

# La section efficace de diffusion nugléon-nugléon dans la théorie super-multi-temporelle

Maurice Jean, Jacques Prentki

### ► To cite this version:

Maurice Jean, Jacques Prentki. La section efficace de diffusion nugléon-nugléon dans la théorie super-multi-temporelle. Journal de Physique et le Radium, 1950, 11 (1), pp.33-44. 10.1051/jphys-rad:0195000110103300. jpa-00234212

## HAL Id: jpa-00234212 https://hal.science/jpa-00234212

Submitted on 4 Feb 2008

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers. L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

#### LA SECTION EFFICACE DE DIFFUSION NUCLÉON-NUCLÉON DANS LA THÉORIE SUPER-MULTI-TEMPORELLE

Par MAURICE JEAN,

Laboratoire Curie, Institut du Radium

et JACQUES PRENTKI, Institut Henri Poincaré.

**Sommaire.** — On calcule la section efficace d°s collisions nucléon-nucléon en s'appuyant sur les nouvelles théories quantiques des champs de Tomonaga-Schwinger-Feynman-Dyson. La densité de l'hamiltonien utilisé pour l'equation généralisée de Schrödinger est déduite par la méthode de Tomonaga-Kanesawa et par celle de Matthews. Le calcul de la matrice S de Heisenberg est effectué par le formalisme de Schwinger ansi que par cellu de Dyson-Feynman. On admet que les mésons responsables des forces nucléaires sont de spin zéro. On a envisagé les différentes caractéristiques d° charge des diverses théories. En seconde approximation on élimine le terme de contact dans l'hamiltonien, on réduit le couplage pseudovectoriel à un couplage pseudoscalaire et le vectoriel à un scelaire; les deux constantes d'interaction  $f_1$  et  $f_2$  sont ramenées, dans le cas pseudoscalaire, à une constante unique pour des processus réels du second ordre. On calcule de plus l'élément de matrice, dans l'espace des moments, du potentiel d'interaction entre deux nucléons.

Introduction. — Les théories récentes de Tomonaga [1], Schwinger [2], Feynman et Dyson [3] présentent l'Électrodynamique quantique sous une forme covariante du point de vue relativiste. Cette manière de la formuler a pour avantage essentiel de permettre une séparation covariante des termes responsables des divers effets de self-énergie, de diffusion, effet Compton, etc. Cette théorie quantique des champs peut être étendue sans grande difficulté, en particulier au champ mésique en interaction avec le champ de nucléons [4]. On peut espérer obtenir de cette façon une théorie des forces nucléaires plus satisfaisante du point de vue relativiste. Il faut toutefois insister sur le fait que le remplacement du champ photonique par le champ mésique crée une difficulté supplémentaire qu'on ne rencontrait pas en Électrodynamique quantique et qui est liée à l'intégrabilité du système d'équations propre à la théorie de Tomonaga-Schwinger. Il se trouve que la densité d'hamiltonien d'interaction H(x), dans la représentation d'interaction, qu'on déduit du lagrangien par le formalisme habituel, ne peut être utilisé dans l'équation fonctionnelle de Tomonaga-Schwinger comme cela était possible en Électrodynamique quantique et ceci pour deux raisons : a. la condition d'intégrabilité, à savoir [H(x), H(x')] = 0 pour deux points quelconques d'une surface du genre espace  $\sigma$ n'est pas remplie et b. H(x) n'est pas un invariant relativiste. Cela tient essentiellement à la présence, dans le lagrangien d'interaction entre les mésons et

les nucléons de dérivées par rapport au temps des grandeurs du champ mésique. Cette difficulté n'est pas fondamentale, on peut l'éliminer soit par la méthode de Tomonaga-Kanesawa [5] utilisée par Miyamoto [4] qui consiste à ajouter à l'hamiltonien *d*éfectueux un terme qui permette de satisfaire à la commutabilité et qui le rende invariant, soit à la manière de Matthews [6] en redéfinissant l'hamiltonien et les moments conjugués d'une façon covariante. Ces deux procédés différents conduisent cependant au même résultat. Nous devons souligner que, outre ces difficultés propres aux champs mésiques on retombe sur le même problème qu'en Électrodynamique quantique à savoir que le calcul du commutateur de l'hamiltonien fait intervenir des symboles mathématiques non définis (produits de fonctions  $\Delta$  et de leurs dérivées [7]). Cette remarque a d'ailleurs une portée plus générale, car les mêmes symboles se rencontrent dans la plupart des calculs basés sur une telle théorie des champs. Il semble que ce genre de difficultés pourrait être surmontée en introduisant les régulateurs de Pauli [8]. Nous adopterons le procédé qui s'est révélé fructueux en Électrodynamique quantique et nous appliquerons les règles de calcul ordinaire aux produits de fonctions  $\Delta$ .

En raison des récentes expériences de Berkeley avec le cyclotron de 184 inches il est intéressant d'examiner les problèmes des collisions nucléon-nucléon d'une manière relativiste et il nous semble que les nouvelles théories fournissent une possibil té de calcul très appropriée à ce genre de questions. Et comme on le verra dans ce qui suit, ce mode de calcul apporte des simplifications notables par rapport au traitement ordinaire des perturbations.

En ce qui concerne les forces nucléaires il semble maintenant bien admis que les mésons qui en sont responsables sont les mésons  $\pi$ . Les discussions qu'on trouve dans la littérature [9] tendent bien à prouver que le méson  $\pi$  à un spin entier. Dans cet article nous ne recherchons pas systématiquement un accord entre la théorie et les résultats expérimentaux mais nous voulons plutôt indiquer le calcul pour le phénomène 'envisagé. Pour cette raison, parmi les diverses possibilités de spin pour le méson nous choisirons le cas le plus simple du spin zéro. Pour illustrer la méthode nous considérons le champ pseudoscalaire. Le champ scalaire se traite d'une manière analogue, mais conduit à des résultats différents. L'exemple du champ pseudo-scalaire a déjà été particulièrement discuté dans la littérature [10] et il nous permettra d'obtenir par une voie nouvelle des résultats importants récemment signalés.

En ce qui concerne le caractère de charge de la théorie mésique utilisée nous choisissons la théorie symétrique de Kemmer [11], pour plus de généralité. Mais comme on le verra, il est possible de passer aisément aux cas de la théorie chargée et de la théorie neutre.

Les calculs qui vont suivre sont basés sur l'approximation de Born, donc les résultats obtenus sont valables uniquement pour des énergies suffisamment grandes (<sup>1</sup>). Nous nous bornons aux effets du second ordre par rapport aux constantes de couplage.

Nous donnerons pour commencer, au paragraphe 2, un bref rappel des traits essentiels de la théorie de Schwinger et de la méthode de Dyson-Feynman en insistant sur les points liés au calcul de la matrice S de Heisenberg à partir de laquelle nous trouverons la section efficace de diffusion dans le paragraphe 4. Le paragraphe 3 sera consacré à l'obtention de l'hamiltonien de couplage dans la représentation d'interaction par la méthode de Miyamoto et celle de Matthews. De plus, nous donnerons, dans le paragraphe 5, l'expression du potentiel d'interaction, dans l'espace des moments, obtenue par Van Hove [8] et déduite ici de l'hamiltonien du second ordre de la théorie de Schwinger.

2. Généralités. — Dans les nouvelles théories l'état du système est représenté par un vecteur d'état  $\Psi[\sigma]$  qui est une fonctionnelle de la surface du genre espace  $\sigma$  et qui satisfait à l'équation géné-

ralisée de Schrödinger

$$\iota \hbar c \, \frac{\delta \Psi[\sigma]}{\delta \sigma(x)} = \mathcal{H}(x) \, \Psi[\sigma], \tag{1}$$

où  $\frac{\delta}{\delta\sigma(x)}$  est le symbole de la dérivation fonctionnelle au point x de la surface  $\sigma$ ,  $\mathcal{H}(x)$  est la densité d'hamiltonien d'interaction, dans la représentation où les équations du mouvement des grandeurs de champ sont celles des champs isolés (représentation d'interaction), ( $x = x_1, x_2, x_3, x_4 = ix_0, = ict$ ). Le système infini d'équations (1) est intégrable à condition que

$$[\mathcal{H}(x), \mathcal{H}(x')] = 0, \qquad (2)$$

les points x et x' étant deux points de la surface  $\sigma$  (même adjacents).

On peut définir un opérateur unitaire  $U[\sigma, \sigma_0]$  qui permet de passer d'un état  $\Psi[\sigma_0]$  défini sur la surface  $\sigma_0$  à un autre état  $\Psi[\sigma]$  par la relation

$$\Psi[\sigma] = U[\sigma, \sigma_0] \Psi[\sigma_0], \qquad (3)$$

l'opérateur  $U[\sigma, \sigma_0]$  obéit à une équation fonctionnelle analogue à (1) et doit satisfaire à la condition initiale  $U[\sigma_0, \sigma_0] = I$ . En faisant tendre  $\sigma_0$  vers  $-\infty$ et  $\sigma$  vers  $+\infty$  (respectivement passé et futur éloignés) on obtient un opérateur  $U[+\infty, -\infty]$  qu'on appellera S et qui est l'opérateur invariant de collision de Schwinger. On aura donc

$$\Psi[+\infty] = S\Psi[-\infty]. \tag{4}$$

A partir de l'équation (1) satisfaite par  $U[\sigma, \sigma_0]$  on peut déduire une forme intégrale pour l'opérateur S :

$$S = I - \frac{\iota}{\hbar c} \int_{-\infty}^{+\infty} \mathcal{H}(x) U[\sigma, -\infty] dx$$
$$(dx = dx_1 dx_2 dx_3 dx_2)$$

L'introduction d'une méthode de perturbation consiste à considérer comme solution de cette équation intégrale un développement [3] :

On peut exprimer la matrice S sous une forme plus commode pour les applications [3] :

$$S = \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{-\iota}{\hbar c}\right)^n \frac{1}{n!} \int_{-\infty}^{+\infty} \mathrm{d}x_1$$
$$\times \int_{-\infty}^{+\infty} \mathrm{d}x_n P[\mathcal{H}(x_1) \dots \mathcal{H}(x_n)], \qquad (6)$$

(\*) Pour le problème qui nous intéresse, et au second ordre près il n'est pas nécessaire de tenir compte dans l'hamiltonien du terme de self énergie.

