



HAL
open science

Ondes planes et ondes sphériques dans les problèmes optiques avec mouvement relatif. Cas d'un miroir mobile illuminé par un faisceau convergent

M. Risco

► **To cite this version:**

M. Risco. Ondes planes et ondes sphériques dans les problèmes optiques avec mouvement relatif. Cas d'un miroir mobile illuminé par un faisceau convergent. *Journal de Physique et le Radium*, 1949, 10 (4), pp.128-131. 10.1051/jphysrad:01949001004012800 . jpa-00234160

HAL Id: jpa-00234160

<https://hal.science/jpa-00234160>

Submitted on 4 Feb 2008

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

**ONDES PLANES ET ONDES SPHÉRIQUES
DANS LES PROBLÈMES OPTIQUES AVEC MOUVEMENT RELATIF.
CAS D'UN MIROIR MOBILE ILLUMINÉ PAR UN FAISCEAU CONVERGENT**

Par M. RISCO.

Sommaire. — Étude de la réflexion d'un faisceau convergent sur un miroir en mouvement. Le critérium de simultanéité conduit à associer au miroir plan et mobile un miroir virtuel fixe et de forme hyperbolique dont la source occupe un des foyers et cela permet de suivre plus aisément l'évolution du phénomène.

En soumettant à une transformation de Lorentz la phase

$$\Phi = 2\pi\nu \left(t - \frac{\alpha x + \beta y + \gamma z}{c} \right)$$

d'une onde lumineuse plane, si l'on choisit convenablement le nouveau référentiel $X'Y'$, toute une série de problèmes de l'Optique des corps en mouvement deviennent des problèmes de l'Optique des corps en repos. Il ne reste, dans chaque cas, qu'à traduire au référentiel primitif, au moyen de la transformation relativiste inverse, le résultat obtenu.

C'est une méthode qui a même été employée, avec interposition d'un milieu réfringent, pour déduire le coefficient d'entraînement des ondes lumineuses dans l'expérience de Zeeman avec une lame solide en mouvement; cas qui n'exige que l'emploi de termes de premier ordre en $\beta = \frac{v}{c}$.

Une condition préalable est évidemment nécessaire pour pouvoir appliquer le procédé en question : il ne doit y avoir aucune différence de vitesse entre les organes matériels du dispositif expérimental. L'expérience de Fizeau sur l'entraînement de la lumière par un courant liquide n'est pas réductible, par exemple, à l'Optique ordinaire des corps en repos, car si l'on essaye d'immobiliser le milieu réfringent au moyen d'un référentiel emporté par le courant, les faces terminales de la cuve se mettent par ce fait en mouvement. Nous nous trouverions ainsi en présence d'un milieu transparent qui, bien qu'ayant toutes ses particules ou éléments constitutifs au repos, serait limité nonobstant par des surfaces planes en mouvement. Le fait que deux termes dispersifs différents apparaissent, l'un dans l'expé-

rience de Zeeman, l'autre dans celle de Fizeau, ne dépend au fond que de la diversité de comportement des faces terminales (1).

Parmi les phénomènes dans le vide, on étudie en particulier, par la méthode que nous avons rappelée, la réflexion d'un faisceau parallèle sur un miroir plan et mobile (2). Considérant celui-ci orienté normalement à l'axe des X et animé d'une vitesse v dirigée vers les abscisses positives, on arrive aux formules suivantes qui donnent, en fonction de la fréquence ν_0 et de l'angle θ_0 d'incidence, la fréquence ν du rayon réfléchi et l'angle θ qu'il forme avec la direction positive de l'axe des X :

$$\nu = \nu_0 (a^2 + b^2 - 2ab \cos \theta_0) = \frac{\nu_0}{a^2 + b^2 - 2ab \cos \theta_0}, \quad (1)$$

$$\sin \theta = \frac{\sin \theta_0}{a^2 + b^2 - 2ab \cos \theta_0}, \quad (2)$$

$$\cos \theta = -\frac{(a^2 + b^2) \cos \theta_0 - 2ab}{a^2 + b^2 - 2ab \cos \theta_0}, \quad (3)$$

a et b désignant les valeurs, si souvent utilisées,

$$a = \frac{c}{\sqrt{c^2 - v^2}}, \quad b = \frac{v}{\sqrt{c^2 - v^2}}. \quad (4)$$

Soulignons que la formule (2) se prête à une représentation géométrique intéressante. Si l'on

(1) Une étude d'ensemble sur les expériences d'entraînement a été récemment publiée par F. ZERNIKE, The convection of light under various circumstances with special reference to Zeeman's experiments. *Physica*, 1947, **13**, p. 279.

