La loi d'approche en a : H et une nouvelle théorie de la dureté magnétique

Louis Néel

► To cite this version:

Louis Néel. La loi d'approche en a : H et une nouvelle théorie de la dureté magnétique. J. Phys. Radium, 1948, 9 (5), pp.184-192. 10.1051/jphysrad:0194800905018400 . jpa-00234116

HAL Id: jpa-00234116

<https://hal.science/jpa-00234116>

Submitted on 1 Jan 1948

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

LA LOI D'APPROCHE EN $\alpha : H$ ET UNE NOUVELLE THÉORIE DE LA DURETÉ MAGNÉTIQUE ⁽¹⁾

Par M. LOUIS NÉEL.

Université de Grenoble, Laboratoire d'Électrostatique et de Physique du Métal.

Sommaire. — P. Weiss a trouvé expérimentalement que dans les champs très forts, supérieurs à 1000 oersteds, l'aimantation $\mathcal{J}$ des ferromagnétiques tendait vers la saturation $\mathcal{J}_s$ selon la formule

$$\mathcal{J} = \mathcal{J}_s \left(1 - \frac{\alpha}{H} \right).$$

Le coefficient α a reçu le nom de dureté magnétique. Après avoir passé en revue les différents résultats expérimentaux acquis à ce sujet, l'auteur montre qu'aucune interprétation satisfaisante de l'existence de ce terme en $\alpha : H$ n'a été donnée jusqu'ici. Il propose de l'attribuer à la présence de cavités ou d'inclusions non magnétiques, noyées dans le ferromagnétique, et il expose les résultats d'expériences nouvelles de M. Lorin sur des échantillons de fer poreux obtenus par frittage : la dureté en est d'autant plus grande que le volume relatif occupé par les cavités est plus grand.

L'auteur développe alors une méthode nouvelle de calcul qui permet de déterminer rigoureusement la loi d'approche en fonction du volume des cavités. Cette loi est complexe : dans les champs très forts, supérieurs à 100 000 oersteds, l'approche est en $1 : H^2$, mais dans le domaine accessible expérimentalement qui est compris entre 2000 et 10 000 oersteds, l'approche est approximativement en $1 : H$, conformément aux résultats expérimentaux. On rend compte ainsi quantitativement des résultats de Lorin.

Sur les mêmes bases, on interprète qualitativement la grande dureté magnétique des alliages à plusieurs phases, qui est alors due à la ségrégation de la phase non magnétique, ainsi que celle des solutions solides non homogènes. Les variations thermiques positives observées par Sadron sont également expliquées. Le rôle que les cavités et les inclusions non magnétiques jouent ici à l'égard de la loi d'approche est à rapprocher de leur rôle dans les théories récentes du champ coercitif et montre leur importance dans la théorie du ferromagnétisme.

I. Introduction.

1. Approche à la saturation; dureté magnétique. — *Définitions.* — On sait que l'aimantation $\mathcal{J}$ d'un corps ferromagnétique, soumis à un champ magnétique H de plus en plus intense, tend vers une limite $\mathcal{J}_s$ qu'on appelle la *saturation relative*, à la température considérée. P. Weiss a montré [1] que, dans des champs suffisamment forts, l'approche à la saturation s'exprimait par la loi suivante :

$$\mathcal{J} = \mathcal{J}_s \left(1 - \frac{\alpha}{H} \right); \quad (1)$$

l'usage s'est établi d'appeler α le coefficient de dureté ou plus simplement la *dureté magnétique*. La forme en $\frac{1}{H}$ de cette loi d'approche a été confirmée, d'une part, par les travaux de Weiss et Forrer [2], Peschard [3], Sadron [4], Fallot [5], [6], à Strasbourg, d'autre part, par Steinhaus, Kussmann et Schoen [7] par une méthode toute différente à la Physikalisch-

Technischen Reichsanstalt. Elle a été cependant contestée par Czerlinski [8] mais les expériences de cet auteur ne sauraient être concluantes comme effectuées dans des champs trop faibles.

