



Étude de la résistance en haute fréquence d'un enroulement à fil divisé

A. Colombani

► To cite this version:

A. Colombani. Étude de la résistance en haute fréquence d'un enroulement à fil divisé. Journal de Physique et le Radium, 1949, 10 (10), pp.285-294. 10.1051/jphysrad:019490010010028501 . jpa-00234187

HAL Id: jpa-00234187

<https://hal.science/jpa-00234187>

Submitted on 4 Feb 2008

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

ÉTUDE DE LA RÉSISTANCE EN HAUTE FRÉQUENCE D'UN ENROULEMENT A FIL DIVISÉ

Par A. COLOMBANI.

Faculté des Sciences de Dijon.

Sommaire. — Après l'étude magistrale de Sommerfeld concernant la résistance en haute fréquence d'une couche cylindrique et uniforme de matière conductrice, Butterworth puis Austin, établirent des formules approchées s'appliquant à des enroulements à fil *plein* ou *divisé en brins*.

En partant directement des équations de Maxwell et en supposant le rayon du « brin » inférieur à l'épaisseur de pénétration du courant, j'ai pu établir une formule très simple concordant parfaitement avec les calculs de Sommerfeld et avec l'expérience.

En l'appliquant à différents problèmes il m'a été possible de mettre en évidence pour chacun d'eux l'existence d'une résistance optima et d'une forme particulière de bobine.

Les résultats théoriques obtenus concordent avec les données pratiques fournies par la technique moderne des enroulements. Il m'a paru intéressant de les signaler aux physiciens qui ont à déterminer rapidement et avec précision des bobinages répondant à des conditions données.

Considérons un conducteur sensiblement rectiligne et éloigné des conducteurs voisins parcouru par un courant de haute fréquence. On sait que la distribution du courant dans sa section droite n'est pas uniforme. Plus la fréquence est élevée, plus la densité de courant augmente en allant de l'axe vers la surface.

Cependant la répartition du courant autour de l'axe du conducteur est régulière et l'accroissement de résistance qui en résulte est aisément calculable. En particulier si le rayon r du conducteur est petit vis-à-vis de « l'épaisseur de peau » $\varepsilon = \frac{1}{\sqrt{2\pi\omega\gamma}}$ la résistance calculée est sensiblement la même qu'en

courant continu et la répartition du courant est uniforme dans la section du conducteur.

Envisageons à présent le cas de fils rapprochés parcourus par un courant de haute fréquence. Le champ magnétique produit à l'intérieur d'un fil par les courants de haute fréquence voisins cesse d'être négligeable par rapport à celui que le fil lui-même produit dans son intérieur. La distribution du courant dans le fil est donc très différente et la résistance apparente plus grande que ne le ferait prévoir l'application des formules de l'effet Kelvin relative à des conducteurs très éloignés.

C'est ce qui se produit dans tous les bobinages et en particulier dans ceux dont le fil est « divisé »

afin d'utiliser au mieux le métal parcouru par le courant de haute fréquence. Cette « division » est réalisée au moyen de brins très fins, isolés et « toronnés » ou « cordés ». Leur rayon individuel r satisfait à la relation $r \ll \varepsilon$ et leur enroulement est tel que chacun d'eux occupe successivement dans la section du fil toutes les positions possibles. De cette façon ils sont tous placés dans les mêmes conditions vis-à-vis du champ magnétique global extérieur. Et l'on peut très sûrement admettre que le champ magnétique dans chaque brin est *principalement* dû au voisinage des autres brins du même fil et à la proximité des spires juxtaposées du bobinage qui ajoutent leurs actions à l'intérieur du brin considéré.

Autrement dit la condition d'uniformité du champ dans lequel le brin est placé se trouve réalisée avec une grande approximation lorsque le champ magnétique dû au brin lui-même dans son intérieur est petit par rapport au champ $\vec{H}$ dû à tous les autres brins du bobinage.

Supposons donc un champ magnétique alternatif d'amplitude constante H perpendiculaire à l'axe du brin (fig. 1). (Nous verrons plus loin l'influence

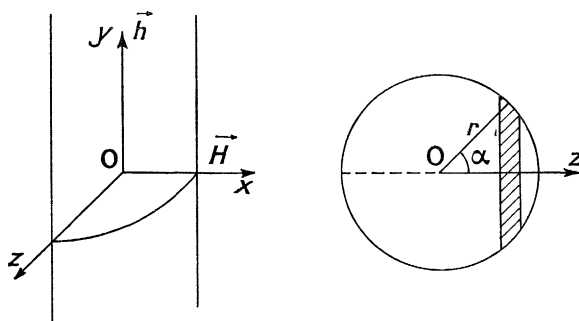


Fig. 1.

de l'obliquité du brin sur le champ). Nous pouvons assimiler à un conducteur rectiligne une portion de brin suffisamment longue par rapport à son diamètre car celui-ci est très petit vis-à-vis du rayon moyen d'enroulement de la bobine. Prenons dans la section droite du brin deux axes rectangulaires O_z, O_x l'axe O_x étant dirigé dans le sens du champ $\vec{H}$. L'axe du fil portera O_y parallèle au champ électrique $\vec{h}$ suivant lequel s'écoule le courant électrique.

La relation $\text{roth} = -\frac{\partial \vec{H}}{\partial t}$ donne immédiatement

$$\frac{\partial h}{\partial z} = \omega H.$$

Soient i_d la densité de courant et γ la conducti-

bilité. On a

$$i_d = \gamma h.$$

D'où avec H uniforme

$$i_d = i_{d_0} + \omega \gamma H z.$$

Par intégration sur la surface circulaire qui constitue la section droite, on trouve que l'intensité totale dans le brin de rayon r est $i = \pi r^2 i_{d_0}$. D'où $i_{d_0} = \frac{i}{\pi r^2}$ et par conséquent

$$i_d = \frac{i}{\pi r^2} + \omega \gamma H z.$$

Ce résultat est d'ailleurs évident car la valeur moyenne de z est nulle et i_{d_0} est la densité moyenne de courant dans la section droite.

On en déduit l'effet Joule par unité de longueur $\frac{1}{\gamma} \iint i_d^2 dS$, dS étant l'élément de surface

$$dS = -2R^2 \sin^2 \alpha d\alpha \quad \text{avec} \quad z = r \cos \alpha.$$

Soit, tous calculs faits

$$Q_F = \frac{i^2}{\pi r^2 \gamma} + \frac{\pi \omega^2 \gamma r^4 H^2}{4}. \quad (1)$$

Le premier terme $\frac{i^2}{\pi r^2 \gamma}$ est l'effet Joule normal produit par l'écoulement du courant i à travers la surface πr^2 sur une longueur unité.