(2) Voir par exemple : R. BECKER, Théorie des électrons, Félix Alcan, 1938, p. 347.

porte à partir d'une même droite, mais autour de deux pôles différents, les angles θ et θ_0 , on obtient une hyperbole, ou plutôt une de ses branches si l'on tient aussi compte de (3). Pour une distance déterminée des pôles, la valeur constante de la différence entre les rayons vecteurs est égale à ladite séparation multipliée par le rapport $\frac{v}{c}$ de la vitesse du miroir à celle de la lumière.

La courbe en question doit donc jouer un rôle important dans la cinématique du phénomène, et comme ce rôle correspondrait spécifiquement aux formules (2) et (3), sans la moindre intervention de la formule (1) qui donne la fréquence, nous avons pensé qu'il serait utile d'éclaircir le sujet. Nous allons voir que l'on retrouve l'hyperbole — mais cette fois avec une signification physique concrète — en étudiant, par application du concept einsteinien de la simultanéité, la réflexion d'une onde sphérique sur le miroir mobile.

Réflexion d'un faisceau convergent sur un miroir en mouvement. — Nous avons rappelé, il y a un moment, l'impossibilité de traduire l'expérience de Fizeau à l'Optique des corps en repos. C'est réellement un cas d'exception dans les études en lumière parallèle.

Bien au contraire, pour les phénomènes en lumière convergente il faut toujours renoncer d'avance à toute possibilité de ramener à l'Optique ordinaire, par n'importe quelle méthode, les problèmes où intervient un mouvement relatif, car il subsistera toujours, lors du changement de référentiel, une différence de vitesse entre la source matérielle et l'appareil utilisé. On peut dire qu'un problème de l'Optique des corps en mouvement n'est transformable en un problème de l'Optique des corps en repos que dans la mesure — et c'est le cas des phénomènes en lumière parallèle — où il n'est pas nécessaire de prendre en considération la source.

Cette impossibilité d'établir pour les faisceaux convergents une méthode générale, oblige à traiter chaque question concrète au moyen de ressources appropriées. Le procédé qui va être suivi pour l'étude de la réflexion sur les miroirs mobiles conduit successivement et de manière indépendante aux formules qui expriment la fréquence et la direction du rayon réfléchi.

On arrive, d'autre part, à des représentations et constructions graphiques qui peuvent être utiles.

a. Vitesse de l'image. — Supposons que la source ponctuelle, de fréquence ν_0 , soit placée à l'origine O de coordonnées d'un référentiel XY. Le miroir plan, dont la surface est perpendiculaire à l'axe des X, se meut le long de cet axe avec une vitesse v .

Dans un référentiel qui se déplace avec cette vitesse, par rapport auquel le miroir est au repos,

le point-source, que nous appellerons maintenant O', sera animé d'une vitesse $-v$ et émettra un faisceau de rayons dans lequel, comme conséquence de l'effet Doppler, la longueur d'onde change avec l'inclinaison.

L'image ponctuelle correspondante O', par raison de symétrie, aura la même fréquence propre ν_0 que la source et se déplacera avec une vitesse $+v$ par rapport aux nouveaux axes.

Pour traduire ce résultat au système XY, il suffira de composer, par application de la formule relativiste, la vitesse $+v$ de O' avec celle $-v$ du référentiel XY. On obtient ainsi finalement comme vitesse de l'image O• produite par le miroir mobile

$$v^* = \frac{v - (-v)}{1 + \frac{v^2}{c^2}} = \frac{2c^2 v}{c^2 + v^2}. \quad (5)$$

C'est-à-dire qu'il faut assigner à l'image ponctuelle une vitesse de phase

$$\frac{c^2}{v^*} = \frac{1}{2} \left(v + \frac{c^2}{v} \right)$$

qui est la moyenne arithmétique de deux vitesses de nature différente : la vitesse ordinaire du miroir et la vitesse de phase correspondante à ses points matériels en mouvement.

b. Fréquence. — Considérant les rayons réfléchis comme émis par le point-image O• pendant son mouvement, on peut directement écrire la formule

$$\nu = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \frac{\nu_0}{1 - \frac{v^*}{c} \cos \theta} \quad (6)$$

qui donne la fréquence pour toute valeur de l'angle de réflexion θ , mesuré en partant de la direction positive de l'axe des abscisses.

Cette équation (6) peut se mettre sous la forme (1) car, selon (5),

$$a^2 + b^2 = \frac{c}{\sqrt{c^2 - v^2}}, \quad \nu ab = \frac{v^*}{\sqrt{c^2 - v^2}}. \quad (7)$$

c. Direction du rayon réfléchi. — Pour trouver les directions de réflexion il suffit de déterminer, par application du principe de la constance de la vitesse de la lumière, la distribution dans l'espace, ou dans le plan de la figure, des points d'incidence où se rencontrent sur le miroir en mouvement deux ondes de front : l'une émise par la source ponctuelle et l'autre, en un moment adéquat, par son image mobile.