Dureté magnétique des métaux. — La dureté des substances pures appartenant au système cubique est généralement inférieure à 10. Elle varie beaucoup d'un échantillon à l'autre : c'est ainsi que celle du fer s'échelonne [2], [7] de 2,5 à 8 tandis que celle du nickel [9], [2] de 0,3 à 20. On remarque [7] que la dureté ne paraît pas liée au champ coercitif mais qu'elle croît avec la quantité des impuretés : d'une manière générale, elle est d'autant plus petite que la substance est plus pure et mieux recuite.

La dureté des substances qui n'appartiennent pas au système cubique est considérablement plus élevée : on a trouvé [2] 255 pour le ferrobore, 460 pour la cémentite, plus de 1000 pour le cobalt. La magnétite est à cet égard particulièrement instructive car elle présente à 120° K un point de transformation au-dessus duquel elle est cubique avec $\alpha = 17$. Au-dessous, la symétrie devient moindre et corrélativement la dureté prend la valeur $\alpha = 160$, le moment atomique restant inchangé.

Dureté des alliages. — Dans les alliages, il faut distinguer deux cas : dans les solutions solides, la

(1) Les travaux expérimentaux et théoriques qui font l'objet de ce travail ont été poursuivis et achevés pendant l'occupation. La parution en a été retardée par suite de difficultés matérielles. Devant les retards d'impression qui s'annonçaient déjà en 1945, une brève note a été publiée sur le même sujet (C. R. Acad. Sc., 1945, 220, p. 738).

dureté est faible, comparable à celle des métaux purs. Au contraire, comme l'a montré Fallot [6], après étude des alliages de fer avec les métaux de la mine du platine, les alliages à plusieurs phases sont caractérisés par une grande dureté magnétique : α dépasse généralement plusieurs centaines.

Variation thermique de la dureté. — Cette variation thermique n'a été le plus souvent étudiée qu'entre la température ambiante et celle de l'air liquide. Dans cet intervalle, d'après les observations de Weiss et Forrer [2] confirmées par celles de Polley [9] sur le nickel, la dureté du fer et du nickel est indépendante de la température.

D'après Sadron [4] et Fallot [5], la dureté des solutions solides à base de fer est également indépendante de la température, sauf celle des solutions riches en aluminium, en chrome ou en or, qui croît avec la température.

Enfin, d'après Sadron [4], la dureté des solutions solides à base de nickel croît avec la température d'autant plus vite que leur composition est plus voisine de la limite de solubilité; la dureté est souvent plusieurs fois plus grande à la température ordinaire qu'à la température de l'air liquide. Marian [10] a repris l'étude des alliages de nickel en les traitant thermiquement de manière à les rendre aussi homogènes que possible. On constate alors que la dureté diminue avec la température, quelle que soit la composition; elle est souvent deux fois plus faible à la température ambiante qu'à la température de l'air liquide. Ce sont donc, sans doute, les hétérogénéités qui provoquent l'augmentation de α avec la température.

2. Interprétations théoriques. — Dans les conceptions actuelles, les changements d'aimantation d'un polycristal, dans les champs moyens et forts, proviennent de la *rotation* de l'aimantation spontanée qui s'écarte des directions de facile aimantation, suivant lesquelles elle est maintenue par les forces magnéto-cristallines, pour s'aligner suivant la direction du champ appliqué. A ces forces magnéto-cristallines liées à la symétrie du réseau cristallin, s'ajoutent éventuellement d'autres forces directrices internes provenant des imperfections du réseau par exemple celles qui sont dues aux déformations. Or, P. Weiss [2] a depuis longtemps remarqué que, lorsque des forces internes retiennent le moment atomique suivant des directions différentes de celle du champ appliqué, l'approche à la saturation est nécessairement du second ordre en $\frac{1}{H}$:

$$\mathcal{J} = \mathcal{J}_s \left(1 - \frac{b}{H^2} \right). \quad (2)$$

Effectivement Akulov [11], Gans [12], Becker [13], ont trouvé que la loi d'approche théorique contre

les forces magnéto-cristallines était de la forme [2] et non pas de la forme [1].