Le rapport de la résistance en haute fréquence à la résistance ohmique a donc pour valeur

$$Q_F \cdot \frac{i^2}{\pi r^2 \gamma} = \frac{R_F}{R_0} = 1 + \frac{\pi^2}{4} r^6 \omega^2 \gamma^2 \frac{\bar{H}^2}{i^2}, \quad (2)$$

$\bar{H}^2$ est la valeur moyenne du carré du champ magnétique dans le volume occupé par tous les brins de l'enroulement. L'intensité i est supposée la même pour tous les brins et constante tout le long de l'enroulement. Cela nécessite donc l'utilisation de la bobine sur des fréquences très différentes de sa fréquence propre afin d'éviter la production d'oscillations localisées et par conséquent de variations d'intensité le long des fils. Enfin comme nous le verrons plus loin il y a intérêt à ce que la capacité répartie soit rejetée aux extrémités de l'enroulement (1).

Afin de calculer le rapport $\frac{\bar{H}^2}{i^2}$ nous allons maintenant avec Paul Langevin faire intervenir la forme de la bobine à l'aide de trois coefficients : α, β, η , [1].

Supposons que l'enroulement comporte n spires formées chacune de N brins. Soit D son diamètre moyen. La section droite de la gorge de la bobine

(1) Quand les fréquences sont voisines et la capacité rejetée aux extrémités on prend le point milieu de l'enroulement pour mesurer l'intensité qui servira à définir la résistance pour la fréquence fondamentale. On pose $W = RI$, W étant la puissance totale.

a pour valeur $S = el$ (fig. 2). On peut l'écrire

$$S = \alpha D^2 \quad \text{avec} \quad \alpha = \frac{e}{D} \frac{l}{D}.$$

Le volume correspondant à cette gorge est

$$V = \pi S D = \pi \alpha D^3.$$

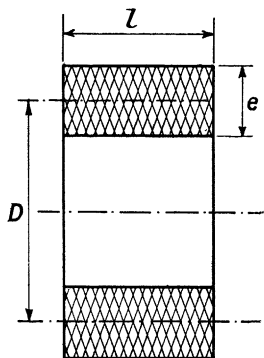


Fig. 2.

D'autre part la résistance et la self de la bobine en courant continu ont respectivement pour valeur

$$R_0 = \frac{nD}{\gamma N r^2} \quad \text{et} \quad L = \beta n^2 D$$

en posant

$$\beta = \pi^2 \frac{D}{l} \quad (2).$$

L'énergie magnétique localisée dans la gorge est

$$\frac{1}{8\pi} \bar{H}^2 V = \frac{\alpha}{8} \bar{H}^2 D^3.$$

L'énergie magnétique totale est

$$\frac{1}{2} L I^2 \quad \text{avec} \quad I = N i.$$

Appelons η leur rapport plus petit que l'unité. On a

$$\frac{\alpha}{8} \bar{H}^2 D^3 = \frac{\eta}{2} L N^2 i^2 \quad (3).$$

Les coefficients α, β, η ne dépendent que de la forme de la bobine et non de ses dimensions.

On en tire donc

$$\frac{\bar{H}^2}{i^2} = 4 \frac{\eta}{\alpha} L \frac{N^2}{D^3}. \quad (3)$$

(2) Avec une gorge circulaire de rayon R on aurait

$$\alpha = \frac{\pi R^2}{D^2}, \quad \beta = \frac{\pi^2 D}{2 R}.$$

(3) Nous posons $\eta = \frac{e}{D}$. L'expérience justifie cette hypothèse (voir plus loin).

Par conséquent (2) devient

$$R_F = \frac{nD}{\gamma N r^2} \left[1 + \pi^2 r^6 \omega^2 \gamma^2 \frac{\eta}{\alpha} \frac{L N^2}{D^3} \right] \\ = \frac{nD}{\gamma N r^2} \left[1 + \pi^2 r^6 \omega^2 \gamma^2 \frac{\eta \beta}{\alpha} \frac{n^2 N^2}{D^2} \right],$$

ou encore

$$R_F = R_0 \left[1 + \frac{\eta \beta}{\alpha} \left(\frac{\pi}{D} r^3 \omega \gamma n N \right)^2 \right], \quad (4)$$

$$R_F = \frac{L}{\beta r^2} \left[\frac{1}{\gamma N n} + \frac{\eta \beta}{\alpha} \left(\frac{\pi}{D} r^3 \omega \right)^2 \gamma N n \right]. \quad (5)$$

Remarque. — Considérons la valeur

$$R_F = R_0 \left[1 + \frac{\eta \beta}{\alpha} \left(\frac{\pi}{D} r^3 \omega \gamma n N \right)^2 \right].$$

Avec les hypothèses précédentes, on a

$$\frac{\eta \beta}{\alpha} = \pi^2 \frac{D^2}{l^2}.$$

D'autre part prenons $Nn = \frac{el}{\pi r^2}$ ce qui correspond à une gorge remplie complètement par le métal de l'enroulement, et posons $e = 2 q r$, q étant le nombre de couches supposées jointives.

On en tire

$$R_F = R_0 [1 + 4 \pi^2 \gamma^2 \omega^2 q^2 r^4] \quad \text{ou} \quad R_F = R_0 \left[1 + q^2 \frac{r^4}{\varepsilon^4} \right],$$

en désignant par ε l'épaisseur de pénétration $\varepsilon = (2\pi\omega\gamma)^{-\frac{1}{2}}$.

On retrouve ainsi facilement un résultat établi autrefois par Sommerfeld [2] pour un cas particulier bien vérifié par l'expérience.

Discussion sur la validité des résultats. —

1° Considérons d'abord le champ magnétique $\vec{H}$. Nous l'avons supposé uniforme. En fait, ce n'est pas tout à fait le cas. Le défaut d'uniformité sur $\vec{H}$ provient surtout de la partie de ce champ due à l'action du courant passant dans le brin lui-même et les brins voisins, principalement de ceux qui sont toronnés avec lui dans le même fil. L'influence maxima de ces fluctuations sur le résultat c'est-à-dire l'erreur relative sur le second terme de (2) peut se calculer en remarquant que les variations d'intensité du champ dues aux courants dans des brins voisins, sont au plus de l'ordre de $\frac{i}{r}$.