۲

<sup>(1)</sup> Quant a l'applicabilité de cette approximation pour les énergies de l'ordre de 100 MeV intéressantes du point de vue expérimental, voir [12]

Nº 1.

où le symbole P a la signification suivante : soient  $x_1, \ldots, x_n$  des points appartenant respectivement aux surfaces  $\sigma_1, \ldots, \sigma_n$ , l'opération

$$P[\mathcal{H}(x_1) \ldots \mathcal{H}(x_n)]$$

signifie que le produit des opérateurs  $\mathcal{H}$  doit être pris, en écrivant de droite à gauche, suivant la succession des surfaces  $\sigma$  dans le temps.

L'opérateur qui vient d'être défini n'est rien d'autre que la matrice S de Heisenberg. De celle-ci se déduisent les sections efficaces d'après des formules bien connues [13]. Dans le cas particulier de collisions de deux particules, on a

$$dQ_{coll} = 4\pi^2 \frac{\tilde{k}_2^{\,2} |(k_1^{\prime} k_2^{\prime} | R_{k_1 + k_2} | k_1 k_2)|^2}{\sqrt{\left|\overset{\rightarrow}{\mu_1} - \overset{\rightarrow}{\mu_2}\right|^2 - \left|\overset{\rightarrow}{\mu_1} \overset{\rightarrow}{\mu_2}\right|^2} \left| \begin{pmatrix}\overset{\rightarrow}{\mu_1} \\ \dot{u}_2^{\prime} - \dot{u}_1^{\prime} \end{pmatrix} \right|^2} d\Omega, \quad (7)$$

où  $k_1$ ,  $k_2$ ,  $k'_1$  et  $k'_2$  sont respectivement les quadrivecteurs énergie et impulsion réduites des particules incidentes et diffusées,  $\vec{k}$  est le vecteur impulsion,  $\vec{u}$  la vitesse des particules en unités c,  $\vec{e'_2}$  est le vecteur unitaire de  $\vec{k'_2}$  et d $\Omega$  est l'angle solide dans la direction de  $\vec{e'_2}$ . La matrice R est définie par

$$R = S - \mathbf{I} \tag{8}$$

et l'élément de matrice qui figure dans (7) est donné par

$$\begin{aligned} & (k_1' \, k_2' \, | \, R_{k_1 + k_2} \, | \, k_1 \, k_2) \, \delta(k_1' + k_2' - k_1 - k_2) \\ & = (k_1' \, k_2' \, | \, R \, | \, k_1 \, k_2). \end{aligned} \tag{9}$$

Le symbole  $\delta(k)$  représente conventionnellement le produit  $\delta(k_1) \, \delta(k_2) \, \delta(k_3) \, \delta(k_4)$ .

3. Interaction du champ mésique avec les nucléons. — La densité du lagrangien total du champ mésique pseudo-scalaire interagissant avec le champ de nucléons a pour expression, dans le cadre de la théorie symétrique de Kemmer [14] :

$$L = -\frac{1}{2} \left\{ \left( \frac{\partial \Psi}{\partial x_{\mu}} \right)^{2} + \varkappa^{2} \Psi^{2} \right\} - \frac{\hbar c}{\iota} \overline{\circ} \left\{ \gamma_{\mu} \frac{\partial}{\partial x_{\mu}} + \varkappa_{N} \right\} \varphi + \mathbf{R} \psi + \mathbf{P}_{\mu} \frac{\partial \Psi}{\partial x_{\mu}}, \quad (10)$$

où les caractères gras représentent des vecteurs de l'espace des spins isotopiques,  $\psi$  est le champ mésique pseudo-scalaire,  $\varphi$  est le champ de nucléons

$$\mathbf{R} = f_1 \overline{\varphi} \imath \gamma_5 \varphi \quad \text{et} \quad \mathbf{P}_{\mu} = \frac{f_2}{\varkappa} \overline{\varphi} \imath \gamma_5 \gamma_{\mu} \varphi \quad (11)$$

sont les sources,  $\times$  et  $\times_N$  sont respectivement les masses réduites des mésons  $\pi$  et des nucléons. (Dans ce qui suit, on supposera, à moins d'indication contraire, la masse du neutron égale à celle du proton.)  $f_1$  et  $f_2$  sont les constantes de couplage ayant la dimension d'une charge. Pour les sommations nous adoptons la convention d'Einstein avec  $\mu = 1, \ldots, 4$ . L'opérateur  $\varphi$  possède huit composantes qui se décomposent en deux groupes de quatre, l'un concernant les protons, l'autre les neutrons, sur lesquels opèrent les vecteurs de spin isotopique  $\tau$ ;  $\overline{\varphi} = i \varphi^* \gamma_4$  est le spineur adjoint du spineur  $\varphi$ .

A partir du lagrangien (10) on déduit de la manière habituelle la densité d'hamiltonien

$$H = H_m + H_n + H_{mn}$$

où  $H_m$  est l'hamiltonien du champ mésique,  $H_n$  celui des nucléons et

$$H_{mn} = -\left(\mathbf{R}\boldsymbol{\psi} + \vec{\mathbf{P}} \operatorname{grad}\boldsymbol{\psi} + \mathbf{P}_0 \boldsymbol{\pi}\right) + \frac{1}{2}\mathbf{P}_0^2, \quad (12)$$

où le moment conjugué,  $\pi$ , de  $\psi$  est défini par

$$\pi = rac{\partial L}{\partial rac{\partial \psi}{\partial x_0}} = rac{\partial \psi}{\partial x_0} + \mathbf{P}_0.$$

Le passage de la représentation de Heisenberg à la représentation d'interaction s'effectue par une transformation canonique bien connue. Les opérateurs de la représentation de Heisenberg se transforment en opérateurs correspondants de la représentation d'interaction exception faite de leurs dérivées par rapport au temps ce qui modifie l'expression de  $\pi$  à l'aide de ces grandeurs. Pour obtenir l'hamiltonien dans la nouvelle représentation il suffit de remarquer que les équations de mouvement des nouveaux opérateurs sont celles de la représentation de Heisenberg pour les champs isolés. Il est donc évident que le moment conjugué de  $\psi$  sera maintenant

$$\pi = rac{\partial \psi}{\partial x_0},$$

ce qui permet d'écrire l'hamiltonien d'interaction transformé

$$H = -\mathbf{R}\boldsymbol{\psi} - \mathbf{P}_{\mu} \frac{\partial \boldsymbol{\psi}}{\partial x_{\mu}} - \frac{1}{2} \mathbf{P}'_{\mu}.$$
 (13)

A partir des règles de commutation sur un hyperplan t = const. entre les  $\pi$  et les  $\psi$  de la représentation de Heisenberg, on trouve les commutateurs entre les grandeurs de champs dans la représentation d'interaction pour deux points quelconques x et x'. De même pour les anticommutateurs liés au champ de nucléons. On a

a. 
$$\begin{bmatrix} \psi_{\mathbf{1}}(x), \psi_{\mathbf{j}}(x') \end{bmatrix} = i \hbar c \, \delta_{\mathbf{1}\mathbf{j}} D(x-x'),$$
  
b. 
$$\begin{cases} \varphi_{\mathbf{\alpha}}^{\mathcal{A}}(x), \overline{\varphi}_{\mathbf{\beta}}^{\mathcal{B}}(x') \end{cases} = S_{\mathbf{\alpha}\mathbf{\beta}}(x-x') \delta_{\mathcal{A}\mathcal{B}},$$
  
c. 
$$\begin{bmatrix} \psi(x), v(x') \end{bmatrix} = \begin{cases} \varphi_{\mathbf{\alpha}}^{\mathcal{A}}(x), \varphi_{\mathbf{\beta}}^{\mathcal{B}}(x') \end{cases}$$
  

$$= \begin{cases} \overline{\varphi}_{\mathbf{\alpha}}^{\mathcal{A}}(x), \overline{\varphi}_{\mathbf{\beta}}^{\mathcal{B}}(x') \rbrace = 0, \end{cases}$$
(14)

où i, j sont les indices des composantes des vecteurs de l'espace des spins isotopiques,  $\alpha$  et  $\beta$  les indices des spineurs, A et B déterminent le caractère de charge des nucléons (indices des éléments des matrices  $\tau$ ). D(x - x') et S(x - x') sont les fonctions invariantes généralisées de Jordan-Pauli pour le champ mésique et le champ de nucléons respectivement

L'hamiltonien (13) ne peut être utilisé dans l'équation (1) pour les raisons a et b mentionnées dans l'introduction. Suivant Tomonaga [5], nous ajoutons à (13) un terme  $A_x[\sigma]$  tel que la nouvelle équation

$$i\hbar c \,\frac{\delta \Psi[\sigma]}{\delta \sigma(x)} = \left\{ H(x) + A_x[\sigma] \right\} \Psi[\sigma] \qquad (15)$$

forme un système intégrable,  $A_x[\sigma]$  étant une fonction du point x de la surface  $\sigma$  et une fonctionnelle de cette même surface. On exige de plus que  $A_{\tau}[\sigma] = o$  quand on ramène la surface  $\sigma$  à un hyperplan t = const., c'est-à-dire que la nouvelle théorie redonne l'ancienne dans le cas des hyperplans t = const. La condition d'intégrabilité de (15) est maintenant

$$\begin{bmatrix} H(x) + A_x [\sigma] - i\hbar c \frac{\delta}{\delta\sigma(x)}, \\ \dot{H}(x') + A_{x'}[\sigma] - i\hbar c \frac{\delta}{\delta\sigma(x')} \end{bmatrix} = 0$$
(16)

En suivant de très près le calcul de Miyamoto [4] on est conduit à

$$A_x[\sigma] = \frac{1}{2} (\mathbf{P}_{\mu} \eta_{\mu})^2 + \frac{1}{2} \mathbf{P}_{\mu}^{\circ},$$

où  $n_{\mu}$  sont les composantes de la normale au point x de la surface  $\sigma$ . Le nouvel hamiltonien est donc

$$\mathcal{BC}(x) = -\mathbf{R}\psi - \mathbf{P}_{\mu}\frac{\partial\psi}{\partial x_{\mu}} + \frac{1}{2}(\mathbf{P}_{\mu}\eta_{\mu})^{2} \qquad (17)$$

qui est un invariant relativiste. Il faut remarquer que (17) dépend du point x de la surface  $\sigma$ , ainsi que de la normale à la surface en ce point.

