1-R)}}$$
 if $A < 0.05$ and $R \leq 0.90$.

Applications. — The knowledge of an upper limit of γ provides information on the limits of application of the simplified theory of the reflection etalon or of the interference filter with three films used in reflection. It has also allowed us to evaluate the error committed by assuming $\gamma = o$ in the calculation of the absorption of multiple films of small absorption from the absorption of a single film.

1. Théorie de l'étalon interférentiel par réflexion. Solution graphique. -- La théorie de l'interféromètre de Fabry-Perot, utilisé par réflexion, se fait le plus souvent de facon approchée. Dans le cas où les couches semi-transparentes ne possèdent aucune absorption, la figure d'interférence par réflexion : anneaux sombres sur fond clair, est exactement complémentaire de la figure par transmission et le calcul rigoureux ne présente aucune difficulté. Quand les couches sont absorbantes, les figures ne sont plus complémentaires et le calcul de la répartition des éclairements dans les anneaux obtenus par réflexion doit se faire directement. En général, ce calcul est effectué en tenant compte de l'absorption des couches mais en négligeant les changements de phase à chaque réflexion. Ces changements de phase sont, pour une lame semitransparente absorbante différents de zéro ou de π .

Le calcul analytique complet, qui tient compte à la fois de l'absorption et des différents changements de phase, n'est pas d'une interprétation facile, mais il est possible de traiter le problème entièrement par voie graphique. Pour cela, on peut reprendre les méthodes mises au point par P. Cotton pour le

(¹) Ce travail a été effectué en 1946 au laboratoire de M. Jacquinot à Bellevue.

calcul des facteurs de réflexion des lames minces multiples (²).



(2) P. COTTON, Ann. Phys., mars-avril 1947, p. 209-232.

Il est cependant plus simple, dans ce cas particulier, de chercher l'expression graphique directe de la série formée par les rayons successifs. La figure 1 indique les notations utilisées. Pour aboutir à une construction géométrique simple, nous allons supposer que le premier rayon réfléchi fait partie de la série d'Airy formée par les rayons 2, 3, 4, etc. Nous aurons ainsi pour la représentation graphique un vecteur qui figure la somme de la série d'Airy exactement comme pour l'étalon par transmission, plus un vecteur fixe qui correspond à la différence entre le premier terme fictif de la série d'Airy et le terme $r'e^{j\alpha'}$ qui représente la première réflexion.

Nous obtenons ainsi pour la répartition des intensités en fonction de φ :

$$I(\varphi) = \left| \underbrace{r' e^{j\alpha'} - \frac{T}{r} e^{j(2\beta - \alpha)}}_{\text{Vecteur fixe}} + \underbrace{\frac{T}{r} \frac{e^{j(2\beta - \alpha)}}{1 - r \rho e^{j(2\varphi + \psi + \alpha)}}}_{\text{Vecteur représentant}} \right|^2$$

Pour faciliter la construction, nous allons effectuer une rotation d'un angle $2\beta - \alpha$ et poser $\varphi' = 2\varphi + \psi + \alpha$:

$$I(\varphi') = \left| \underbrace{r' e^{j(\alpha + \alpha' - 2\beta)} + \frac{T}{r} e^{j\pi} + \frac{T}{r} \frac{I}{1 - r \varphi e^{j\varphi'}}}_{\text{Vectour } \overrightarrow{\text{PO}}} \right|^2 \cdot \underbrace{Vectour \ \overrightarrow{\text{PO}}}_{\text{Vectour } \overrightarrow{\text{PO}}}$$

La figure 2 indique la construction graphique



de la fonction $I(\varphi')$. Le vecteur fixe \overrightarrow{PO} est obtenu en portant $OK = \frac{T}{r}$ sur l'axe des x et en menant ensuite \overrightarrow{KP} de module KP = r' et d'argument $\alpha + \alpha' - 2\beta$.

Le vecteur ON résulte d'une inversion. En effet, $r
ho e^{j\varphi'}$ représente un cercle. $(I - r
ho e^{j\varphi})$ est un vecteur de centre O et d'extrémité M qui décrit ce cercle; N est l'inverse de M. Sur le graphique nous porterons OO' = $\frac{T}{r} \frac{1}{1 - r^2 \varphi^2}$ et nous tracerons le cercle de rayon O'M = r
ho OO'.