Comme

$$\frac{i}{\sqrt{H^2}} = \frac{1}{N} \sqrt{\frac{\alpha D^3}{4 \eta L}},$$

on a donc pour l'erreur relative sur $\sqrt{H^2}$

$$\frac{i}{r \sqrt{H^2}} = \frac{1}{N r} \sqrt{\frac{\alpha D^3}{4 \eta L}} \quad (6)$$

Cette quantité qui est la condition d'uniformité (4) doit être petite (4).

D'autre part le champ $\vec{H}$ serait normal au plan des spires si celles-ci étaient centrées sur l'axe de la bobine. Mais une composante longitudinale du champ magnétique s'introduit par suite de la forme hélicoïdale des enroulements.

Deux effets en résultent :

A. Le brin n'est pas normal au plan méridien contenant $\vec{H}$.

Il en résulte par conséquent une composante longitudinale $\vec{H}_l$ du champ $\vec{H}$ qui donne naissance par induction dans la masse du brin à des courants circulaires autour de son axe.

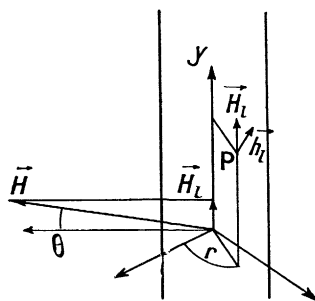


Fig. 3.

Les équations de Maxwell s'écrivent pour ce cas (fig. 3) :

$$j_d = \gamma h_l \quad (j_d = \text{densité de courant}),$$

$$\text{rot } h_l = \frac{1}{r} \frac{d(rh_l)}{dr} = -\omega H_l \quad \text{d'où} \quad h_l = -\frac{r}{2} H_l \omega$$

et

$$j_d = -\frac{\omega \gamma r}{2} H_l \quad (H_l \text{ constant}),$$

r désignant la distance d'un point P de la section droite à l'axe du brin.

Supposons la longueur d'onde de l'oscillation créant $\vec{H}$ grande devant les dimensions du conducteur et négligeons les courants de déplacement. Un calcul classique donne pour la puissance dépensée par effet Joule [4] :

$$W_l = \frac{H_l^2}{8} \pi \gamma \omega^2 r^4 \quad (7)$$

soit avec $H_l = H \sin \theta$ (θ angle de $\vec{H}$ avec la normale au brin) :

$$W_l = \frac{\pi \gamma \omega^2 r^4}{8} H^2 \sin^2 \theta,$$

r désignant ici le rayon du brin.

(4) Le calcul de la résistance optima nous en donnera une signification très simple.

L'angle θ fait intervenir le pas de l'enroulement. Lorsque les spires sont d'une inclinaison telle que $\sin^2 \theta$ n'est pas négligeable, il y a évidemment lieu d'en tenir compte dans l'expression générale de R_F . L'expression (2) devient

$$R_F = R_0 \left[1 + \frac{\pi^2}{4} r^6 \omega^2 \gamma^2 \left(1 + \frac{1}{2} \sin^2 \theta \right) \frac{H^2}{l^2} \right]$$

ou

$$R_F = R_0 \left[1 + \frac{\eta^2}{\alpha} \left(\frac{\pi}{D} r^3 \omega \gamma n N \right)^2 \left(1 + \frac{1}{2} \sin^2 \theta \right) \right],$$

$$R_F = \frac{L}{\beta r^2} \left[\frac{1}{\gamma n N} + \pi^2 \frac{\eta^2}{\alpha} \frac{\omega^2}{D^2} r^6 \gamma n N \left(1 + \frac{1}{2} \sin^2 \theta \right) \right].$$

En introduisant le pas de l'enroulement $p = \pi D \tan \theta$ on obtient

$$R_F = \frac{L}{\beta r^2} \left[\frac{1}{\gamma n N} + \pi^2 \frac{\eta^2}{\alpha} \frac{\omega^2}{D^2} r^6 \gamma n N \times \left(1 + \frac{1}{2} \frac{p^2}{\pi^2 D^2 + p^2} \right) \right]. \quad (8)$$

Si θ est petit le terme $\frac{1}{2} \sin^2 \theta$ est négligeable (5).

B. Les N brins du fil enroulés suivant une hélice dont la tangente fait un angle φ avec l'axe du fil

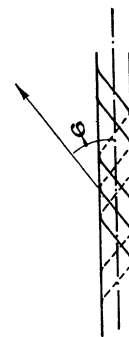


Fig. 4.

produisent à l'intérieur de celui-ci, suivant son axe un champ $H_\varphi = \frac{2Ni}{a} \sin \varphi$, a étant le rayon du fil (fig. 4). Ce champ longitudinal donne lieu à un dégagement de chaleur calculable par (7) en remplaçant H_l par H_φ

$$W_\varphi = \frac{\pi \gamma \omega^2 r^4}{8} \frac{4 N^2 i^2}{a^2} \sin^2 \varphi. \quad (9)$$

Son rapport avec le second terme de (2) est

$$\frac{2 N^2 i^2}{a^2 H^2} \sin^2 \varphi,$$

(5) Nous négligerons θ pour les applications.

soit, en remplaçant $\frac{i^2}{H^2}$ par sa valeur (3) :

$$W_{\varphi} = \frac{2}{\alpha^2} \frac{\alpha D^3}{4 \eta L} \sin^2 \varphi. \quad (10)$$

Comme $\alpha^2 > Nr^2$, W_{φ} est supérieur à $\frac{1}{Nr^2} \frac{\alpha D^3}{4 \eta L} 2N \sin^2 \varphi$ c'est-à-dire au carré de la condition (u) multiplié par $2N \sin^2 \varphi$. On peut donc admettre que W_{φ} est certainement négligeable.

2° Nous avons admis que l'intensité i était constante le long de l'enroulement. Ceci conduit à considérer les phénomènes d'ondes stationnaires auxquels la capacité résiduelle de la bobine peut donner naissance.

Supposons la bobine fermée sur une capacité Γ dans un circuit résonant. La force électromotrice induite dans l'enroulement produit des ondes qui se propagent dans les fils et se réfléchissent partiellement à la discontinuité du condensateur. Il en résulte un système d'ondes stationnaires presque parfait en raison du peu d'énergie dépensée.