Néanmoins, il ressort d'un mémoire plus récent de Brown [14] que certaines déformations dues à des « dislocations » du réseau donneraient lieu à une approche en $\frac{1}{H}$. Ces dislocations résultent de la diminution d'une unité (dislocations négatives) ou de l'augmentation d'une unité (dislocations positives) du nombre des atomes qui constituent les rangées successives du cristal. Ces déformations font apparaître, selon la théorie de Becker [13], des directions privilégiées d'aimantation et, pour en écarter l'aimantation, il faut dépenser une énergie proportionnelle à la contrainte élastique et à la constante λ de la magnétostriction. Le résultat de Brown est incompatible avec la remarque de Weiss. On peut d'ailleurs faire à son sujet le simple raisonnement suivant : l'énergie interne d'aimantation est mesurée par l'aire comprise entre la courbe d'aimantation et son asymptote; or, cette aire est infinie pour une approche en $\frac{1}{H}$ (2). Il faudrait donc dépenser une

énergie infinie pour aligner l'aimantation dans la direction du champ tandis qu'il n'y a en réalité à surmonter que les forces perturbatrices provenant des dislocations dont l'effet est forcément fini. Le résultat de Brown ne paraît donc pas admissible (3).

Si l'on rejette ainsi les interprétations qui prennent pour base l'existence de forces perturbatrices internes, il faut trouver autre chose : on peut par exemple songer au rôle de l'agitation thermique auquel ne s'applique évidemment pas la remarque de Weiss. On décompose alors la substance en domaines polyatomiques caractérisés chacun par un moment résultant M , de grandeur constante mais de direction variable; on applique alors la loi du paramagnétisme de Langevin à ces domaines, considérés comme des porteurs distincts de moment, et l'on obtient ainsi effectivement une loi d'approche de la forme (1), soit

$$\mathcal{J} = \mathcal{J}_s \left(1 - \frac{kT}{MH} \right), \quad (3)$$

où T est la température absolue et k la constante de Boltzmann. Mais rien ne permet d'autre part de confirmer l'existence d'une telle décomposition,

(2) A une constante près, cette aire vaut $\int_0^\infty \frac{\alpha \mathcal{J}}{H} dH$.

(3) Le résultat de Brown tient sans doute à ce que, pour éviter la difficulté du déplacement fini produit à l'infini par une dislocation isolée, il a associé les dislocations en *doublets*, constitués d'une dislocation positive et d'une dislocation négative. Il s'introduit alors par contre, à l'origine du doublet, une singularité qui provoque l'apparition du terme en $\frac{1}{H}$, quand on intègre comme l'a fait l'auteur, jusqu'à l'origine du doublet : il faut au contraire s'arrêter à une certaine distance de celle-ci qui soit de l'ordre de grandeur de la distance des deux composantes du doublet.

entièrement inventée pour les besoins de la cause; en outre, cette théorie fournit une forte augmentation de α avec la température, incompatible avec la plupart des résultats expérimentaux.

Enfin Forrer [2] a proposé d'attribuer l'approche en $\frac{1}{H}$ à une déformation intra-atomique du moment sous l'influence du champ appliqué mais l'extrême variabilité de la dureté suivant la proportion des impuretés et la nature des traitements thermiques interdit toute interprétation de ce genre.

Devant l'impossibilité de trouver une interprétation raisonnable, il est légitime de se demander si la loi [1] est rigoureuse. Or elle n'a été vérifiée avec précision que jusqu'à 10 000 œersteds; au delà, les corrections dues aux images magnétiques rendent les mesures illusoires. D'autre part, les couples directeurs dus à un champ de 10 000 œersteds sont certainement faibles vis-à-vis des couples perturbateurs; par exemple vis-à-vis de ceux qui règnent au voisinage des dislocations: donc en ces points l'aimantation spontanée n'est pas du tout dirigée dans le voisinage du champ appliqué et nous ne sommes pas encore dans des conditions où la loi d'approche limite du second ordre, en $\frac{1}{H^2}$, puisse

être valable. *La loi expérimentale d'approche en $\frac{1}{H}$ ne doit donc être qu'une loi approchée se transformant progressivement dans les champs forts (20 000 à 50 000 œersteds) en une loi en $\frac{1}{H^2}$.* Il paraît malheureusement extrêmement difficile de faire des mesures précises dans ce domaine de champs.