Limitons-nous à considérer l'onde qui part à l'instant $t = 0$ du point lumineux, situé à l'origine O du référentiel XY, et supposons que le miroir mobile

ait au même moment (*fig. 1*) l'abscisse $x = l$. Dans le référentiel $X'Y'$ propre du miroir, celui-ci aura comme abscisse invariable

$$x' = \frac{c}{\sqrt{c^2 - v^2}} l = al$$

et l'onde surnommée se traduira par une autre centrée en O' et émise à l'instant $t' = 0$.

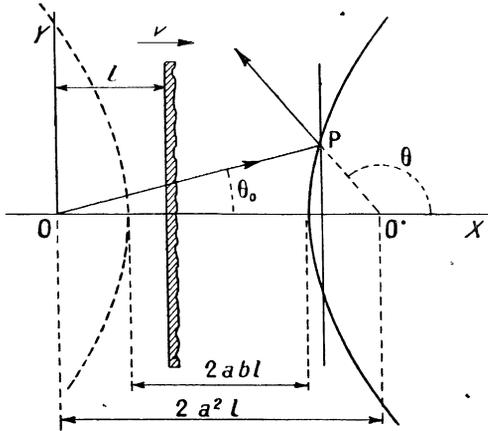


Fig. 1.

C'est-à-dire que la correspondance d'onde à onde de celles qui partent à l'origine des temps des origines des coordonnées, transforme le problème, exclusivement dans cette étape, en un problème de l'Optique des corps en repos. Le miroir reproduit symétriquement le mouvement de l'onde, et c'est ainsi qu'en particulier la source virtuelle de l'onde réfléchie se caractérisera par les valeurs

$$x' = 2al, \quad t' = 0.$$

Cela correspond dans le système XY à un centre instantané d'émission O' qui a pour coordonnées d'espace et de temps

$$x = 2a^2l, \quad t = 2\frac{ab}{c}l. \quad (8)$$

Maintenant, si dans le référentiel $X'Y'$ il est évident que les ondes de front, incidente et réfléchie, se coupent pendant leur propagation selon une circonférence qui se meut en décrivant le plan même du miroir, dans l'autre référentiel par rapport auquel le miroir est mobile, la rencontre successive des ondes se fait, comme nous allons voir, sur une circonférence qui décrit par son évolution une des nappes d'un hyperboloïde.

Nous limitant à opérer dans le plan de la figure, soit h' l'ordonnée d'un point appartenant au miroir. L'arrivée simultanée de la lumière incidente et réfléchie constitue un événement composé qui a pour

coordonnées

$$x' = al, \quad y' = h', \quad t' = \frac{1}{c}\sqrt{a^2l^2 + h'^2}$$

et qui se correspond dans le référentiel XY avec l'événement

$$x = a^2l + b\sqrt{a^2l^2 + h'^2}, \quad (9)$$

$$y = h', \quad (10)$$

$$t = \frac{a}{c}\sqrt{a^2l^2 + h'^2} + \frac{ab}{c}l. \quad (11)$$

L'élimination de h' entre les deux premières de ces équations conduit immédiatement à l'une des branches

$$x = a^2l + b\sqrt{a^2l^2 + y^2} \quad (12)$$

d'une hyperbole de demi-axes $A = abl$, $B = al$ et qui a comme foyers le point lumineux O et son image instantanée O' , d'abscisse $x = 2a^2l$ (formules 8). Une telle branche représente (*fig. 1*) le lieu géométrique des points où arrivent successivement sur le miroir mobile les différentes zones de l'onde émise par la source à l'instant zéro. Pendant son mouvement, le plan du miroir, coupant la courbe, détermine à chaque moment les points où l'incidence est effective.

On pourrait dire en somme que le procédé s'appuie en une sorte de *dédoublement* dans la représentation du plan du miroir lors du changement de référentiel : en tant que plan matériel, il conserve naturellement sa forme, devenant simplement mobile; mais si on le considère comme composé de points ayant la propriété — chacun pour sa part — d'être touchés simultanément par l'onde incidente et par l'onde réfléchie, le plan du miroir est traduit par la branche hyperbolique en question, fixe par rapport au nouveau système d'axes. Chaque trajectoire lumineuse s'obtiendra donc en traçant deux rayons vecteurs correspondants de la courbe, tels que OP , $O'P$. La réflexion se produit à l'instant, défini par la formule (11), du passage du miroir par le point P .