A la résonance tant que Γ est assez grand la longueur d'onde λ_0 le long de l'axe de la bobine est grande devant la demi-longueur du fil Φ et le calcul montre que l'intensité est sensiblement constante le long du fil jusqu'à ses extrémités. Si Γ diminue, la fréquence de résonance augmente, λ_0 diminue et tend vers Φ et le courant i subit des variations sinusoïdales le long du conducteur. Il décroît considérablement aux extrémités de l'enroulement, et présente un ventre en son milieu. Si nous désignons par C la capacité propre de la bobine aussi faible que possible et supposée rejetée à ses extrémités, la nécessité de maintenir l'intensité constante le long de l'enroulement conduit donc à l'utiliser sur des fréquences très différentes de sa fréquence propre

$$f_0 = \frac{1}{2\pi \sqrt{LC}}.$$

En appelant Γ la capacité en circuit, la condition de bonne résonance sera donc $\Gamma > C$.

Remarques sur la capacité répartie C .

La capacité répartie doit être aussi faible que possible. Une capacité trop élevée limite en effet inférieurement la bande de longueur d'onde recevable avec la bobine et un condensateur donné Γ . Elle se traduit d'autre part par des pertes d'énergie, c'est-à-dire par une augmentation de la résistance R_f , donc aussi de l'amortissement.

Pour des raisons d'encombrement, les enroulements sont réalisés en plusieurs couches bobinées de différentes manières. Souvent les bobinages sont en sens inverse d'une couche à l'autre : la tension entre spires correspondantes est donc constante ce qui diminue les pertes. D'ailleurs un intervalle

d'air d'autant plus faible que la fréquence est plus basse sépare spires et couches ⁽⁶⁾.

En assimilant les couches d'un tel enroulement aux armatures de condensateurs cylindriques coaxiaux montés en cascade on obtient comme ordre de grandeur de la capacité propre

$$C = \frac{1}{2} \frac{l}{e \tau} D.$$

D : diamètre moyen de l'enroulement;

l : longueur axiale;

e : épaisseur de l'enroulement;

τ : rapport de l'épaisseur totale de l'isolant (air compris) à l'épaisseur totale de l'enroulement.

En particulier si l'épaisseur de l'isolant séparant deux couches égale le diamètre du fil : $\tau = \frac{1}{2}$; et pour une gorge carrée : $l = e$. Donc C est de l'ordre de grandeur du diamètre moyen D exprimé en centimètres. En U. E. M. C est de l'ordre de grandeur de

$$\frac{1}{v^2} D. \quad (11)$$

Il y a donc intérêt à employer des bobines de faible diamètre moyen si l'on désire diminuer la capacité répartie. De plus l'étalement extérieur du champ de la bobine est moins grand avec un petit diamètre. On diminue également C en cloisonnant la bobine en sections ou galettes montées en cascade et enroulées suivant le principe exposé plus haut. Un calcul très simple donne alors pour la capacité répartie la valeur

$$C = \frac{1}{v^2} \frac{D}{4} \frac{e}{l \tau'} \text{ U. E. M.},$$

où τ' est la fraction de longueur axiale totale l occupée par le diélectrique.

En particulier pour $\tau' = \frac{1}{2}$,

$$C = \frac{1}{v^2} \frac{D}{2} \frac{e}{l} \text{ U. E. M.} \quad (7)$$

Si l est assez grand devant e la capacité C est donc plus petite que dans l'enroulement par couches. Pour une gorge carrée

$$C = \frac{1}{v^2} \frac{D}{2} \text{ U. E. M.},$$

valeur comparable à (11).

Avec le cloisonnement, seules les galettes extrêmes prennent une charge électrique importante sous l'influence des galettes voisines, tandis que les charges intérieures se neutralisent deux à deux. La capacité propre de la bobine est donc pour sa

⁽⁶⁾ En basse fréquence les pertes sont plus faibles et l'intervalle d'air peut être supprimé.

⁽⁷⁾ La capacité radiale des galettes est négligeable.

plus grande part rejetée aux extrémités de l'enroulement. Cependant si la subdivision en sections n'est pas assez poussée, l'existence de capacités le long de l'axe risque de créer dans chaque cloisonnement des déphasages du courant uniforme qui circule dans l'enroulement.

Lorsque le coefficient de self est assez élevé ($L > 2 mH$), la technique moderne des bobinages utilise des enroulements dits « massés » dont la capacité propre est d'autant plus faible que les spires qui voisinent dans le bobinage ont un numéro d'ordre très différent. En observant cette règle, on a été conduit à la meilleure disposition possible qui est celle du nid d'abeilles (honeycomb coil) dans laquelle les spires chevauchent l'une sur l'autre et sont décalées suivant des éléments d'hélice orientés successivement de gauche à droite et de droite à gauche. Il en résulte donc un croisement des fils des couches voisines et une séparation des spires parallèles par une distance au moins égale au diamètre du fil.

Ainsi les liaisons haute et moyenne fréquence des lampes amplificatrices sont constituées de petits nids d'abeilles de trois centimètres environ de diamètre moyen. Par contre pour les ondes courtes, on utilise les enroulements cylindriques à une seule couche à spires jointives ou écartées.

En conclusion de ces remarques nous pouvons dire que la valeur $C = \frac{1}{v^2} D$ U. E. M. représente l'ordre de grandeur de la limite supérieure de la capacité répartie si le bobinage n'est pas compact ou s'il est réalisé sous forme de nid d'abeilles.

La condition de bonne résonance s'écrit donc

$$\Gamma \gg \frac{1}{9} \cdot 10^{-20} D.$$

On pourra prendre par exemple

$$\Gamma = k D \quad \text{avec} \quad k = 10^{-20}. \quad (12)$$

Applications. — Différentes variables qui sont l'encombrement, la fréquence, la self, la puissance, le volume du métal, le facteur de surtension interviennent dans la technique pour fixer les dimensions et le mode d'enroulement d'une bobine.

Nous allons étudier quelques exemples.

Supposons que la bobine soit insérée dans un circuit de capacité Γ bien déterminée destiné à émettre une longueur d'onde λ . Toutes corrections faites pour tenir compte des fils extérieurs à la bobine, la self est fixée par la relation $L = \frac{1}{\Gamma \omega^2}$.