La détermination de la fonction $I(\varphi') = |\overrightarrow{ON}|^2$ devient alors fort simple. On trace d'abord O'M tel que $\overrightarrow{Ox.O'M} = -\varphi'$; on joint ensuite OM qui coupe le cercle en N. La longueur PN donne le résultat cherché. L'angle $\overrightarrow{Ox.PN}$ permet de connaître la phase de la résultante des rayons réfléchis.

Une telle construction nous a permis d'expliquer simplement les différents aspects des anneaux par réflexion suivant les couches semi-transparentes choisies et notamment la dissymétrie dans la répartition des éclairements dans les anneaux (³).

Mais dans cet exposé, nous n'insisterons pas sur les applications dans le domaine de l'interférométrie usuelle et nous nous limiterons aux conséquences pour les couches minces proprement dites.

2. Applications aux couches minces. — A. La construction graphique précédente va nous permettre de préciser la corrélation entre l'absorption d'une couche mince semi-transparente et les changements de phase à la réflexion et à la transmission.

Soulignons tout d'abord les caractéristiques des résultats obtenus lors du calcul de la répartition de l'énergie dans les anneaux par réflexion :

Le changement de phase ψ à la réflexion sur le second miroir, qu'il soit opaque ou semi-transparent, ne joue aucun rôle dans la forme de la fonction $I(\varphi)$. Il introduit simplement dans le calcul une épaisseur fictive de l'étalon différente de son épaisseur réelle *e*. La connaissance de la valeur de ψ n'est donc pas nécessaire.

Les données r, t, ρ sont faciles à connaître expérimentalement. Elles sont de toute façon indispensables, même pour effectuer le calcul élémentaire simplifié de $I(\varphi)$.

Les changements de phase à la réflexion et à la transmission sur la couche semi-transparente interviennent par l'intermédiaire de l'expression

$$\alpha + \alpha' - 2\beta = \gamma.$$

C'est la seule quantité supplémentaire à connaître pour pouvoir effectuer le calcul exact de $I(\varphi)$. Pour une couche non absorbante : $\gamma = 2k\pi$ et le point P est sur l'axe des x; la construction correspond bien à la théorie élémentaire. Si la couche est absorbante, on peut calculer α , α' et β connaissant l'épaisseur

(3) HAMY, J. Phys. Rad., 1906, t. 5, p. 789.

et l'indice complexe de la couche par les méthodes indiquées par M. Perrot et P. Cotton. Malheureusement, dans la pratique, on ne connaît pas les indices complexes de tous les matériaux pour toutes les épaisseurs et toutes les longueurs d'onde. C'est la raison pour laquelle il nous a paru intéressant de calculer des valeurs limites de γ pour une couche quelconque dont on connaît seulement les facteurs de réflexion et de transmission. Ainsi on pourra toujours encadrer la valeur réelle de $I(\varphi)$ entre deux valeurs obtenues de façon simple pour $\gamma = o$ et $\gamma = \gamma_{limite}$.

B. Calcul des valeurs limites de γ . — Pour obtenir une valeur limite de γ , nous allons supposer que la couche mince semi-transparente étudiée se trouve placée devant un miroir parfait de facteur de réflexion $\rho^2 = 1$. Nous traduirons ensuite graphiquement le fait que le facteur de réflexion maximum de l'étalon par réflexion ainsi constitué ne peut être supérieur à 1 en vertu de la conservation de l'énergie.



Pour alléger les calculs, nous supposerons que la couche semi-transparente se trouve entre deux milieux transparents de même indice $(r=r' \text{ et } \alpha = \alpha')$. Reprenons la construction de la figure 2 avec ces données supplémentaires. Nous voyons que le facteur de réflexion maximum du système est donné par la longueur PN telle que PN passe par le centre O' du cercle, lieu de N. Le lieu des points P tels

que PN
i est à l'intérieur du cercle de rayon

$$O'P = I - O'N = I - \frac{T}{1 - r^2 \varphi^2} = I - \frac{T}{1 - R} = \frac{A}{1 - R},$$

en appelant A l'absorption I - R - T de la couche semi-transparente. Le lieu de P pour une couché donnée (pour laquelle on ne connaît pas $\gamma = 2\alpha - 2\beta$) est un cercle de rayon KP = r et de centre K tel que OK = $\frac{T}{r}$.