3. Le rôle des cavités. — Il est à peine besoin de faire remarquer combien cette nouvelle position de la question complique la besogne du théoricien: il ne s'agit plus de trouver la réelle loi d'approche dans des champs très grands, ce qui est toujours relativement facile, mais de débrouiller les phénomènes dans un domaine intermédiaire où le champ appliqué n'est jamais ni très grand, ni très petit, devant les perturbations. Devant ces difficultés, il paraîtrait préférable d'aborder le problème par la voie expérimentale mais, malheureusement, nous ne savons pas fabriquer de substances présentant des déformations internes, irrégulièrement réparties et d'intensité moyenne connue.

Cependant, en dehors des perturbations dues aux déformations, il en existe d'autres, d'origine banale, dont l'importance a complètement échappé jusqu'ici: ce sont celles qui sont dues à la présence de simples *cavités* ou d'inclusions non magnétiques situées à l'intérieur de la substance, sans aucune déformation. Les champs magnétiques intérieurs, créés par les charges magnétiques fictives réparties sur les parois des cavités, jouent le rôle de champs perturbateurs. Or il est facile de fabriquer des substances contenant

une proportion donnée de cavités irrégulièrement réparties et d'en étudier les propriétés magnétiques. Il est d'autre part relativement facile de faire la théorie du phénomène, d'où l'intérêt des expériences.

II. Approche à la saturation du fer poreux (Néel et Lorin).

4. Substances étudiées et dispositif expérimental. — Nous avons étudié des échantillons de fer poreux, de densités différentes, obtenus par frittage. Ils ont été préparés (4) à partir de poudres de fer obtenues, soit par réduction par l'hydrogène, soit par décomposition de fer carbonyle. Les échantillons, convenablement comprimés sous la forme de cylindres de 27 mm de diamètre et de 10 mm environ de hauteur, ont été ensuite recuits 1 h à 880° C dans l'hydrogène. Leur densité s'échelonne entre 4,92 et 7,19. Dans ces cylindres, on a taillé des ellipsoïdes de révolution de 10 mm de longueur et de 2 à 3 mm de diamètre dont le grand axe était parallèle à la direction de la compression (position V) ou perpendiculaire à celle-ci (position H).

Mesure du champ coercitif. — Elle a été faite par la méthode d'attraction, avec la balance de translation construite par L. Weil et décrite dans sa thèse [15]. On a trouvé des champs coercitifs compris entre 4 et 7 œersteds et ne marquant pas de dépendance appréciable avec la densité ou l'orientation.

Mesure de l'aimantation. — L'aimantation dans les champs moyens et forts a été déterminée par la méthode d'extraction de Weiss et Forrer [2], [16]; elle consiste « à extraire la substance d'un système de bobines placées dans le champ d'un électro-aimant et à mesurer son aimantation par l'élongation d'un galvanomètre balistique ». Nous avons utilisé l'appareil installé à Grenoble, sous la direction de M. Forrer. La précision, qui est de 2 à 3 pour 1000, est moins bonne qu'avec l'appareil de Strasbourg [2] car nous n'avons pu disposer que d'un petit électro-aimant Weiss avec pièces polaires de 9 cm de diamètre, obligeamment mis à notre disposition par M. Fortrat. L'extraction était faite suivant l'axe du champ, grâce à des pièces polaires creuses; cette disposition a l'avantage de rendre la correction d'images magnétiques beaucoup plus faible qu'avec une extraction perpendiculaire au champ: en fait, dans le domaine des champs utilisés (jusqu'à 10 000 œersteds), cette correction était négligeable.

On a toujours eu soin d'opérer en se situant sur la branche descendante du cycle d'hystérésis de l'électro-

(4) Nous devons ces échantillons, préparés au Laboratoire Central des Industries mécaniques, à l'obligeance de son Directeur, M. l'Ingénieur général Nicolau et à celle de M. Girschig: nous sommes heureux de les remercier ici.

aimant. Le champ magnétique a été déterminé en fonction du courant par la méthode balistique. L'appareil a été étalonné au moyen d'un échantillon de fer massif pur.