Une autre méthode plus générale, en vue d'obtenir l'hamiltonien (17) est due à Matthews [6]. On redéfinit les opérateurs de la théorie habituelle, au sens de Weiss [15] en introduisant dès le début les surfaces  $\sigma$ . A partir du lagrangien (10) on définit le moment conjugué de  $\psi$ 

$$\boldsymbol{\pi} = -\frac{\partial L}{\partial \frac{\partial \Psi}{\partial x_{\mu}}} \, \boldsymbol{\eta}_{\mu} = \left(\frac{\partial \Psi}{\partial x_{\mu}} - \mathbf{P}_{\mu}\right) \boldsymbol{\eta}_{\mu}$$

et l'hamiltonien

$$H = T_{\mu\nu} \eta_{\mu} \eta_{\nu},$$

où  $T_{\mu\nu}$  est le tenseur énergie impulsion habituel. De la même façon que dans l'ancienne théorie, on éliminait les dérivées des grandeurs de champ par rapport au temps on élimine maintenant les dérivées des mêmes grandeurs suivant la normale à la surface  $\sigma$  à l'aide des moments conjugués et des dérivées tangentielles. L'hamiltonien d'interaction est ainsi

$$H_{mn} = -\mathbf{R}\boldsymbol{\psi} - \mathbf{P}_{\mu} \left(\frac{\partial \boldsymbol{\psi}}{\partial x_{\mu}}\right)_{tg} + \mathbf{P}_{\mu} \eta_{\mu} \pi + \frac{\mathbf{I}}{2} (\mathbf{P}_{\mu} \eta_{\mu})^{2}.$$

La transformation canonique liée à la surface  $\sigma$  qui effectue le passage de la représentation de Heisenberg à la représentation d'interaction transforme les opérateurs de la surface  $\sigma$  en opérateurs correspondants, exception faite des dérivées normales. Les propriétés de la représentation d'interaction permettent de donner immédiatement l'expression des nouveaux  $\pi$  à l'aide des dérivées des nouveaux  $\psi$ . On aura

$$\pi = \frac{\partial \psi}{\partial x_{\mu}} \eta_{\mu}$$

de telle sorte que l'hamiltonien d'interaction devient

$$\partial \mathcal{C}(x) = -\mathbf{R} \mathbf{i} - \mathbf{P}_{\mu} \frac{\partial \psi}{\partial x_{\mu}} + \frac{\mathbf{I}}{2} (\mathbf{P}_{\mu} \mathbf{\eta}_{\mu})^2 \qquad (17)$$

On retrouve le résultat obtenu par la méthode de Tomonaga-Miyamoto. Ceci nous assure que l'hamiltonien obtenu par le formalisme de Matthews satisfait à la condition d'intégrabilité (16).

L'équation (1) avec  $\mathcal{R}(x)$  donné par (17) est l'équation fondamentale à partir de laquelle nous calculerons la matrice S de Heisenberg.

4. Calcul de la section efficace [16]. — 1° CALCUL DE LA MATRICE S DE HEISENBERG. — a. Utilisation de l'hamiltonien du second ordre. — Nous allons suivre ici la méthode indiquée par Schwinger dans le cas de l'Électrodynamique quantique pour évaluer l'hamiltonien responsable des effets du second ordre. L'évolution du système est décrite, dans la représentation d'interaction par l'équation

$$u \hbar c \, \frac{\delta \Psi[\sigma]}{\delta \sigma(x)} = \left\{ -\mathbf{R} \psi - \mathbf{P}_{\mu} \frac{\partial \psi}{\partial x_{\mu}} + \frac{\mathbf{I}}{2} (\mathbf{P}_{\mu} \eta_{\mu})^2 \right\} \Psi[\sigma], \quad (18)$$

où les grandeurs de champ obéissent aux relations

$$(\Box - x^2) \psi = 0,$$
  
$$\left( \gamma_{\mu} \frac{\partial}{\partial x_{\mu}} + x_N \right) \varphi = 0 \quad \text{et} \quad \left( \tilde{\gamma}_{\mu} \frac{\partial}{\partial x_{\mu}} - x_N \right) \bar{\varphi} = 0.$$
 (18*a*)

En première approximation, la solution de (18] est

$$\Psi[\sigma] \simeq \left[ \mathbf{I} + \frac{i}{\hbar c} \int_{-\infty}^{\sigma} \left\{ \mathbf{R}' \psi' + \mathbf{P}'_{\mu} \frac{\partial \mathbf{\nu}'}{\partial x'_{\mu}} \right\} \mathrm{d}x' \right] \Psi_{0}, \quad (19)$$

où  $\Psi^0$  est le vecteur d'état en l'absence d'interaction. **R** et **R'**, etc. signifient **R**(x), **R**(x'), etc. L'absence d'effets réels du premier ordre s'exprime par la relation

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \left\{ \mathbf{R}' \psi' + \mathbf{P}'_{\mu} \frac{\partial \psi'}{\partial x'_{\mu}} \right\} \mathrm{d}x' = \mathbf{0}, \qquad (19^a)$$

de telle sorte que l'équation (19) peut s'écrire

$$\Psi[\sigma] \simeq \left\{ \mathbf{I} - \boldsymbol{\iota} G[\sigma] \right\} \Psi_0,$$

Nº 1.

avec

$$G[\sigma] = -\frac{1}{2\hbar c} \int_{-\infty}^{+\infty} \left\{ \mathbf{R}' \psi' + \mathbf{P}'_{\mu} \frac{\partial \psi'}{\partial x'_{\mu}} \right\} \varepsilon[\sigma\sigma'] \, \mathrm{d}x' \quad (20)$$

ou  $\varepsilon[\sigma, \sigma'] = +1$  quand  $\sigma'$  précède  $\sigma$  dans le temps et est égal à -1 dans le cas contraire. Pour éliminer les effets du premier ordre de l'équation du mouvement on effectue une transformation unitaire

$$\Psi[\sigma] \to e^{-iG[\sigma]} \Psi[\sigma].$$

Au second ordre près (3) la nouvelle équation du mouvement est alors

$$i\hbar c \frac{\delta \Psi[\sigma]}{\delta \sigma(x)} = \left\{ -\frac{i}{4\hbar c} \int_{-\infty}^{+\infty} \left[ \mathbf{R} \, \psi + \mathbf{P}_{\mu} \frac{\partial \psi}{\partial x_{\mu}}, \mathbf{R}' \psi' + \mathbf{P}'_{\mu} \frac{\partial \psi'}{\partial x'_{\mu}} \right] \varepsilon[\sigma, \sigma'] \mathrm{d}x' + \frac{1}{2} (\mathbf{P}_{\mu} \eta_{\mu})^2 \right\} \Psi[\sigma]. \quad (21)$$

Cette relation est obtenue en utilisant les formules

$$\begin{aligned} & e^{\imath G[\sigma]} \frac{\delta}{\delta \sigma} e^{-\imath G[\sigma]} = -\imath \frac{\delta G[\sigma]}{\delta \sigma} + \frac{\imath}{2} \bigg[ G[\sigma], \frac{\delta G[\sigma]}{\delta \sigma} \bigg] + \cdot \quad , \\ & e^{\imath G[\sigma]} A e^{-\imath G[\sigma]} = \quad A + \imath \big[ G[\sigma], A \big] + \end{aligned}$$

L'évaluation du commutateur intervenant dans l'équation (21) est élémentaire et conduit, par l'intermédiaire de (14.a), à

$$i \hbar c \frac{\delta \Psi'[\sigma]}{\delta \sigma(x)} = \left\{ \frac{i}{8} \int_{-\infty}^{+\infty} \left[ \{ \mathbf{R}, \mathbf{R}' \} D(x - x') + \{ \mathbf{R}, \mathbf{P}'_{\mu} \} \frac{\partial D(x - x')}{\partial x'_{\mu}} + \{ \mathbf{P}_{\mu}, \mathbf{R}' \} \frac{\partial D(x - x')}{\partial x_{\mu}} + \{ \mathbf{P}_{\mu}, \mathbf{P}'_{\nu} \} \frac{\partial^{2} D(x - x')}{\partial x_{\mu} \partial x'_{\nu}} \right] \varepsilon(xx') dx' - \frac{i}{8 \hbar c} \int_{-\infty}^{+\infty} \left[ [\mathbf{R}, \mathbf{R}'] \{ \psi, \psi' \} + [\mathbf{R}, \mathbf{P}'_{\mu}] \left\{ \psi, \frac{\partial \psi'}{\partial x'_{\mu}} \right\} + \left[ \mathbf{P}_{\mu}, \mathbf{R}' \right] \left\{ \frac{\partial \psi}{\partial x_{\mu}}, \frac{\partial \psi'}{\partial x'_{\mu}} \right\} \right] \varepsilon(\sigma\sigma') dx' + \frac{i}{2} (\mathbf{P}_{\mu} \eta_{\mu})^{2} \left\{ \Psi[\sigma]. \quad (22)$$