Si maintenant ρ_0 , θ_0 d'une part, ρ , θ de l'autre, sont les coordonnées polaires de P , mesurées toujours à partir de l'axe des X , mais en employant successivement comme pôles chacun des foyers de l'hyperbole, nous pourrions écrire

$$\rho_0 - \rho = 2abl, \quad \frac{\rho_0}{\rho} = \frac{\sin \theta}{\sin \theta_0}$$

et il suffit d'éliminer ρ_0 et ρ entre ces équations et l'équation (12), mise sous la forme

$$\rho_0 \cos \theta_0 = a^2l + b\sqrt{a^2l^2 + \rho_0^2 \sin^2 \theta_0},$$

pour obtenir les formules (2) et (3),

$$\sin \theta = \frac{\sin \theta_0}{a^2 + b^2 - 2ab \cos \theta_0},$$

$$\cos \theta = -\frac{(a^2 + b^2) \cos \theta_0 - 2ab}{a^2 + b^2 - 2ab \cos \theta_0}$$

qui donnent la direction de réflexion pour toute valeur de l'angle θ_0 d'incidence. Les coefficients qui interviennent dans ces expressions ont été calculés ci-dessus — formules (7) — en fonction de la vitesse v^* de l'image, et l'on peut en conséquence aussi écrire

$$\sin \theta = \sqrt{1 - \frac{v^{*2}}{c^2}} \frac{\sin \theta_0}{1 - \frac{v^*}{c} \cos \theta_0}, \quad (13)$$

$$\cos \theta = - \frac{\cos \theta_0 - \frac{v^*}{c}}{1 - \frac{v^*}{c} \cos \theta_0}, \quad (14)$$

équations à adjoindre à (6).

En résumé, la méthode employée mène directement à une représentation géométrique qui consiste dans le remplacement virtuel du miroir plan et mobile par un autre miroir fixe, de forme hyperbolique, sur lequel — laissant de côté le changement de fréquence — la réflexion se produit selon la loi ordinaire de Descartes. On peut donc suivre très aisément sur la figure toutes les modalités du phénomène. Nous représentons par un trait continu la branche hyperbolique qui correspond au cas d'un miroir s'éloignant de la source; la branche en pointillé s'utiliserait pour un miroir qui s'approche.

d. Incidences remarquables. — Dans le premier de ces deux cas il y a un angle $\theta_{0,L}$ (fig. 2) qui sert de limite aux incidences possibles. C'est l'angle défini par l'inclinaison des asymptotes par rapport à l'axe :

$$\sin \theta_{0,L} = \frac{1}{a} = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}, \quad \cos \theta_{0,L} = \frac{b}{a} = \frac{v}{c}$$

en tenant compte du sens de propagation. Quand l'angle $\theta_{0,L}$ est dépassé, le rayon incident n'atteint plus le miroir car la composante $c \cos \theta_{0,L}$ de la vitesse de la lumière selon sa normale est alors inférieure à la vitesse v du miroir.

Un autre angle remarquable d'incidence est celui $\theta_{0,R}$ pour lequel le rayon réfléchi est rasant. Comme cela correspond au passage du miroir par

le foyer O^* , il suffit d'utiliser le point Q de la figure pour obtenir

$$\sin \theta_{0,R} = \frac{1}{a^2 + b^2} = \frac{1 - \frac{v^2}{c^2}}{1 + \frac{v^2}{c^2}},$$

$$\cos \theta_{0,R} = \frac{2ab}{a^2 + b^2} = \frac{2 \frac{v}{c}}{1 + \frac{v^2}{c^2}}.$$

Pour des incidences comprises entre celles que nous

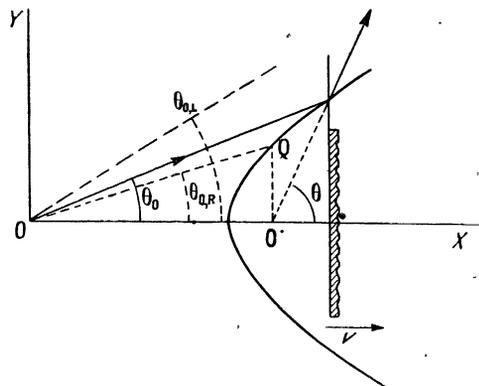


Fig. 2.

venons de souligner, c'est-à-dire pour des valeurs de θ_0 limitées par

$$\theta_{0,L} > \theta_0 > \theta_{0,R},$$

ses rayons réfléchis font avec la normale, orientée comme il est usuel vers les X négatifs, des angles supérieurs à 90° . Si la vitesse de la lumière réfléchie a bien dans ce cas une composante positive selon l'axe des X , on peut constater, au moyen de la formule (3) que cette composante est inférieure à la vitesse du miroir. La surface de celui-ci ne se laisse donc pas traverser par l'énergie incidente, qui ne fait que changer de direction, se propageant toujours dans le même milieu.