Pour déterminer le coefficient N du champ démagnétisant, on a profité du fait que, dans les champs faibles, la courbe d'aimantation est pratiquement rectiligne avec une pente égale à $\frac{1}{N}$.

5. Résultats des mesures. — Quelques courbes d'aimantation sont reproduites sur la figure 1. Le

Fig. 1. — Courbes d'aimantation d'échantillons de fer fritté de différentes densités (cf. Tableau I).

fer est d'autant plus difficile à aimanter qu'il est plus poreux. Les courbes dépendent de l'orientation

Fig. 2. — Courbes d'aimantation dans des champs forts, représentées en fonction de $\frac{1}{H}$, de divers échantillons de fer fritté (cf. Tableau I)

de l'ellipsoïde par rapport à la direction de la compression (courbes 9 H et 9 V); il semble donc que la forme et la distribution des cavités ne soient

pas isotropes, ce qui n'a rien de surprenant. Pour préciser l'allure de l'approche à la saturation, nous avons également tracé quelques courbes de l'aimantation en fonction de $\frac{1}{H}$ (fig. 2). *A la précision des expériences, tout se passe comme s'il existait une loi d'approche en $\frac{1}{H}$ valable depuis une limite inférieure voisine de 2000 œrstedes jusqu'à 10 000 œrstedes* limite supérieure de nos mesures. Les coefficients a correspondants sont donnés dans le Tableau I pour les différents échantillons et les deux orientations choisies, ainsi que les densités d correspondantes.

Pour chaque densité, nous avons aussi reporté la valeur moyenne a_m de a , obtenue en affectant d'un poids 2 la valeur relative à l'échantillon taillé perpendiculairement à la compression et d'un poids 1 celle qui correspond à l'échantillon taillé dans le sens de la compression, puisque, parmi trois positions rectangulaires, il y a deux positions H pour une position V.

Le Tableau I donne également la valeur σ_s de l'aimantation à saturation, rapportée au gramme, obtenue par extrapolation en admettant la validité de la loi d'approche en $\frac{1}{H}$. On obtient des valeurs comprises entre 216 et 219, très voisines de la saturation du fer pur (217,8).

TABLEAU I.

Echantillon.	d .	σ_s .	a .	a_m .
5H.....	7,19	218,5	46	47
5V.....	»	218,5	49	
15H.....	6,75	218	115	110
15V.....	»	218	101	
3H.....	6,34	216	128	132
3V.....	»	216	141	
7V.....	6,12	217	145	146
7H.....	»	218	148	
1H.....	5,74	218	168	170
1V.....	»	217	172	
9H.....	4,92	217,5	242	280
9V.....	»	217,5	357	

III. Théorie de la loi d'approche d'une substance contenant des cavités irrégulièrement réparties.

6. Représentation analytique des irrégularités de l'aimantation spontanée. — Avant d'aborder la théorie de la loi d'approche d'une substance contenant des cavités, on traitera d'abord le cas d'une substance, supposée pour la simplicité taillée sous la forme d'une sphère de volume V , dont l'aimantation spontanée σ_s varie irrégulièrement d'un point à l'autre. On supposera essentiel-

lement que la substance est en moyenne isotrope et que la longueur d'onde moyenne de ses irrégularités est suffisamment petite pour qu'en centrant, autour d'un point O quelconque, un cube dont l'arête L soit suffisamment grande vis-à-vis de la longueur d'onde moyenne, tout en restant petite vis-à-vis du diamètre de la sphère, la valeur moyenne $\mathcal{J}_m$ de $\mathcal{J}_s$ à l'intérieur du cube soit pratiquement indépendante de la position du point O. D'une manière plus générale, la fraction de la substance qui est contenue à l'intérieur d'un tel cube constitue une image fidèle de la substance tout entière et possède pratiquement les mêmes propriétés qu'elle.