Dans les expressions ci-dessus et dans celles qui suivront les produits scalaires dans l'espace des spins isotopiques doivent se comprendre de la façon suivante, par exemple :

 $\{\mathbf{R}, \mathbf{R}'\} = \{R_{\mathbf{m}}, R'_{\mathbf{m}}\}$ 

et

$$[\mathbf{R}, \mathbf{R}'] \{ \boldsymbol{\psi}, \boldsymbol{\psi}' \} = [R_{\mathbf{m}}, R'_{\mathbf{n}}] \{ \boldsymbol{\psi}_{\mathbf{m}}, \boldsymbol{\psi}'_{\mathbf{n}} \}.$$

La transformation unitaire sur les vecteurs d'états a pour conséquence une modification des grandeurs de champ. On aura, par exemple,

$$\psi \to \mathrm{e}^{\imath G} \, \psi \, \mathrm{e}^{-\imath G} = \psi + i [G \, \psi] = \psi + \delta \psi.$$

Le  $\delta \psi$  s'interprète comme le champ mésique induit

par le champ de nucléons grâce au couplage du premier ordre. Le calcul de ce terme et des termes analogues pour les autres opérateurs s'effectue en explicitant les commutateurs par lesquels ils s'expriment en utilisant la formule (20) et les règles de commutation (14.a). On obtient

$$\begin{split} \delta \Psi &= -\frac{\mathbf{I}}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} \left( \mathbf{R}' D(x-x') + \mathbf{P}'_{\mu} \frac{\partial D(x-x')}{\partial x'_{\mu}} \right) \varepsilon(xx') \, \mathrm{d}x', \\ &+ \mathbf{P}'_{\mu} \frac{\partial D(x-x')}{\partial x'_{\mu}} \right) \varepsilon(xx') \, \mathrm{d}x', \\ \delta \frac{\partial \Psi}{\partial x_{\mu}} &= -\frac{\mathbf{I}}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} \left( \mathbf{R}' \frac{\partial D(x-x')}{\partial x_{\mu}} + \mathbf{P}'_{\nu} \frac{\partial^2 D(x-x')}{\partial x'_{\mu} \partial x'_{\nu}} \right) \varepsilon(xx') \, \mathrm{d}x', \\ \delta \mathbf{R} &= \frac{\iota}{2 \, \hbar c} \int_{-\infty}^{+\infty} \left[ \mathbf{R}, \ \mathbf{R}' \Psi' + \mathbf{P}'_{\mu} \frac{\partial \Psi'}{\partial x'_{\mu}} \right] \varepsilon[\sigma \sigma'] \, \mathrm{d}x', \\ \delta \mathbf{P}_{\mu} &= \frac{\iota}{2 \, \hbar c} \int_{-\infty}^{+\infty} \left[ \mathbf{P}_{\mu}, \mathbf{R}' \Psi' + \mathbf{P}'_{\mu} \frac{\partial \Psi'}{\partial x'_{\mu}} \right] \varepsilon[\sigma \sigma'] \, \mathrm{d}x'. \end{split}$$

En portant (23) dans (22), on a

$$\iota \hbar c \frac{\delta \Psi[\sigma]}{\delta \sigma(x)} = \left\{ -\frac{1}{4} \left( \{ \mathbf{R}, \delta \psi \} + \left\{ \mathbf{P}_{\mu}, \delta \frac{\partial \psi}{\partial x_{\mu}} \right\} + \left\{ \delta \mathbf{R}, \psi \} + \left\{ \delta \mathbf{P}_{\mu}, \frac{\partial \psi}{\partial x_{\mu}} \right\} \right) + \frac{1}{2} (\mathbf{P}_{\mu} \eta_{\mu})^{2} \right\} \Psi[\sigma] \quad (24)$$

En introduisant la notion d'opérateur à zéro, une ou deux particules comme le fait Schwinger, on peut écrire l'hamiltonien du second ordre sous la forme d'une somme de termes :  $H_{00}$  responsable de la « zero point energy » (énergie au point zéro),  $H_{01}$  self-énergie du méson,  $H_{10}$  self-énergie du nucléon,  $H_{11}$  effet Compton mésique,  $H_{20}$  diffusion non radiative de deux nucléons (collision élastique). C'est uniquement ce dernier que nous expliciterons. On remarque d'abord, d'après (23), que le 3<sup>e</sup> et le 4<sup>e</sup> terme du second membre de (24) font intervenir les commutateurs des sources **R** et **P**<sub>µ</sub>. Le calcul direct de ces commutateurs à l'aide des règles (14 b) montre que l'on obtient des combinaisons bilinéaires des grandeurs de champ  $\varphi$  et  $\overline{\varphi}$  donc des opérateurs au plus à une particule. Par conséquent,  $H_{20}$  est contenu entièrement des termes restant de

<sup>(\*)</sup> Un effet du  $n^{\text{eme}}$  ordre fait intervenir les constantes de couplage par la combinaison  $f_1^i f_2^k$  avec i + k = n.

l'hamiltonien de l'équation (24). Avant d'expliciter la forme de  $H_{20}$ , il convient de transformer les grandeurs  $\delta \psi$  et  $\delta \frac{\partial \psi}{\partial x_u}$  en vue d'obtenir des expressions plus maniables, ce qui a d'autant plus d'intérêt que les résultats qu'on déduit ne sont pas essentiellement liés à la notion d'opérateurs à deux particules. Les équations de mouvement (18 *a*) permettent de montrer que

$$\frac{\partial \mathbf{P}_{\mu}}{\partial x_{\mu}} = -g \mathbf{R} \qquad \text{avec} \quad g = 2 \frac{\mathbf{x}_N}{\mathbf{x}} \frac{f_2}{f_1}. \tag{25}$$

On a donc en utilisant le théorème généralisé de Gauss :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \mathbf{P}'_{\mu} \frac{\partial D(x-x')}{\partial x'_{\mu}} \varepsilon(xx') dx$$
  
= 
$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\partial \left(\mathbf{P}'_{\mu} D(x-x')\right)}{\partial x'_{\mu}} \varepsilon(xx') dx'$$
  
+ 
$$g \int_{-\infty}^{+\infty} \mathbf{R}' D(x-x') \varepsilon(xx') dx'$$
  
= 
$$g \int_{-\infty}^{+\infty} \mathbf{R}' D(x-x') \varepsilon(x-x') dx'$$
  
+ 
$$2 \int_{\sigma} \mathbf{P}'_{\mu} D(x-x') d\sigma'_{\mu},$$

où  $d\sigma_{\mu} = \eta_{\mu} d\sigma$ . L'intégrale de surface est nulle en raison des propriétés de la fonction *D* sur une surface  $\sigma$ . De cette façon, on a

$$\delta \Psi = (\mathbf{I} + g) \int_{-\infty}^{+\infty} \mathbf{R}' \, \overline{D}(x - x') \, \mathrm{d}x'. \qquad (26^a)$$

D'une manière analogue, on peut écrire

$$\delta \frac{\partial \Psi}{\partial x_{\mu}} = (\mathbf{I} + g) \int_{-\infty}^{+\infty} \mathbf{R}' \frac{\partial \overline{D}(x - x')}{\partial x_{\mu}} \, \mathrm{d}x' \\ - \int_{\sigma} \mathbf{P}'_{\mathbf{v}} \frac{\partial D(x - x')}{\partial x_{\mu}} \, \mathrm{d}\sigma'_{\mathbf{v}}$$
(26<sup>b</sup>)

avec

 $\overline{D}(x) = -\frac{1}{2} D(x) \varepsilon(x).$ 

On a utilisé la propriété  $\frac{\partial \varepsilon}{\partial x_{\mu}}D(x) = 0$ . L'intégrale de surface dans (26 b) peut être transformée de la façon suivante. La dérivée  $\frac{\partial D}{\partial x_{\mu}}$  se décompose en une dérivée tangentielle qui ne donne aucune contribution à l'intégrale et une dérivée normale— $\eta_{\mu}\eta_{\lambda}\frac{\partial D}{\partial x_{\lambda}}$ . On aura donc

$$-\int_{\sigma} \mathbf{P}_{\nu}' \frac{\partial D(x-x')}{\partial x_{\mu}} d\sigma_{\nu}'$$
$$=\int_{\sigma} \mathbf{P}_{\nu}' \eta_{\nu}' \eta_{\mu}' \eta_{\lambda}' \frac{\partial D(x'-x)}{\partial x_{\lambda}'} d\sigma' = \eta_{\mu} \eta_{\nu} \mathbf{P}_{\nu} \qquad (27)$$

en tenant compte des propriétés d'antisymétrie de

la fonction D(x - x') ainsi que de

$$\int_{\sigma_{\star}} f(x') \frac{\partial D(x'-x)}{\partial x'_{\lambda}} \, \mathrm{d} \sigma'_{\lambda} = f(x).$$

Les termes de (24) auxquels nous nous sommes intéressés se réduisent par l'intermédiaire de (26 *a*), (26 *b*) et (27),  $\dot{a}$ 

$$-\frac{\mathrm{I}}{4}(\mathrm{I}+g)\int_{-\infty}^{+\infty}\left[\{\mathbf{R},\mathbf{R}'\}\,\overline{D}(x-x')\right] \\ +\{\mathbf{P}_{\mu},\mathbf{R}'\}\,\frac{\partial\overline{D}(x-x')}{\partial x_{\mu}}dx'$$

Il est remarquable que, grâce au résultat (27), le terme de contact  $(\mathbf{P}'_{u}\eta_{\mu})^{2}$  a été éliminé de l'hamiltonien du second ordre.