1° On se donne D (à partir de l'encombrement par exemple). On a

$$R_F = \frac{L}{\beta r^2} \left[\frac{1}{\gamma N n} + \frac{\pi^2 \eta \beta \omega^2 r^6}{\alpha D^2} \gamma N n \right].$$

Cette expression présente un minimum $\mathcal{R}$ pour

$$\gamma^2 N^2 n^2 = \frac{\alpha D^2}{\pi^2 \eta \beta \omega^2 r^6},$$

soit

$$\gamma N n = \frac{D}{\pi \omega r^3} \sqrt{\frac{\alpha}{\eta \beta}}. \quad (13)$$

Comme

$$L = \beta n^2 D \quad \text{et} \quad R_0 = \frac{n D}{\gamma N r^2} = n^2 \pi r \omega \sqrt{\frac{\eta \beta}{\alpha}},$$

on en déduit

$$\mathcal{R} = \frac{2 L \pi \omega r}{\beta D} \sqrt{\frac{\eta \beta}{\alpha}} = 2 n^2 \pi r \omega \sqrt{\frac{\eta \beta}{\alpha}}.$$

Donc

$$\mathcal{R} = 2 R_0 = \frac{2 L \pi \omega r}{D} \sqrt{\frac{\eta}{\beta \alpha}}. \quad (14)$$

La résistance minima en haute fréquence est double de la résistance en courant continu.

L étant fixé, il y a donc intérêt à utiliser un fil fin ($2r$ petit) enroulé sur une bobine de grand diamètre moyen D .

De plus le facteur de forme est $\sqrt{\frac{\eta}{\beta \alpha}}$. Or on a

$$\alpha = \frac{e l}{D^2}, \quad \beta = \frac{\pi^2 D}{l},$$

et physiquement il est logique de prendre pour valeur approchée de η , rapport des énergies la valeur $\frac{e}{D}$.

Dans ces conditions le facteur de forme est sensiblement indépendant de la forme de la bobine et égal à $\frac{1}{\pi}$. C'est bien ce qui est vérifié par l'expérience, du moins pour des gorges à section rectangulaire (*).

On en déduit la résistance optima

$$\mathcal{R} = \frac{2 L r \omega}{D}, \quad (15)$$

valeur remarquable indépendante de la conductibilité, donc de la nature du métal.

Pour l'optima, l'égalité (13) donne le nombre de brins par fil

$$N = \frac{D^{\frac{3}{2}}}{\pi \omega \gamma r^3} \sqrt{\frac{\alpha}{\eta L}} \quad (16)$$

et la section

$$s = \pi N r^2 = \frac{D^{\frac{3}{2}}}{r \omega \gamma} \sqrt{\frac{\alpha}{\eta L}}. \quad (17)$$

Remarquons aussi que la condition (11) d'uniformité

(*) Avec une gorge circulaire : $\beta = \frac{\pi^2 D}{2 R}$, $\alpha = \frac{\pi R^2}{D^2}$, $\gamma = \frac{2 R}{D}$ (en première approximation). Donc le facteur de forme vaudrait $\frac{2}{\pi} \left(\frac{1}{\pi} \right)^{\frac{1}{2}}$ qui est voisin de $\frac{1}{\pi}$.

mité du champ qui exige que la quantité

$$\frac{1}{Nr} \sqrt{\frac{\alpha D^3}{4\eta L}}$$

soit très petite donne avec (6) :

$$(11) \quad \sqrt{\frac{\eta L}{\alpha}} \frac{\pi \omega \gamma r^3}{r D^2} \sqrt{\frac{\alpha D^3}{4\eta L}} = \frac{\pi \omega \gamma r^2}{2} \ll 1.$$

Il faut donc pour que la condition (11) soit réalisée, que l'on ait

$$r \ll \frac{1}{\sqrt{2\pi\omega\gamma}}.$$

Cette inégalité exprime que l'épaisseur de peau $\varepsilon = (2\pi\omega\gamma)^{-\frac{1}{2}}$ est supérieure au rayon du brin. Autrement dit la condition nécessaire et suffisante d'uniformité du champ pour la résistance optima est celle de pénétration complète du courant dans chaque brin.

Cette conclusion est en accord avec notre hypothèse initiale.

Application numérique. — Considérons une bobine faisant partie d'un circuit destiné à émettre une longueur d'onde $\lambda = 100$ m, la capacité Γ totale étant $7.10^{-5} \mu F$. On en déduit $\omega = 6\pi.10^6$ et

$$L = \frac{10^{-1}}{7.36\pi^2} H = \frac{10^8}{7.36\pi^2} \text{ U. E. M.}$$

Supposons l'enroulement réalisé en fil de cuivre isolé de diamètre $2r = \frac{1}{125}$ cm et de conductibilité

$$\gamma = \frac{1}{2} \cdot 10^{-3} \text{ U. E. M.}$$

Soit $D = 4$ cm le diamètre moyen d'enroulement, ce qui correspond à une valeur courante. La résistance optima aura pour valeur

$$\mathcal{R} = \frac{2rL\omega}{D} = 1,5 \omega.$$

Le nombre de brins par fil donné par

$$N = \frac{D^{\frac{3}{2}}}{\pi \omega \gamma r^3} \sqrt{\frac{\alpha}{\eta L}}$$

avec

$$\frac{\alpha}{\eta} = \frac{l}{D} = \frac{1}{4} \quad (\text{rapport usuel}),$$

sera tous calculs faits $N = 10$ et la section du fil

$$s = N\pi r^2 = 0,05 \text{ mm}^2.$$

L'épaisseur de peau est

$$\varepsilon = (2\pi\omega\gamma)^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{2,42} > \frac{1}{2,50}.$$

La condition d'uniformité est donc satisfaite.

Cependant l'expérience et la théorie montrent qu'au-dessous de 100 m voire même 200 m, le bobinage à fil divisé est plus résistant qu'avec un fil plein de même diamètre. Cela tient à ce que les pertes dans l'isolant qui entoure chaque brin deviennent trop importantes pour des fréquences supérieures à 2 000 ou 3 000 kc.

Prenons un autre exemple

$$\lambda = 300 \text{ m}, \quad \Gamma = 1,5 \cdot 10^{-4} \mu F.$$

D'où

$$L = \frac{10^{-2}}{6\pi^2} H = \frac{10^7}{6\pi^2} \text{ U. E. M.}$$

Avec $2r = \frac{1}{100}$ on déduit par les formules précédentes

$$\mathcal{R} = 2,65 \omega. \quad N = 7,5 \quad \left(\text{pour } \frac{z}{\gamma} = \frac{l}{D} = \frac{1}{4} \right)$$

et

$$s = 0,06 \text{ mm}^2.$$

La condition d'uniformité $r < \varepsilon$ est évidemment satisfaite.