L'intersection des cercles de rayon KP et O'P permet de tracer la droite KP qui forme avec Ox l'angle cherché. Comme les seules données qui interviennent dans cette construction sont les facteurs de réflexion et l'absorption de la couche étudiée on pourra tracer une fois pour toutes un réseau de courbes des valeurs limites de γ en fonction de Ret de A.

Dans le cas particulier de très faibles absorptions (A < 0.05) et pour des facteurs de réflexion compris entre 0.10 et 0.90, il est possible de donner à γ_{limite} une expression analytique. En effet, la longueur O'P devient alors petite devant KP et la construction se présente comme l'indique la figure 4.



On peut confondre γ et tg γ , avec tg $\gamma = \frac{O'L}{KL}$ tg δ

en appelant δ l'angle LO'P.

Après remplacement de O'L, KL et tg δ par leur valeur en fonction de A et R, on aboutit à l'expression

$$\gamma_{\text{limite}} = \frac{A}{\sqrt{R(1-R)}}.$$

Cette expression présente un minimum pour R=0,50.

Nous avons consigné les valeurs numériques de γ_{limite} dans le tableau ci-après. Les nombres en gras ont été obtenus par voie graphique, les autres au moyen de l'expression algébrique de γ . La figure 5 schématise l'ensemble des résultats obtenus (voir tableau).

C. Application aux filtres interférentiels par réflexion. — Les calculs et constructions relatifs à l'étalon par réflexion s'appliquent sans modifications aux filtres par réflexion qui ne sont pas autre chose que des étalons de très faible épaisseur. Il ne faut cependant pas oublier que les constantes optiques des matériaux utilisés varient parfois considérablement avec la longueur d'onde. Cela n'a pas une grande importance pour le calcul d'un maximum ou d'un minimum de facteur de réflexion car on pourra toujours se limiter à un domaine assez étroit de λ pour effectuer le calcul numérique.

		А.				
R.	$r = \sqrt{\overline{R}}$.	0,01.	0,02.	0,03.	0,01.	0,05.
0,04	. 0,2	0,05	0,10	0, 16	0, 21	0,265
0,09	. o,3	0,035	0,07	0,105	0,15	0, 19
0,25	. 0.5	0,023	0,046	0,070	0,092	0,115
0,49	. 0,7	0,02	0,04	0,06	0,08	0,100
0,64	. o,8	0,021	0,042	0,063	0,089	0,105
0,81	. 0,9	0,025	0,05	0,084	0, 12	0,15
0,90	. 0,95	$^{ m o}, { m o}33$	0,07	0, 12	0, 17	0,23
0,94	. 0,97	0,04	0, 10	0, 17	0,29	-
0,96	. 0,98	0,065	0,145	0,30	-	-

Exemple. — Soit à calculer le facteur de réflexion minimum d'un filtre argent-cryolithe-argent dans les conditions suivantes :

Première couche. — Argent :

$$R = 0.90^{\circ}, \qquad \sqrt{R} = r = 0.95;$$

$$T = 0.04, \qquad \sqrt{T} = t = 0.20;$$

$$A = 0.058.$$

Deuxième couche. — Cryolithe : épaisseur telle que le facteur de réflexion de l'ensemble soit minimum pour la longueur d'onde donnée.





$$\rho^2 = 0.94, \quad \rho = 0.97.$$

La figure 5 nous indique que pour la couche d'argent semi-transparente $\gamma^2 < 0.3$ radian. La cons-

truction de la figure 6 correspond aux données précédentes.

Le facteur de réflexion calculé par la théorie élémentaire ($\gamma = o$) est donné par le carré du module de la longueur QL :

$$|QL|^2 = 0,206.$$

Le facteur de réflexion qui correspond à

est donné par $|PN|^2 = 0,22$.



On peut donc affirmer avec certitude sans connaître toutes les constantes optiques de la couche semitransparente que le facteur de réflexion minimum de la triple couche est compris entre 0,206 et 0,22.