En utilisant à nouveau la relation (25) et en précisant par l'indice 2 qu'on ne s'intéresse qu'aux opérateurs à deux particules, on obtient pour  $H_{20}$  l'expression

$$H_{20} = -\frac{(\mathbf{I} + g')^2}{4} \int_{-\infty}^{+\infty} \{ \mathbf{R}, \mathbf{R}' \}_2 \, \overline{D}(x - x') \, \mathrm{d}x' \\ -\frac{\mathbf{I} + g}{4} \, \frac{\partial}{\partial x_{\mu}} \int_{-\infty}^{+\infty} \{ \mathbf{P}_{\mu}, \mathbf{R}' \}_2 \, \overline{D}(x - x') \, \mathrm{d}x'. \quad (28)$$

A partir de cet hamiltonien on peut calculer la matrice S au second ordre à l'aide de l'équation (5), il suffit de se borner aux deux premiers termes du développement (4). Alors,

$$S = \mathbf{I} + \left(\frac{i}{\hbar c}\right) \frac{(\mathbf{I} + g)^2}{4}$$
$$\times \int_{-\infty}^{+\infty} \mathrm{d}x \int_{-\infty}^{+\infty} \mathrm{d}x' \{ \mathbf{R}, \mathbf{R}' \}_2 \overline{D}(x - x'). \quad (29)$$

Le second terme de (28) disparaît ici en raison de la présence de la divergence sous le signe  $\int \cdot$ 

Lorsqu'on explicite l'anticommutateur qui figure dans (29) et qu'on s'intéresse uniquement aux opérateurs à deux particules, grâce aux relations (14 b)on trouve

S

$$-\tau = R$$
  
=  $-\frac{i}{2\hbar c} f_{3}^{2} \int_{-\infty}^{+\infty} \mathrm{d}x \int_{-\infty}^{+\infty} \mathrm{d}x'$   
 $\times \overline{\circ} \overline{\circ'} (\gamma_{5} \tau \tau' \gamma_{\circ}) \varphi \varphi' \overline{D}(x - x'), \quad (30)$ 

les opérateurs  $\gamma_{o}$ ,  $\tau$  opérant sur les  $\varphi$  et  $\overline{\varphi}$  et  $\gamma'$ , et  $\tau'$ sur les  $\varphi'$  et  $\overline{\varphi'}$ . On a posé

$$f_3 = f_1 + 2f_2 \frac{\varkappa_N}{\varkappa}$$
 (31)

(\*) On peut justifier ce procédé d'une manière plus rigoureuse en effectuant une transformation unitaire sur les vecteurs d'état qui permet d'obtenir une nouvelle équation d'évolution de  $\Psi[\sigma]$  uniquement sous l'influence de  $H_{a0}$ . Toujours au second ordre près la signification physique des opérateurs de champ qu'on rencontre dans  $H_{a0}$  reste inchangée. b. Méthode de Dyson. — Pour le problème qui nous intéresse la matrice S s'écrit (6) au second ordre près :

$$S = \mathbf{I} + \frac{\iota}{\hbar c} \int_{+\infty}^{+\infty} \left( \mathbf{R} \psi + \mathbf{P}_{u} \frac{\partial \psi}{\partial x_{\mu}} \right) \mathrm{d}x$$
$$- \frac{\iota}{2\hbar c} \int_{-\infty}^{+\infty} (\mathbf{P}_{\mu} \eta_{u})^{2} \mathrm{d}x$$
$$+ \left( \frac{\iota}{\hbar c} \right)^{2} \frac{\mathbf{I}}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} \mathrm{d}x \int_{-\infty}^{+\infty} \mathrm{d}x'$$
$$\times P \left( \mathbf{R} \psi + \mathbf{P}_{\mu} \frac{\partial \psi}{\partial x_{\mu}}, \mathbf{R}' \psi' + \mathbf{P}'_{\mu} \frac{\partial \psi'}{\partial x'_{\mu}} \right)$$

L'absence d'effets réels du premier ordre annule, d'après (19 *a*), le second terme du développement. Il reste à considérer le terme en  $(\mathbf{P}'_{\mu}\eta_{\mu})^2$  et l'intégrale double qui s'écrit à l'aide de (25)

$$\begin{split} &\int_{-\infty}^{+\infty} \mathrm{d}x \int_{-\infty}^{+\infty} \mathrm{d}x' P(\quad ) \\ &= (\mathbf{I} + g)^2 \int_{-\infty}^{+\infty} \mathrm{d}x \int_{-\infty}^{+\infty} \mathrm{d}x' P(\mathbf{R}\psi, \mathbf{R}'\psi') \qquad (\mathbf{I}) \\ &+ (\mathbf{I} + g) \int_{-\infty}^{+\infty} \mathrm{d}x \int_{-\infty}^{+\infty} \mathrm{d}x' \\ &\times \left[ P\left(\mathbf{R}\psi, \frac{\partial \mathbf{P}'_{\mu}\psi'}{\partial x'_{\mu}}\right) + P\left(\frac{\partial \mathbf{P}_{\mu}\psi}{\partial x_{\mu}}, \mathbf{R}'\psi'\right) \right] \qquad (\mathbf{I}) \\ &+ \int_{-\infty}^{+\infty} \mathrm{d}x \int_{-\infty}^{+\infty} \mathrm{d}x' P\left(\frac{\partial \mathbf{P}_{\mu}\psi}{\partial x_{\mu}}, \frac{\partial \mathbf{P}'_{\mu}\psi'}{\partial x'_{\mu}}\right) . \end{split}$$

Nous allons montrer qu'une partie de  $\{III\}\$ compense le terme d'interaction directe et que  $\{II\}\$ ainsi que les termes restants de  $\{III\}\$  sont des opérateurs à une particule au plus. En utilisant la définition des opérations P et le théorème de Gauss généralisé, on arrive à

mais

$$[\mathbf{R}\boldsymbol{\psi},\,\mathbf{P}'_{\mu}\boldsymbol{\psi}'] = \frac{1}{2}\{\,\mathbf{R},\,\mathbf{P}'_{\mu}\,\}\,[\boldsymbol{\psi},\,\boldsymbol{\psi}'\,] + \frac{1}{2}\,[\,\mathbf{R},\,\mathbf{P}'_{\mu}\,]\,\{\boldsymbol{\psi},\,\boldsymbol{\psi}'\,\}$$

 $\{ \mathbf{II} \} = 2 (\mathbf{I} + g) \int_{-\infty}^{+\infty} \mathrm{d}x \int_{\sigma} \left[ \mathbf{R} \boldsymbol{\Psi}, \, \mathbf{P}'_{\mu} \boldsymbol{\Psi}' \right] \mathrm{d}\sigma'_{\mu},$ 

Les points x et x' appartenant à la même surface  $\sigma$ , le premier terme est nul d'après (14 a), le second représente un opérateur à une particule au plus. Donc pour les collisions { II } = 0.

Les mêmes transformations effectuées sur { III }, toujours en négligeant les termes au plus à une particule, donnent

$$\{ \operatorname{III} \} = \frac{i\hbar c}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} \mathrm{d}x \int_{\sigma} \frac{\partial}{\partial x_{\mathrm{u}}} \left( D(x - x') \{ \mathbf{P}_{\mu}, P_{\nu} \} \right) \mathrm{d}\sigma',$$

Avec la même remarque qu'à propos de la démonstration de la formule (27), on trouve

$$\left(\frac{i}{\hbar c}\right)^2 \frac{1}{2} \{\Pi I\} = \frac{\frac{1}{2}}{2\hbar c} \int_{-\infty}^{+\infty} (\mathbf{P}_{\mu} \eta_{\mu})^2 \, \mathrm{d}x \quad \mathrm{c.} \mathbf{Q} \; \mathrm{F.} \mathbf{D}$$

Nous avons donc retrouvé les propriétés remarquables que nous avons soulignées précédemment, à savoir l'élimination du terme d'interaction directe ( $\mathbf{P}_{\mu}\eta_{\beta}$ )'. Puisque la matrice S, pour les processus envisagés, est donnée uniquement par { I }, le terme de couplage pseudo-vectoriel a été ramené à un couplage pseudo-scalaire et les constantes d'interaction n'apparaissent que par la combinaison (31).

Nous transformerons maintenant le terme  $\{I\}$ . En raison de la commutation de  $\psi$  avec **R**, on a

$$P(\mathbf{R}\,\mathbf{\dot{\psi}},\,\mathbf{R}'\,\mathbf{\psi}') = P(\mathbf{R}\mathbf{R}')\,P(\mathbf{\psi}\,\mathbf{\psi}')$$

Le probleme de diffusion ne fait pas intervenir de mésons réels, les grandeurs concernant ces particules doivent être remplacées par leur valeur moyenne sur o vide de méson, en particulier

$$P(\psi_{\mathbf{i}}, \psi_{\mathbf{j}}) \rightarrow \langle P(\psi_{\mathbf{i}}\psi_{\mathbf{j}}) \rangle_{\text{vide}} = \frac{1}{2} \hbar c \,\delta_{ij} D_{\mathrm{F}}(x - x'),$$

où  $D_F$  est la fonction de Feynman pour le champ mésique : la matrice S est alors

$$S - \mathbf{I} = R = -\frac{(\mathbf{I} + g)^2}{4\hbar c} \int_{-\infty}^{+\infty} \mathrm{d}x \int_{-\infty}^{+\infty} \mathrm{d}x$$
$$\times P(\mathbf{R}, \mathbf{R}') D_{\mathbf{F}}(x - x')$$

En explicitant les opérateurs  $\mathbf{R}$  en utilisant les relations (14 b, c), tenant compte uniquement des opérateurs à deux particules, on trouve que la matrice R pour le problème de diffusion envisagé a pour express on

$$R = -\frac{f_{\gamma}^{2}}{4\hbar c} \int_{-\infty}^{+\infty} \mathrm{d}x \int_{-\infty}^{+\infty} \mathrm{d}x'$$
$$\times \bar{\sigma} \, \bar{\sigma}' (\gamma_{5} \tau, \gamma'_{1} \tau') \, \varphi \sigma' D_{\mathrm{F}}(x - x'). \tag{32}$$

Comme nous le verrons en passant dans l'espace des moments les deux formes (30) et (32) sont strictement équivalentes.