J'ai dressé ci-dessous un tableau qui pour une gamme de longueur d'onde variant de 200 m à 20 000 m. donne les valeurs de $\mathcal{R}$ de N et de s pour $\frac{l}{D} = 4, 2, 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}$. (Tableau I) ⁽⁹⁾. Les résultats obtenus par ce calcul sont en excellent accord avec ceux qui sont donnés par les constructeurs pour des enroulements du type « soigné » réalisés par exemple en nid d'abeilles (self-mignonnette) et utilisés universellement à l'heure actuelle.

Au dessus de 300 m. les valeurs de $\mathcal{R}$ obtenues avec du fil divisé sont toujours inférieures à celles correspondant au même bobinage réalisé en fil plein. Remarquons enfin qu'un accroissement du diamètre D (lorsque cela est possible) produit toujours une diminution de $\mathcal{R}$.

Remarque. — Pour diminuer la capacité répartie il y a intérêt à ce que le volume occupé par le métal $\pi^2 r^2 n N D$ soit petit par rapport au volume de la gorge qui le contient $\pi \alpha D^3$ c'est-à-dire à ce que le rapport

$$\delta = \frac{\pi r^2 N n}{\alpha D^2}$$

soit petit. A l'optimum on a

$$N n = \frac{1}{\gamma} \frac{D}{\pi \omega r^3} \sqrt{\frac{\alpha}{\eta \beta}}.$$

Donc

$$\delta = \frac{1}{\omega \gamma r D} \sqrt{\frac{1}{\alpha \eta \beta}}. \quad (18)$$

Avec

$$\alpha = \frac{el}{D^2}, \quad \beta = \frac{\pi^2 D}{l}, \quad \eta = \frac{e}{D},$$

⁽⁹⁾ Les valeurs de Γ et de L indiquées dans le tableau correspondent à des circuits normaux de réception.

on obtient

$$\delta = \frac{1}{\pi \omega \gamma r D} \frac{D}{e}.$$

En supposant $\frac{D}{e} = 4$ (ordre de grandeur assez fréquent) la valeur de δ s'écrit finalement

$$\delta = \frac{4}{\pi \omega \gamma r D}.$$

Cette quantité devant être inférieure à l'unité ($\omega \gamma$ étant donné) il en résulte une limite inférieure du produit rD au-dessous de laquelle le bobinage devient compact et par conséquent de forte capacité répartie car le coefficient k de la formule $C = kD$ est alors supérieur à $\frac{1}{v^2}$.

TABLEAU I.

$d = 2r$.	r (m)	Γ (mμF).	L (mH).	α_{ω} . $D = 4$ cm.	$\frac{l}{D} = 4$.		$\frac{l}{D} = 2$.		$\frac{l}{D} = 1$.		$\frac{l}{D} = \frac{1}{2}$.		$\frac{l}{D} = \frac{1}{4}$.		$\frac{l}{D} = \frac{1}{8}$.	
					N.	s (mm ²).	N.	s (mm ²).	N.	s (mm ²).	N.	s (mm ²).	N.	s (mm ²).	N.	s (mm ²).
$\frac{1}{125} \dots$	100	$7 \cdot 10^{-2}$	0,039	1,5	41	0,2	29	0,14	20	0,1	14	0,07	10	0,05	7	0,03
$\frac{1}{100} \dots$	200	0,11	0,11	2,4	27	0,2	19	0,15	13,5	0,1	9,5	0,07	6,7	0,05	4,7	0,04
» ...	300	0,15	0,167	2,65	31	0,24	22	0,17	15,5	0,12	11	0,09	7,5	0,06	5,5	0,04
» ...	600	0,23	0,438	3,45	38	0,30	27	0,21	19	0,15	13,5	0,11	9,5	0,07	6,7	0,05
» ...	1 000	0,3	0,934	4,62	43	0,34	30	0,24	21,5	0,17	15	0,12	10,7	0,08	7,6	0,06
» ...	3 000	0,64	4,201	6,62	62	0,46	44	0,34	31	0,23	22	0,17	15,5	0,12	11	0,09
» ...	6 000	1	10,13	7,95	80	0,63	56	0,44	40	0,32	28	0,22	20	0,16	14	0,11
» ...	10 000	1,5	18,68	8,85	99	0,77	70	0,54	49,5	0,39	35	0,27	28,7	0,19	17,5	0,14
$D = 6$ cm.																
» ...	15 000	2	31,51	6,63	208	1,6	148	1,16	104	0,80	74	0,58	52	0,40	37	0,29
» ...	20 000	2,4	46,66	7,35	228	1,76	160	1,24	114	0,88	80	0,62	57	0,44	40	0,31

Comme la valeur maxima de r est fixée par la condition de pénétration on en déduit donc une limite inférieure de D . Et les considérations d'encombrement, la nécessité d'éviter l'étalement du champ magnétique extérieur de la bobine, la possibilité de réaliser de fortes amplifications ont conduit la technique à l'adoption de petits diamètres moyens malgré l'augmentation corrélatrice de la résistance optima.

Exemples. — Sur l'onde de 20 000 m avec $D = 6$ cm on obtient

$$\delta = 0,88.$$

L'espacement des spires est tout juste suffisant. Sur 15 000 m avec $D = 6$ cm on a $\delta = 0,67$, ce qui permet un bobinage à faible capacité répartie. D'ailleurs au-dessous de 15 000 m on peut employer un diamètre plus faible. Par exemple pour

$$\lambda = 10 000 \text{ m}, \quad D = 4 \text{ cm} : \delta = 0,67.$$

Pour des fréquences croissantes δ est évidemment de plus en plus faible : sur l'onde de 300 m avec $D = 4$ cm ou $D = 2$ cm on a

$$\delta = 0,02 \quad \text{ou} \quad \delta = 0,04,$$

les enroulements peuvent être très satisfaisants.

2° La valeur de la self étant toujours donnée, ainsi que le rayon du brin, supposons qu'au lieu du diamètre moyen D on se fixe le volume du métal $V = \pi^2 r^2 nND$. Il s'agit de déterminer la

bobine qui utilise le mieux son métal pour une self et un volume donnés.