Choisissons alors un cube initial quelconque et des axes de coordonnées $Oxyz$ parallèles à ses arêtes. Considérons la substance fictive obtenue en remplissant complètement la sphère par les cubes déduits du cube initial par des translations parallèles aux arêtes et égales à des multiples de L . Cette substance fictive possède des propriétés pratiquement identiques à celles de la substance initiale et son aimantation spontanée est représentable par la série de Fourier

$$\mathcal{J}_s = \mathcal{J}_m + \sum i_{pqr} \exp \left\{ \frac{2i\pi}{L} (px + qy + rz) \right\}. \quad (4)$$

où le signe somme est étendu, ici comme dans tout ce qui va suivre, à toutes les valeurs entières positives ou négatives de p, q, r et où i_{000} est nul. Les coefficients i_{pqr} sont des quantités complexes définies par l'intégrale suivante étendue à toute la substance fictive contenue dans la sphère

$$i_{pqr} = \frac{1}{V} \int_V (\mathcal{J}_s - \mathcal{J}_m) \times \exp \left\{ - \frac{2i\pi}{L} (px + qy + rz) \right\} dx dy dz \quad (5)$$

Comme $\mathcal{J}_s$ est réel, en désignant par l'astérisque $\star$ la quantité complexe conjuguée, on a

$$i_{-p, -q, -r} = i_{pqr}^*. \quad (6)$$

Il est bien évident qu'en choisissant une autre position du cube initial, nous obtiendrions un autre développement (4), avec d'autres valeurs des coefficients i_{pqr} , mais correspondant aux mêmes propriétés moyennes. Il importe donc plutôt de connaître les valeurs probables des coefficients i_{pqr} pour une position quelconque du cube initial que leurs valeurs réelles pour une position donnée.

On peut montrer que la loi de probabilité qui détermine i_{pqr} ne dépend que de la seule variable $\rho = \sqrt{p^2 + q^2 + r^2}$. En effet, effectuons une rotation des axes de coordonnées de manière à amener le nouvel axe OX à être perpendiculaire au plan $px + qy + rz = 0$. L'équation (5) s'écrit

alors

$$i_{pqr} = \frac{1}{V} \int_V [\mathcal{J}_s(X, Y, Z) - \mathcal{J}_m] \times \exp \left\{ - \frac{2i\pi}{L} \rho \cdot X \right\} dx dy dz. \quad (7)$$

Comme, par hypothèse, la substance est isotrope en moyenne, le résultat de cette intégration ne dépend pas en moyenne de l'orientation de OX par rapport à la sphère : il ne dépend donc que de ρ . En particulier, la valeur moyenne du produit $i_{pqr} i_{pqr}^*$, qui est réelle et positive, ne dépend que de ρ ; on pourra donc poser simplement :

$$\overline{i_{pqr} i_{pqr}^*} = i_\rho^2. \quad (8)$$

Remarquons en outre que, d'après l'équation (5) la valeur moyenne de i_{pqr} est nulle :

$$\bar{i}_{pqr} = 0. \quad (9)$$

Ainsi, pour définir analytiquement d'une manière complète une distribution irrégulière d'aimantation spontanée, il faudrait en principe connaître les lois de probabilité donnant i_{pqr} en fonction de ρ . Fort heureusement, il existe un certain nombre de propriétés, et parmi elles l'approche à la saturation, qui ne dépendent que de la valeur S du carré moyen de la différence entre l'aimantation spontanée et sa valeur moyenne, ou, ce qui revient au même, de la valeur moyenne $\overline{\mathcal{J}_s^2}$ du carré de l'aimantation spontanée. On a en effet,

$$\overline{\mathcal{J}_s^2} = \mathcal{J}_m^2 + S. \quad (10)$$

Pour calculer $\overline{\mathcal{J}_s^2}$ nous élevons l'équation (4) au carré et en effectuant la moyenne par rapport à x, y, z , puis par rapport à toutes les positions possibles du cube initial, nous obtenons finalement, compte tenu des relations (6) et (8)

$$\overline{\mathcal{J}_s^2} = \mathcal{J}_m^2 + \sum i_\rho^2. \quad (11)$$

Comme le nombre des termes qui figurent sous le signe somme est très grand, on peut sans erreur sensible remplacer la somme par une intégrale, en remarquant qu'à un élément de volume unité de l'espace pqr correspond un et un seul terme de la somme. En outre, en effectuant le changement de variable :

$$r = \rho \cos \varphi, \quad p = \rho \sin \varphi \cos \theta, \quad q = \rho \sin \varphi \sin \theta, \\ dp dq dr = \rho^2 \sin \varphi d\varphi d\theta d\rho,$$

on obtient

$$S = \sum i_\rho^2 = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} i_\rho^2 dp dq dr \\ = 4\pi \int_0^\infty \rho^2 i_\rho^2 d\rho. \quad (12)$$