2º ÉLÉMENTS DE MATRICE DE S. — Nous nous intéressons à la transition du système de deux nucléons d'un état initial, caractérisé par les moments  $\tilde{k}_1$  et  $k_2$  des deux particules et leurs énergies  $\varepsilon_1$  et  $\varepsilon_2 \left(\varepsilon = \sqrt{\tilde{k}^2 + \kappa_1^{\prime 2}} = k_0\right)$ , à l'état final défini par  $\tilde{k}_1', \tilde{k}_2', \varepsilon_1'$  et  $\varepsilon_2'$ . La fonction  $D_{\rm F}$  de Feynman a pour expression

$$D_{\mathbf{F}}(x-x') = \frac{1}{\sqrt[4]{\pi^3}} \int e^{-ik(x-x)} \delta_+(k^2+x^2) dk, \quad (33)$$

le symbole  $kx = k_{11}x_{11}$  et  $dk = d^{4}k$ , la fonction  $\delta_{+}$  est la fonction introduite par Heisenberg. Nous nous limiterons à l'approximation de Born et, par conséquent, nous utiliserons des ondes planes pour les nucléons. On posera

$$\circ(x) = (2\pi)^{-\frac{3}{2}} a(k) \ u(k) e^{ikx},$$
  
$$\bar{\circ}(x) = (2\pi)^{-\frac{3}{2}} a^{*}(k) \overline{u}(k) e^{-ikx},$$
  
(34)

où a(k) et  $a^*(k)$  sont respectivement les opérateurs d'absorption et d'émission des nucléons et u(k) les amplitudes des solutions des équations de Dirac (18a). On doit remarquer que l'opérateur  $\varphi(x)$ , par exemple, peut être responsable soit de l'absorption de la particule  $k_1$ , soit de celle de la particule  $k_2$ . On épuisera toutes les possibilités d'attribution des opérateurs aux nucléons à l'aide du tableau suivant :

	TABLEAU I.					
	1	φ(x') Absorption.	$\overline{\varphi}(x')$ Emission	φ(r) Absorption	$\overline{\phi}(v)$ Emission	
I		$k_2$	$k'_2$	$k_1$	$k'_1$	
Π		$k_1$	$k_1^{-}$	$k_2$	$k_2$	
ш		$k_1$	$k'_2$	$k_2$	$k'_1$	
IV	• • •	$k_2$	$k_1$	$k_1$	k',	

La contribution à l'élément de matrice de (32) des termes provenant de I en utilisant (33) et (34) ainsi que  $\int e^{ikx} dx = (2\pi)^i \delta(k)$  est

$$\frac{+f_{1}^{2}}{4\pi\hbar c} \left\{ a^{*}(k_{1}') a^{*}(k_{2}') a(k_{1}) a(k_{2}) \\ \times \overline{u}(k_{1}') \gamma_{5} \tau u(k_{1}) \overline{u}(k_{2}') \gamma_{5} \tau u(k_{2}) \right\} \\ \times \int \delta_{+}(k_{2} + x^{2}) \delta(k_{1} - k_{1}' - k) \delta(k_{2} - k_{2}' + k) dk \\ = \frac{+f_{1}^{2}}{4\pi\hbar c} \left\{ \dots \right\} \delta_{+}[(k_{1} - k_{1}')^{2} + x^{2}] \delta(k_{1} + k_{2} - k_{1}' - k_{2}')$$

Si l'on tient, compte du fait facile à montrer que  $(k_1 - k'_1)^2 + x^2$  est toujours positif (les quadrivecteurs k sont du genre temps et ont même longueur), la fonction

$$\delta_{+}[(k_{1}-k_{1}')^{2}+x^{2}] = \frac{I}{2\pi\iota[(k_{1}-k_{1}')^{2}+x^{2}]} + \frac{I}{2}\delta[(k_{1}-k_{1}')^{2}+x^{2}]$$

peut être remplacée par

$$\frac{I}{2\pi i} \frac{I}{[(k_1-k_1')^2+\varkappa^2]}.$$

Dans ces conditions, le terme que nous calculons devient

$$\frac{-if_{\frac{2}{3}}}{2(2\pi)^{2}\hbar c}a^{\star}(k_{1}')a^{\star}(k_{2}')a(k_{1})a(k_{2}) \\ \times \frac{\overline{u}(k_{1}')\gamma_{5}\tau u(k_{1})\overline{u}(k_{2}')\gamma_{5}\tau u(k_{2})}{(k_{1}-k_{1}')^{2}+\varkappa^{2}}\delta(k_{1}+k_{2}-k_{1}'-k_{2}')$$

Les contributions des effets II, III et IV se calculent d'une manière analogue. Le résultat global est

$$R = \frac{-if_{1}^{2}}{(2\pi)^{2}\hbar c} \left\{ \begin{array}{c} \frac{\overline{u}(k_{1}')\gamma_{5}\tau u(k_{1})\overline{u}(k_{2}')\gamma_{5}\tau u(k_{2})}{(k_{1}-k_{1}')^{2}+\varkappa^{2}} \\ -\frac{\overline{u}(k_{1}')\gamma_{5}\tau u(k_{2})\overline{u}(k_{2}')\gamma_{5}\tau u(k_{1})}{(k_{1}-k_{2}')^{2}+\varkappa^{2}} \\ \times a^{*}(k_{1}') a^{*}(k_{2}') a(k_{1}) a(k_{2})\delta(k_{1}+k_{2}-k_{1}'-k_{2}'). \end{array} \right\}$$
(35)

Grâce à la propriété de  $\delta_+ [(k_1 - k'_1)^2 + x^2]$  que nous avons utilisée pour déduire (35), on voit immédiatement qu'on serait conduit au même résultat à partir de (30) et de l'expression de la fonction  $\overline{D}$ :

$$\overline{D}(x) = \frac{1}{(2\pi)^4} \int \frac{e^{ikx}}{k^2 + x^2} \,\mathrm{d}k.$$
 (36)

Dans (35), figurent des produits scalaires dans l'espace des spins isotopiques, ce qui permet d'écrire les éléments de matrice de l'opérateur  $R_{k_1+k_2}$ , défini par (9), pour les deux types distincts de collisions, à savoir : neutron-neutron (n - n) et proton-proton (p - p) d'une part, et neutron-proton (n - p) d'autre part, sous la forme condensée

$$\langle R_{k_{1}+k_{2}} \rangle = \frac{-if_{3}^{2}}{(2\pi)^{2}\hbar c} \\ \times \left\{ a \frac{\overline{u}(k_{1}')\gamma_{5} u(k_{1}) \overline{u}(k_{2}')\gamma_{5} u(k_{2})}{(k_{1}-k_{1}')^{2}+x^{2}} - b \frac{\overline{u}(k_{1}')\gamma_{5} u(k_{2}) \overline{u}(k_{2}')\gamma_{5} u(k_{1})}{(k_{1}-k_{2}')^{2}+x^{2}} \right\}, \quad (37)$$

où a = b = 1 pour les collisions n - n et p - pet a = -1, b = 2 pour les collisions n - p, dans la théorie symétrique. On peut remarquer tout de suite que dans la théorie neutre où intervient, seule, la composante  $\tau_3$  du vecteur des spins isotopiques, on a a = b = 1 pour les chocs p - p et n - net a = -1, b = 0 pour les chocs n - p. Par contre, dans la théorie chargée où jouent seulement les composantes  $\tau_1$  et  $\tau_2$  on aura a = b = o pour la diffusion n - n ou p - p et a = 0, b = 2 pour la diffusion n - p.

3º SECTION EFFICACE. — Pour évaluer la section efficace d'après les formules (7) et (37), il faut sommer le carré du module de  $\langle R_{K_1+K_2} \rangle$  sur les spins finaux des deux particules et faire la moyenne

$$dQ = \frac{1}{4\pi^{2}} \cdot \left(\frac{f_{1}^{2}}{\hbar c}\right)^{2} \frac{\left|\vec{k}_{2}\right|^{2}}{\left|\left(\varepsilon_{2}'\vec{k}_{1}' - \varepsilon_{1}'\vec{k}_{2}\right)\varepsilon_{2}'\right| \sqrt{\left|\varepsilon_{2}\vec{k}_{1} - \varepsilon_{1}\vec{k}_{2}\right|^{2} - \left|\varepsilon_{2}\vec{k}_{1}\wedge\varepsilon_{1}\vec{k}_{2}\right|^{2}}} \times \left\{ \frac{\left[\left(\vec{k}_{2},\vec{k}_{2}\right) - \varepsilon_{2}'\varepsilon_{2} + x_{N}^{2}\right] \left[\left(\vec{k}_{1},\vec{k}_{1}\right) - \varepsilon_{1}'\varepsilon_{1} + x_{N}^{2}\right]}{\left[\left(\vec{k}_{1},\vec{k}_{1}\right) - \varepsilon_{1}'\varepsilon_{1} + x_{N}^{2}\right]^{2}} a^{2} + \frac{\left[\left(\vec{k}_{2},\vec{k}_{1}\right) - \varepsilon_{2}'\varepsilon_{1} + x_{N}^{2}\right] \left[\left(\vec{k}_{1},\vec{k}_{2}\right) - \varepsilon_{1}'\varepsilon_{2} + x_{N}^{2}\right]}{\left[\left(\vec{k}_{1} - \vec{k}_{2}'\right)^{2} + x^{2}\right]^{2}} b^{2} + \frac{ab}{2} \frac{1}{\left[\left(\vec{k}_{1} - \vec{k}_{1}'\right)^{2} + x^{2}\right] \left[\left(\vec{k}_{1} - \vec{k}_{2}'\right)^{2} + x^{2}\right]}{\left[\left(\vec{k}_{1} - \vec{k}_{2}'\right)^{2} + x^{2}\right]^{2}} \times \left(\left(\vec{k}_{2},\vec{k}_{2}'\right)\left(\vec{k}_{1},\vec{k}_{1}'\right) - \left(\vec{k}_{2}\wedge\vec{k}_{2}'\right)\left(\vec{k}_{1}\wedge\vec{k}_{1}'\right) + \left(x_{N}^{2} - \varepsilon_{2}\varepsilon_{2}'\right)\left(\vec{k}_{1},\vec{k}_{1}'\right) + \left(x_{N}^{2} - \varepsilon_{1}\varepsilon_{1}'\right) - x_{N}^{2}\left(\vec{k}_{2} - \vec{k}_{2},\vec{k}_{1} - \vec{k}_{1}'\right) + \left(\varepsilon_{2}'\vec{k}_{2} - \varepsilon_{2}\vec{k}_{2},\vec{k}_{1} - \varepsilon_{1}\vec{k}_{1}'\right) + x_{N}^{4} + \varepsilon_{1}\varepsilon_{1}'\varepsilon_{2}\varepsilon_{2}'\right)\right\} d\Omega. \quad (38)$$