D'une façon plus générale, on peut dire que les facteurs de réflexion minimum ou maximum calculés sans tenir compte des changements de phase α , α' et β à partir de R et T sont toujours légèrement au-dessous des valeurs réelles. L'erreur commise peut être facilement appréciée grâce à la connaissance de γ_{limite} , ce qui permet de savoir rapidement si le calcul approché avec $\gamma = 0$ de la théorie élémentaire est légitime ou non. Dans l'exemple choisi, on voit que la valeur 0,206 est calculée avec une erreur inférieure à 5 pour 100 près par défaut.

La méthode a été appliquée avec succès aux filtres interférentiels dont la réflexion est nulle pour une longueur d'onde donnée. D. Absorption de couches multiples. — Les couches du type haut-indice, bas-indice, ... (H B H...), etc., présentent souvent une légère absorption, surtout dans le domaine des courtes longueurs d'ondes. Cette absorption peut provenir de la couche de hautindice SZn ou TiO₂. Les couches de bas-indice, cryolithe, F_2Mg , FLi ne doivent pas être absorbantes si les matériaux sont purs et les évaporations bien conduites.

Pour les couches de haut-indice usuelles (SZn, TiO₂, Sb₂S₃), le facteur de réflexion est compris entre 0,30 et 0,50 pour une couche élémentaire en $\frac{\lambda}{4}$ et l'absorption dépasse rarement quelques pour-cent. Dans ces conditions, les valeurs de γ et la construction graphique pour une triple couche HBH considérée comme étalon par réflexion, légitiment un calcul simplifié du facteur de réflexion de l'ensemble. L'absorption de la couche triple se déduit facilement de celle de la couche simple de hautindice. On peut ensuite passer à la couche complexe H BH B H BH en la considérant comme un étalon H'BH' où H' représente la triple couche HBH déjà calculée.

Conclusion. — En résumé, nous avons élaboré une méthode graphique simple qui, pour l'étalon par réflexion, permet de traiter exactement le problème. Dans le domaine des couches minces, cette méthode a permis d'établir une table des valeurs limites de γ en fonction de R et A pour les couches à faible absorption.

Ces résultats numériques permettent de faire très rapidement un calcul de l'erreur commise lorsqu'on néglige les changements de phase tout en tenant compte de l'absorption lors du calcul de couches minces complexes faiblement absorbantes. Ainsi, on pourra éviter des calculs longs et fastidieux chaque fois que le calcul d'erreur légitimera l'emploi des calculs élémentaires approchés classiques.

Intervention de M. S. Tolanshy.

M. Dufour's treatment suggests that for high reflecting metal films, the absorption is of paramount importance in affecting the value of the reflected minimum.

I can supposit this from observations I have made on both reflected Fabry-Perot fringes and reflected multiple beam Fizeau fringes. I find that the visibility of the fringes is criticably determined only by the absorption at the first surface and not by the reflectivity. In fact fringe visibility can rapidly deteriorate when ageing increases the film absorption. These observations confirm the views of M. Dufour.

Intervention de M. Dufour.

En réponse à une intervention de M. ABELÈS, M. DUFOUR est amené à donner les précisions suivantes : Il est possible que, dans certains cas particuliers de couches alternées les calculs complets indiqués par M. ABELÈS ne soient pas trop longs, mais je tiens à préciser le point de vue auquel je me place. L'utilisateur prépare des couches minces avec les matériaux qu'il possède dans son laboratoire, un poste d'évaporation donné, un creuset ou un filament déterminé. Cet ensemble de conditions d'évaporation est rarement identique à celui d'un autre laboratoire. Or, ce qui intéresse l'utilisateur ce sont les propriétés de la couche qu'il vient de préparer et non les propriétés déduites des constantes trouvées dans les publications d'autres auteurs. Les données expérimentales les plus facilement accessibles sont R et T, la phase ne pouvant pas être déterminée aisément; aussi m'a-t-il paru intéressant de déduire les propriétés de couches multiples des valeurs de R et T mesurées expérimentalement sur une couche réelle. Cela au moyen de calculs aussi simples que possible, ne tenant pas compte des changements de phase qui accompagnent l'absorption d'une couche mince peu absorbante. Le calcul d'erreur exposé il y a quelques instants permet ensuite de vérifier la validité de ce calcul approché.