Transportons la valeur $D = \frac{V}{\pi^2 r^2 nN}$ dans la formule générale de la résistance (5). On obtient

$$R_F = \frac{L}{\beta r^2} \left[\frac{1}{\gamma N n} + \frac{\pi^6 r^{10} \eta \beta \gamma \omega^2 N^3 n^3}{2 V^2} \right]$$

dont le minimum a lieu pour

$$Nn = \sqrt{\frac{V}{\pi^3 r^5 \gamma \omega}} \left(\frac{\alpha}{3 \eta \beta} \right)^{\frac{1}{4}}.$$

La résistance optima est alors

$$\mathcal{R} = \frac{L}{\left(\frac{\gamma V}{\pi^3 r \omega} \right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{\alpha \beta^3}{\eta} \right)^{\frac{1}{4}} \frac{4}{3^{\frac{3}{4}}}} \neq \frac{7}{4} \frac{L}{\left(\frac{\gamma V}{\pi^3 r \omega} \right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{\alpha \beta^3}{\eta} \right)^{\frac{1}{4}}}. \quad (19)$$

D'autre part

$$R_0 = \frac{nD}{\gamma N r^2} = \frac{L}{\beta \gamma r^2 nN},$$

qui en tenant compte de Nn à l'optima donne

$$R_0 = \frac{L}{\left(\frac{\gamma V}{\pi^3 r \omega} \right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{\alpha \beta^3}{3 \eta} \right)^{\frac{1}{4}}}.$$

Donc

$$\mathcal{R} = \frac{4}{3} R_0.$$

$\mathcal{R}$ est donc plus voisin de la valeur ohmique R_0 que

dans le cas précédent où l'on s'était fixé le diamètre moyen.

En prenant D comme variable au lieu de Nn on aboutit au même résultat : la résistance R_F passe par un minimum $\mathcal{R}$ lorsqu'elle est égale aux $\frac{4}{3}$ de la résistance ohmique. Très sensiblement on a

$$\mathcal{R} = \frac{7}{4} L \pi^{\frac{3}{2}} \left(\frac{\omega r}{\gamma \Gamma} \right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{\eta}{\beta^3 \alpha} \right)^{\frac{1}{4}}. \quad (20)$$

Le facteur de forme $\left(\frac{\eta}{\beta^3 \alpha} \right)^{\frac{1}{4}}$ n'est plus approximativement indépendant de la forme de la bobine comme dans le cas précédent. En remplaçant α, β, η par leurs valeurs il s'écrit $\left(\frac{1}{\pi^3} \frac{l}{D} \right)^{\frac{1}{2}}$.

D'où

$$\mathcal{R} \approx \frac{7}{4} L \left(\frac{\omega r}{\gamma \Gamma} \frac{l}{D} \right)^{\frac{1}{2}}. \quad (21)$$

De plus l'influence du diamètre moyen sur la valeur de $\mathcal{R}$ est moins importante ($D^{-\frac{1}{2}}$ au lieu de D^{-1}). Par contre, la longueur de la bobine joue un rôle important. A première vue il y a intérêt à rendre le rapport $\frac{l}{D}$ aussi petit que possible. Cependant l ne doit pas descendre à une valeur trop faible afin que la définition de $\sqrt{H^2}$ soit toujours valable.

L'étude se poursuit comme dans le premier cas. En particulier à l'optima

$$N \approx \frac{3}{4} \left(\frac{DV}{L \pi^2 r^3 \gamma \omega} \right) \quad (22)$$

et

$$s = \pi N r^2 \approx \frac{3}{4} \left(\frac{DV}{L r \gamma \omega} \right)^{\frac{1}{2}}. \quad (23)$$

Dans l'ensemble, cette condition conduit donc à l'adoption d'une forme de bobine moins massive que dans le premier cas.

3° Comme dernière application envisageons le cas d'un circuit d'accord formé d'une self L et d'une capacité Γ en dérivation. A la résonance on a $\Gamma = \frac{1}{L \omega^2}$. Supposons que ce circuit reçoive une puissance W . A la résonance, son impédance est $Z = \frac{L^2 \omega^2}{R_F}$ et si E est la différence de potentiel qui apparaît aux extrémités de la bobine, on a

$$W = E^2 \frac{R_F}{L^2 \omega^2}.$$

Pour une puissance donnée, E sera d'autant plus grand que $\frac{R_F}{L^2 \omega^2}$ est petit. D'autre part nous avons vu que l'on pouvait poser $\Gamma = k D$. D'où

$$L = \frac{1}{k D \omega^2}.$$

Le problème revient donc à chercher le minimum de l'expression

$$\theta = \frac{R_F}{L^2 \omega^2} = \frac{k}{\beta^3 r^2} \left[\frac{D}{\gamma N n} + \frac{\pi^2 \eta \beta \omega^2 r^6}{\alpha D} \gamma N n \right] \quad (24)$$

qui a lieu pour

$$\gamma N n = \frac{D}{\pi \omega r^3} \sqrt{\frac{\alpha}{\eta \beta}}.$$

La valeur de θ est alors

$$\theta = 2 k \pi \omega r \sqrt{\frac{\eta}{\alpha \beta}}. \quad (25)$$

Avec nos précédentes conventions sur α, β, η , on tire

$$\theta = 2 k \omega r = 2 \Gamma \omega \frac{r}{D} \quad (10). \quad (26)$$

Comme dans le premier cas étudié, la valeur optima de θ s'obtient quand la résistance apparente est double de la résistance en courant continu. Le facteur

de forme $\sqrt{\frac{\eta}{\alpha \beta}}$ est le même.

Mais la relation $\Gamma = k D$ exige pour sa validité un enroulement peu compact. Cette condition conduit à des bobinages moins massifs que dans le premier cas.

Prenons l'exemple d'une bobine répondant aux caractéristiques suivantes :

$$\lambda = 200 \text{ m}, \quad \mathcal{R} = 0,96 \omega, \quad D = 10 \text{ cm},$$

$$L = 0,11 \text{ mH}, \quad 2r = \frac{1}{100} \text{ cm}.$$

On a

$$\frac{\mathcal{R}}{L^2 \omega^2} = 0,85 \cdot 10^{-13}.$$

D'autre part à l'optima

$$\theta = 2 k \omega r = 2 \cdot 10^{-20} 3 \pi \cdot 10^6 \frac{1}{200} = 0,94 \cdot 10^{-15}.$$

Le rapport $\tau = \frac{\mathcal{R}}{L^2 \omega^2} \frac{1}{\theta} \approx 0,95$ est excellent.