 $| \geq |^2$ 

sur leurs spins initiaux. En utilisant la méthode des traces de Casimir, on trouve, sans grande difficulté, la section efficace différentielle de collision nucléonnucléon dans un système de référence quelconque. Dans le système du centre de gravité où  $\vec{k}_1 = -\vec{k}_2$  et  $\vec{k}'_1 = -\vec{k}'_2$ ,  $\varepsilon_1 = \varepsilon'_1 = \varepsilon'_2 = \varepsilon_2 = \varepsilon$ , la formule (38) prend une forme particulièrement simple :

$$dQ = \frac{I}{4\pi^{2}} \left[ \frac{f_{1}^{2}}{\hbar c} \right]^{2} \frac{k^{4}}{\epsilon^{2}} \left\{ a^{2} \left[ \frac{\sin^{2} \frac{\theta}{2}}{4k^{2} \sin^{2} \frac{\theta}{2} + \varkappa^{2}} \right]^{2} + b^{2} \left[ \frac{\cos^{2} \frac{\theta}{2}}{4k^{2} \cos^{2} \frac{\theta}{2} + \varkappa^{2}} \right]^{2} + ab \frac{\sin^{2} \frac{\theta}{2} \cos^{2} \frac{\theta}{2}}{\left( 4k^{2} \sin^{2} \frac{\theta}{2} + \varkappa^{2} \right) \left( 4k^{2} \cos^{2} \frac{\theta}{2} + \varkappa^{2} \right)} \right\} d\Omega,$$
(39)

ici  $k^2$  représente le carré du module du vecteur impulsion  $k^2 = \sqrt{\overline{\epsilon^2 - x_N^2}}$ , l'angle  $\theta$  est l'angle de diffusion, en particulier dans le cas du choc n - p, c'est l'angle entre le neutron incident et le neutron diffusé.

La section efficace totale est

$$Q = \frac{I}{32\pi} \left(\frac{f_3}{\hbar c}\right)^2 \frac{I}{\epsilon^2} \times \left\{ (a^2 + b^2) \left[ \frac{4(2k^2 + x^2)}{4k^2 + x^2} + \frac{x^2}{k^2} \ln \frac{x^2}{4k^2 + x^2} \right] + ab \left[ 2 + \frac{x^2(4k^2 + x^2)}{2k^2(2k^2 + x^2)} \ln \frac{x^2}{4k^2 + x^2} \right] \right\}.$$
 (40)

Pour la commodité, nous rassemblons les valeurs particulières des coefficients a et b pour les différentes théories dans le tableau ci-dessous :

#### TABLEAU II

Théorie symetrique... a = 1 b = 1 a = -1 b = 2 a = 0 b = 0 a = 0 b = 2 a = 1 b = 1 a = -1 b = 2 a = 0 b = 2a = 0 b = 2 4º CAS DU CHAMP SCALAIRE. — Lorsqu'on néglige la différence des masses du neutron et du proton ce problème est en tous points analogue au précédent, la seule différence résidant dans la définition des sources. On a

$$\mathbf{N} = g_1 \bar{\varphi} \tau \varphi \qquad \text{et} \qquad \mathbf{M}_{\mu} = \frac{g_2}{\varkappa} \bar{\varphi} \tau \gamma_{\mu} \varphi$$

Au lieu de la relation (25), on a alors

$$\frac{\partial \mathbf{M}_{\mu}}{\partial x_{\mu}} = 0. \tag{41}$$

On élimine le terme de couplage vectoriel et le terme d'interaction directe  $(\mathbf{M}_u \eta_u)^2$  par des considérations semblables à celles des sections 1° *a* et *b* de ce paragraphe. En raison de (41), la section efficace ne dépend que de la constante  $g_1$ .

La matrice R a la forme (35) où l'on remplace  $\gamma_{,}$ par la matrice unité et  $f_3$  par  $g_1$ . L'évaluation des traces montre que la section efficace différentielle dans un système de référence quelconque s'exprime par la formule (38) dans laquelle on a changé les signes de  $k'_1$ ,  $k'_2$ ,  $\varepsilon'_1$  et  $\varepsilon'_2$  dans les numérateurs. Dans le cas du système du centre de gravité, on trouve

$$dQ = \frac{1}{4\pi^{2}} \left(\frac{g^{2}}{\hbar c}\right)^{2} \frac{1}{\epsilon^{2}} \left\{ a^{2} \left[ \frac{k^{2} \sin^{2} \frac{\theta}{2} + x_{N}^{2}}{4k^{2} \sin^{2} \frac{\theta}{2} + x^{2}} \right]^{2} + b^{2} \left[ \frac{k^{2} \cos^{2} \frac{\theta}{2} + x_{N}^{2}}{4k^{2} \cos^{2} \frac{\theta}{2} + x^{2}} \right]^{2} + ab \frac{\left(k^{4} \sin^{2} \frac{\theta}{2} \cos^{2} \frac{\theta}{2} - \epsilon^{2} x_{N}^{2}\right)}{\left(4k^{2} \sin^{2} \frac{\theta}{2} + x^{2}\right)\left(4k^{2} \cos^{2} \frac{\theta}{2} + x^{2}\right)} \right\} d\Omega, \quad (42)$$

les coefficients a et b sont encore donnés par le tableau II.

Nous signalons cependant que, contrairement au cas du méson pseudo-scalaire, il n'est pas tout à fait justifié de négliger ici la différence des masses du neutron et du proton. En effet, pour le champ pseudo-scalaire

$$\frac{\partial P_{\mu \mathbf{i}}}{\partial x_{\mu}} = -\frac{f_2}{\varkappa} (\varkappa_n + \varkappa_p) \overline{\varphi} \gamma_5 \tau_1 \varphi - \frac{f_2}{\varkappa} (\varkappa_n - \varkappa_p) \overline{\varphi} \gamma_5 \varphi \delta_{\mathbf{i}3} (25a)$$

et puisque  $x_n - x_p \ll x_n + x_p \approx 2x_N$  on peut toujours négliger le terme en  $x_n - x_p$  de l'expression ci-dessus. Par contre, dans le cas du champ scalaire

$$\frac{\partial \mathbf{M}_{\mu}}{\partial x_{\mu}} = \frac{g_2}{2x} (\mathbf{x}_n - \mathbf{x}_p) \bar{\varphi} (\tau_3 \tau - \tau \tau_3) \varphi. \qquad (41 a)$$

On voit donc que si  $g_1 \ll g_2$  le terme provenant de la différence des masses des nucléons peut jouer un rôle prépondérant. Le point délicat correspond à la

valeur  $g_1 \approx \frac{g_3}{\chi} (x_n - x_p)$  car alors on ne peut, en général, ramener les deux constantes distinctes d'interaction  $g_1$  et  $g_2$  à une constante unique  $g_3$ . La transformation du terme de couplage vectoriel semble ainsi moins avantageuse que celle qui y correspond dans le cas pseudo-scalaire.

5. Potentiel d'interaction entre deux nucléons. — Dans les anciennes méthodes de perturbation, on s'intéresse plus particulièrement à l'hamiltonien total qu'aux densités. A partir de cet hamiltonien, on peut entre autres, évaluer le potentiel d'interaction entre deux particules. Nous pouvons déduire l'élément de matrice, dans l'espace des moments, de ce potentiel en utilisant le terme  $H_{20}$  (28) responsable des interactions entre deux nucléons (<sup>5</sup>). L'énergie d'interaction est

$$\overline{\mathcal{H}}_{20} = \int^{\circ} \mathcal{H}_{20}(x) \, \mathrm{d} \dot{x}, \tag{43}$$

où la sommation porte sur les coordonnées d'espaces. Nous nous intéressons à la transition de l'état caractérisé par  $k_1$ ,  $k_2$  à l'état  $k'_1$ ,  $k'_2$ . Le calcul de (43) présente une grande analogie avec celui de la matrice S. On utilise les expressions (28), (34), (36), on doit sommer d'abord sur dx', puis sur dk et enfin sur dx. Il faut noter cependant une différence essentielle par rapport à l'évaluation de l'élément de matrice de S, qui provient de ce qu'on somme sur dxau lieu de dx et qu'alors le second terme du membre de droite de (28) ne disparaît pas entièrement lorsqu'il n'y a pas conservation de l'énergie. On déduit alors, dans le système du centre de gravité,

$$\langle k'_{1}k'_{2} | \overline{\partial \mathcal{E}}_{20} | k_{1}k_{2} \rangle$$

$$= \left\{ -f_{1}^{2} \frac{u^{*}(k'_{1}) u^{*}(k'_{2})\rho_{2}^{(1)}(\tau^{(1)}\tau^{(2)})\rho_{2}^{(2)} u(k_{1}) u(k_{2})}{\varepsilon^{2} - (\varepsilon_{1} - \varepsilon'_{1})^{2}} + i \frac{f_{2}f_{3}}{\varkappa} \frac{u^{*}(k'_{1}) u^{*}(k'_{2})[\rho_{1}^{(1)}\rho_{2}^{(2)} + \rho_{2}^{(1)}\rho_{1}^{(2)}]\tau^{(1)}\tau^{(2)} u(k_{1}) u(k_{2})}{\varepsilon^{2} - (\varepsilon_{1} - \varepsilon'_{1})^{2}} [\varepsilon_{1} - \varepsilon'_{1}] \right\} (2\pi)^{3} \delta\left(\vec{k}_{1} + \vec{k}_{2} - \vec{k}'_{1} - \vec{k}'_{2}\right) e^{2t(\varepsilon_{1} - \varepsilon_{1})x_{0}}, \quad (44)$$

où  $\varepsilon = \sqrt{\varkappa^2 + (\tilde{k}_1 - \tilde{k}_1')^2}$  et où  $\rho$  sont les matrices de Dirac.