7. Calcul de la loi d'approche de la substance précédente. — Sous l'action d'un champ H , intense et parallèle à Oz, l'aimantation en chaque point devient voisine de Oz et ses projections sur les plans xOz et yOz ne font plus avec Oz que des angles α et β petits. En supposant de plus que les écarts de l'aimantation spontanée par rapport à sa valeur moyenne $\mathcal{J}_m$ restent toujours petits, on obtient finalement, au premier ordre près, pour les valeurs des projections $\mathcal{J}_x$, $\mathcal{J}_y$ et $\mathcal{J}_z$ de l'aimantation spontanée sur les trois axes

$$\begin{cases} \mathcal{J}_x = \alpha \mathcal{J}_m, & \mathcal{J}_y = \beta \mathcal{J}_m, \\ \mathcal{J}_z = \mathcal{J}_m + \sum i_{pqr} \exp \left\{ \frac{2i\pi}{L} (px + qy + rz) \right\}. \end{cases} \quad (13)$$

Il faut maintenant écrire qu'en chaque point l'aimantation spontanée est en équilibre sous l'action du champ magnétique total, des forces magnéto-cristallines et des forces d'échange de Heisenberg. Si nous supposons qu'il n'existe aucune corrélation entre l'orientation des cristallites et les variations locales de l'aimantation spontanée, considérées toutes deux comme des perturbations, on peut traiter ces deux phénomènes d'une manière indépendante : nous réserverons donc pour une étude ultérieure l'influence des forces magnétocristallines. Quant aux forces d'échange, elles sont négligeables tant que la longueur d'onde moyenne des perturbations reste grande vis-à-vis de l'épaisseur des parois de séparation entre les domaines élémentaires (0,1 micron), ce que nous supposons réalisé.

Finalement, il suffit d'écrire que l'aimantation spontanée est en équilibre sous l'action du champ total égal à la somme géométrique du champ appliqué H et du champ démagnétisant intérieur provenant de la non uniformité de l'aimantation et qui dérive d'un certain potentiel V . On a ainsi

$$\alpha H = -\frac{\partial V}{\partial x}, \quad \beta H = -\frac{\partial V}{\partial y}. \quad (14)$$

Le potentiel V satisfait à l'équation de Poisson

$$\Delta V + 4\pi m = 0$$

avec

$$m = -\operatorname{div} \mathcal{J} = -\frac{\partial \mathcal{J}_x}{\partial x} - \frac{\partial \mathcal{J}_y}{\partial y} - \frac{\partial \mathcal{J}_z}{\partial z},$$

ce qui donne

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} + \left(1 + \frac{4\pi \mathcal{J}_m}{H}\right) \left(\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2}\right) \\ = -\frac{8i\pi^2}{L} \sum i_{pqr} \exp \left\{ \frac{2i\pi}{L} (px + qy + rz) \right\}. \end{aligned} \quad (15)$$

Cette équation est satisfaite par un potentiel V de la forme

$$V = \sum i_{pqr} \exp \left\{ \frac{2i\pi}{L} (px + qy + rz) \right\}, \quad (16)$$

où les coefficients i_{pqr} sont donnés par la relation

$$i_{pqr} = \frac{2iLr}{r^2 + \alpha(p^2 + q^2)} i_{pqr} \quad (17)$$

dans laquelle on a posé, pour abréger l'écriture

$$\alpha = 1 + \frac{4\pi \mathcal{J}_m}{H}. \quad (18)$$

Le potentiel V ainsi déterminé, on en déduit α et β par les relations (14) et finalement la valeur $\mathcal{J}$ de l'aimantation suivant la direction du champ H par la formule

$$\mathcal{J} = \mathcal{J}_m \left(1 - \frac{\alpha^2 + \beta^2}{2}\right). \quad (20)$$