Par contre, un bobinage pour grandes ondes $\lambda = 20000 \text{ m}$ avec,

$$\mathcal{R} = 4,22 \omega, \quad D = 10 \text{ cm},$$

$$L = 46,66 \text{ mH}, \quad 2r = \frac{1}{100} \text{ cm}$$

donne

$$\frac{\mathcal{R}}{L^2 \omega^2} = 21 \cdot 10^{-17} \quad \text{et} \quad \theta = 0,94 \cdot 10^{-17}.$$

D'où

$$\tau = 22.$$

En modifiant l'enroulement de façon que $\frac{\mathcal{R}}{L^2 \omega^2}$ soit environ vingt-deux fois plus faible, la différence

(10) Les dimensions de la bobine interviennent par l'intermédiaire du facteur k .

de potentiel disponible aux extrémités de l'enroulement (pour une même puissance) sera $\sqrt{22} = 4,69$ fois plus grande.

J'ai dressé un tableau donnant les valeurs de τ pour des bobines de diamètre $D = 10$ cm et $D = 4$ cm dont la résistance est celle correspondant à l'optima (deux fois la résistance ohmique) et pour des longueurs d'onde comprises entre 200 m et 20 000 m (Tableau II). On voit que τ est d'autant plus faible que la fréquence est plus élevée et que le diamètre moyen est plus grand, c'est-à-dire la bobine *moins compacte*. Il faudra donc agir dans ce sens sur le mode d'enroulement si l'on veut recueillir la différence de potentiel maxima pour une puissance donnée dans le circuit oscillant.

TABLEAU II.

λ (m).	$\frac{\mathcal{R}_{10}}{L^2 \omega^2}$	$\frac{\mathcal{R}_4}{L^2 \omega^2}$	θ	τ_{10}	τ_4
200	$0,89 \cdot 10^{-11}$	$2,22 \cdot 10^{-15}$	$0,94 \cdot 10^{-15}$	0,95	2,36
300	$0,91 \cdot 10^{-11}$	$2,275 \cdot 10^{-15}$	$0,63 \cdot 10^{-15}$	1,4	3,5
600	$0,73 \cdot 10^{-11}$	$1,825 \cdot 10^{-15}$	$0,31 \cdot 10^{-15}$	2,3	5,75
1 000	$0,6 \cdot 10^{-11}$	$1,5 \cdot 10^{-15}$	$0,18 \cdot 10^{-15}$	3,33	8,32
6 000	$0,31 \cdot 10^{-16}$	$0,775 \cdot 10^{-16}$	$0,63 \cdot 10^{-16}$	4,9	12,25
15 000	$1,7 \cdot 10^{-16}$	$4,25 \cdot 10^{-16}$	$0,12 \cdot 10^{-16}$	14	35
20 000	$21 \cdot 10^{-17}$	$52,5 \cdot 10^{-16}$	$0,94 \cdot 10^{-17}$	22	55

Conclusion. — Notre étude nous a conduit à une formule très simple donnant la résistance en haute fréquence

$$R_F = R_0 \left[1 + \frac{\eta \beta}{\alpha} \left(\frac{\pi}{D} r^3 \omega \gamma n N \right)^2 \left(1 + \frac{1}{9} \sin^2 \theta \right) \right],$$

et pour de petits angles

$$R_F = R_0 \left[1 + \frac{\eta \beta}{\alpha} \left(\frac{\pi}{D} r^3 \omega \gamma n N \right)^2 \right].$$

Ces formules sont plus maniables que celles de Butterworth et d'Austin et donnent des résultats comparables.

Nous avons vu qu'à chaque cas d'utilisation correspond une résistance optima $\mathcal{R}$ et une forme particulière de bobine, toutes deux en parfait accord avec les résultats expérimentaux obtenus par la technique des bobinages.

Il n'existe donc pas de forme idéale pour une bobine. Cette forme dépend des conditions d'utilisation : encombrement, puissance, self-induction, facteur de surtension etc.

D'une façon générale, pour les solénoïdes à une couche, on choisit le rapport $\frac{l}{D}$ compris entre 0,4 et 1 si possible voisin de 0,4. Pour une galette plate à une couche, on prend souvent $\frac{e}{D} = \frac{1}{4}$. Pour des selfs plus élevées, bobinées en solénoïdes à plusieurs couches, on prend en général les proportions suivantes ⁽¹¹⁾

$$\frac{e}{D} = \frac{1}{4} \quad \text{avec} \quad \frac{l}{D} = \frac{1}{8}$$

ou

$$\frac{e}{D} = 0,4 \quad \text{avec} \quad \frac{l}{D} = 0,1$$

ou

$$\frac{e}{D} = 0,15 \quad \text{avec} \quad \frac{l}{D} = 0,2.$$

Remarquons aussi qu'au-dessus de 3 000 kc, le fil plein devient préférable au fil divisé, même « très divisé ». En effet, les pertes dans le diélectrique qui isole chaque brin, deviennent importantes. Il existe une fréquence critique au-dessus de laquelle un fil plein de même section offre moins de résistance qu'un fil divisé. Rogowski donne comme valeur critique de la fréquence

$$f = \frac{3,405}{N^{\frac{1}{2}} \beta_0 r^2}$$

(N nombre de brins, r rayon du brin, $\rho = 60$ à la température ordinaire et $\beta = 3,54 \frac{r}{D} \frac{N^{\frac{1}{2}}}{0}$, θ étant l'angle d'enroulement).

Cette formule correspond sensiblement à la réalité.

C'est la raison pour laquelle la partie haute fréquence des blocs d'accord est constituée par un petit solénoïde en fil plein.

⁽¹¹⁾ Ce sont les dimensions employées dans la construction des selfs pour appareils de mesure, ou dans les selfs étalons.

Manuscrit reçu le 6 avril 1949.

BIBLIOGRAPHIE.

- [1] LANGEVIN P. — Le champ électrique et le champ magnétique. *Cours du Collège de France*, 1936.
- [2] SOMMERFELD. — *Annalen der Physik und Chemie*, 1904, 3, 673.
- [3] MAXWELL J. C. — Traité d'électricité et de magnétisme, 2.
- [4] COLOMBANI A. — Étude sur les courants de Foucault, *Journal de Physique*, novembre 1948, 9, série VIII.
- [5] MESNY R. — Radioélectricité générale, 1.
- [6] BOUASSE. — Oscillations électriques (Delagrave).
- [7] BUNER P. — Solénoïdes, écrans et transformateurs (Baillière).
- [8] SCHELKUNOFF. — Electro-Magnetic Waves (D. Van Nostrand Company).
- [9] BUTTERWORTH S. — *Experimental Wireless*, 3, 1926.
- [10] AUSTIN B. B. — *The Wireless Engineer*, 11 janvier 1934.