Le premier terme de (44) décrit les effets réels du second ordre tandis que le deuxième correspond à des effets virtuels du même ordre. Nous remarquons donc que l'élimination complète du couplage pseudovectoriel que nous avons effectuée est uniquement valable pour les processus réels du second ordre et que ce couplage peut réapparaître dans des processus d'ordre supérieur. Il faut alors bien préciser que le remplacement des deux constantes  $f_1$  et  $f_2$  par une constante unique  $f_3$  n'est justifié qu'au second ordre près, comme on a pu le voir dans le cas de la diffusion.

6. Discussion et conclusions. — La région de 90 MeV est particulièrement intéressante en raison des expériences de Berkeley [16] sur la diffusion neutron-proton. On arrive maintenant à déterminer, non seulement les sections efficaces totales, mais aussi les distributions angulaires. Ces dernières offrent un critère très sûr pour la vérification des différentes théories de forces nucléaires. Nous avons donc examiné les distributions angulaires pour cette énergie dans le cas des collisions neutron-proton

(\*) Après la transformation unitaire indiquée en note au bas de la page 38, on aurait, en effet, pour le quadrivecteur énergie impulsion des champs interagissants

$$\mathfrak{X}_{\mu} = \frac{\mathrm{I}}{c} \int_{\sigma} \mathrm{d}\sigma_{\lambda} T_{\lambda \mu}(x) = \mathfrak{X}_{\mu}^{(0)} - \frac{\mathrm{I}}{c} \int_{\sigma} \mathscr{H}_{20}(x) \, \mathrm{d}\sigma_{\mu}$$

Le second terme de  $\mathcal{R}_4$  est l'énergie d'interaction.

lorsque le méson responsable des interactions possède le spin zéro. Les résultats sont présentés dans les figures 1 et 2.



Fig 1 — Collisions neutron-proton. Couplage pseudoscalaire Système du centre de gravité-énergie cinétique du neutron incident = 90 MeV.

Nous avons admis que la masse du méson  $\pi$  était égale à 286 m<sub>e</sub>. L'allure des courbes est sensible à la masse du méson utilisé, mais la latitude qu'offre ce paramètre, le seul qui joue dans les distributions angulaires données par (39) et (42) pour une énergie bien déterminée, ne permet pas de réaliser un accord satisfaisant de ces courbes avec l'expérience. Toutefois, la comparaison entre eux des résultats obtenus ci-dessus présente un certain intérêt du point de vue théorique. On remarque que les sections efficaces différentielles dépendent fortement du caractère de charge des théories mésiques utilisées : chargée,



F1g. 2 — Collisions neutron-proton. Couplage scalaire. Système du centre de gravité-énergie cinétique du neutron incident = 90 MeV.

neutre ou symétrique. Il faut souligner que les distributions angulaires sont très différentes dans les deux cas possibles de spin zéro : scalaire et pseudoscalaire. La différence réside essentiellement dans le renversement de la direction privilégiée de diffusion (en avant ou en arrière) lorsqu'on passe d'un type à l'autre.

Pour conclure, nous résumerons les résultats obtenus. Quand on considère les champs pseudoscalaires et scalaires, les termes de contact  $(\mathbf{P}_{\mu}\eta_{\mu})^2$ et  $(\mathbf{M}_{\alpha}\eta_{\mu})^2$  peuvent être complètement éliminés de l'hamiltonien du second ordre et ceci quels que soient les processus de cet ordre qu'on envisage. Dans le cas du méson pseudo-scalaire, le terme d'interaction pseudo-vectoriel se ramène pour les processus faisant intervenir des opérateurs à deux nucléons à un terme de couplage pseudo-scalaire, les deux cons-

tantes distinctes  $f_1$  et  $f_2$  sont alors remplacées par une constante unique  $f_3 = f_1 + 2f_2 \frac{\kappa_N}{\kappa}$ . Ceci reste vrai lorsqu'on ne néglige plus la différence des masses du neutron et du proton, en raison du fait que  $(x_n - x_p) \ll x_n + x_p$ , ce qui est suffisant dans ce cas (25 a). Pour le méson scalaire, on a une propriété analogue, mais moins générale (41 a), c'est-à-dire que si l'on suppose  $x_n = x_p$  on a alors une constante unique  $g_3 = g_1$ ; mais si l'on fait  $x_n \neq x_p$  on ne peut se ramener à une constante unique que lorsque  $g_1 \ll g_2$  $\left( \text{alors } g_3 \approx g_2 \frac{x_n - x_p}{x} \right) \text{ et } g_1 \stackrel{>}{_{z}} g_2 \text{ (alors } g_3 = g_1 \text{)}.$ Dans l'éventualité  $g_1 \approx g_2 \frac{x_n - x_p}{x}$  le couplage vectoriel se transforme bien encore en couplage scalaire, mais les constantes  $g_1$  et  $g_2$  interviennent en général indépendamment. Le résultat (44) montre bien que l'élimination des termes pseudo-vectoriels n'est valable que pour des processus réels du deuxième ordre et que pour des processus virtuels de cet ordre les termes en question donnent une contribution en dehors de la renormalisation de la constante  $f_1$ . Il ne suffira donc pas de considérer dans l'hamiltonien du premier ordre (17) un couplage pseudo-scalaire avec la  $constante f_3$ , sans terme de contact ni couplage pseudovectoriel [10] quand on voudra décrire des effets d'ordre supérieur à deux, le terme virtuel de (44) pouvant alors donner une contribution.

Pour terminer nous voulons souligner la grande simplicité dans les applications du formalisme utilisé par rapport aux calculs basés sur la théorie habituelle dés perturbations. Les résultats qu'on déduit de cette dernière se retrouvent ici plus rapidement et plus élégamment. Cela est lié à la possibilité qu'on a de conduire une grande partie des calculs dans l'espace des coordonnées, le passage à l'espace des moments ne s'effectuant qu'en tout dernier lieu. C'est en ce fait que réside la puissance de cette méthode.

Nous tenons à exprimer ici nos vifs remerciements à M. A. Proca pour l'intérêt qu'il a porté à ce travail et les encouragements qu'il n'a cessé de nous prodiguer.

Ces recherches ont été effectuées grâce aux allocations du Centre National de la Recherche Scientifique.

Manuscrit reçu le 30 juillet 1949.

#### BIBLIOGRAPHIE.

- [1] SIN-ITIRO TOMONAGA. Prog. Theoret Phys., 1946, 1, 27. — KOBA, TATI et TOMONAGA — Prog. Theoret Phys, 1947, 2, 101, 198. — KANESAWA S. et TOMO-NAGA S. — Prog. Theoret. Phys., 1948, 3, 1, 101. — TOMONAGA S. — Phys. Rev., 1948, 74, 224.
- [2] SCHWINGER JULIAN. Phys. Rev, 1948, 74, 1439; 1d 1949, 75, 651.
- [3] DYSON F. J. Phys. Rev, 1949, 75, 486, 1736.
- [4] MIYAMOTO Y. Prog. Theoret. Phys., 1948, 3, 124. —
   CASE K. M. Phys. Rev, 1949, 75, 1440. YEVICK G.
   Phys. Rev, 1949, 75, 1450.
- [5] KANESAWA S. et TOMONAGA S. Prog. Theor. Phys, 1948, 3, 1, 101.
- [6] MATTHEWS P. T. Phys Rev., 1949, 75, 1270.
- [7] RAYSKI J. Phys. Rev , 1949, 75, 1961.
- [8] PAULI W. VILLARS F. Rev. Mod Phys, 1949, 21, 434.
- [9] Voir par exemple WHELLER et TIOMNO. Rev. Mod Phys., 1949, 21, 145 et 153.

- [10] NELSON E. C. Phys. Rev., 1941, 60, 830. DYSON
   F. J. Phys. Rev., 1948, 73, 929. VAN HOVE L. Phys. Rev., 1949, 75, 1519. — LECOUTEUR K. J. et ROSENFELD L. — Phil. Mag., 1949, 40, 151.
- [11] KEMMER N. Proc. Camb. Phil. Soc., 1938, 34, 34.
- [12] ROHRLICH F. et EISENSTEIN J. Phys Rev., 1949, 75, 705. ASHKIN J. et TA YOU WU.— Phys. Rev., 1948, 73, 973.
- [13] MOLLER C. Det. Kgl. Danske. Vidensk. Selskab., 1945, 23, nº 1, 1946, 22, nº 19.
- [14] MOLLER C. et ROSENFELD L. Det. Kgl. Danske Vidensk-Selskab, 1940, 17, nº 8.
- [15] WEISS P. Proc Roy. Soc, A, 1936, 156, 192.
- [16] JEAN M. et PRENTKI J. C. R. Acad. Sc., 1949, 229, n° 3, 171.
- [17] HADLEY, KELLY, LEITH, SEGRÉ, WIEGAND et YORK. Phys. Rev., 1949, 75, 351