La valeur moyenne $\bar{\mathcal{J}}$ de cette composante, prise par rapport à xyz et à toutes les positions possibles du cube initial, s'écrit, tous calculs faits :

$$\bar{\mathcal{J}} = \mathcal{J}_m \left\{ 1 - \frac{8\pi^2}{H^2} \sum \frac{(p^2 + q^2)r^2}{[r^2 + \alpha(p^2 + q^2)]^2} i_{pqr}^2 \right\}. \quad (21)$$

Comme cela a été fait dans un cas analogue à la fin du paragraphe précédent on peut remplacer cette somme par une intégrale et en effectuant le même changement de variable, on a

$$\begin{aligned} \sum \frac{(p^2 + q^2)r^2}{[r^2 + \alpha(p^2 + q^2)]^2} i_{pqr}^2 \\ = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{(p^2 + q^2)r^2}{[r^2 + \alpha(p^2 + q^2)]^2} \\ \times i_{pqr}^2 dp dq dr = SM \end{aligned} \quad (22)$$

où S est le carré moyen, donné en (12), de l'écart entre l'aimantation spontanée et sa moyenne et M une quantité donnée par

$$M = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin^2 \varphi \cos^2 \varphi \sin \varphi d\varphi}{(\cos^2 \varphi + \alpha \sin^2 \varphi)^2} \quad (23)$$

et qu'une intégration facile permet d'expliciter

$$\begin{aligned} M = \frac{2\alpha + 1}{2\alpha(\alpha - 1)^2} \frac{\operatorname{argth} \varepsilon}{\varepsilon} - \frac{3}{2(\alpha - 1)^2} \left\{ \right. \\ \left. \text{avec } \varepsilon = \sqrt{\frac{\alpha - 1}{\alpha}} \right\} \end{aligned} \quad (24)$$

Finalement, la loi d'approche (21) est entièrement déterminée et ne dépend en dernière analyse que de la valeur de S . En utilisant la valeur de S donnée en (10), la loi d'approche prend la forme

$$\bar{\mathcal{J}} = \mathcal{J}_m \left[1 - \frac{1}{2} \frac{\bar{\mathcal{J}}^2 - \mathcal{J}_m^2}{\mathcal{J}_m^2} (\alpha - 1)^2 M \right], \quad (25)$$

qui est propre aux applications.

8. Application à une substance contenant des cavités. — Appliquons la formule précédente à un échantillon de fer contenant un grand nombre de cavités réparties d'une façon irrégulière mais isotrope,

constituant une sorte d'éponge. Désignons par v le volume occupé par les cavités, rapporté à 1 cm^3 , et par J_0 l'aimantation spontanée du fer pris à l'état massif. Par définition, on a

$$J_m = (1-v)J_0 \quad \text{et} \quad J_s^2 = (1-v)J_0^2 \quad (26)$$

et en substituant ces valeurs dans l'équation (25), on obtient comme loi d'approche

$$J = J_m \left[1 - \frac{v}{2(1-v)} (\alpha - 1)^2 M \right]. \quad (27)$$

Afin de confronter cette loi théorique avec les lois d'approches expérimentales relatives aux nombreux échantillons étudiés plus haut, corres-

pondant à des valeurs différentes de v , il est commode de représenter

$$J = \frac{J_m - J}{J_m} \frac{2(1-v)}{v}$$

en fonction de

$$x = \frac{4\pi J_m}{H} = \frac{4\pi J_0(1-v)}{H}.$$

D'après l'équation (27) y est une fonction de x , indépendante de v , donnée en représentation paramétrique par

$$y = (\alpha - 1)^2 M, \quad x = (\alpha - 1) \quad (28)$$

qui a été tracée en traits pleins sur la figure 3.

Fig. 3. — Approche à la saturation.

Comparaison des résultats de la théorie des cavités (courbe en trait plein) avec les points expérimentaux correspondant aux différents échantillons étudiés (coordonnées réduites).

Cette courbe présente un point d'inflexion de sorte que dans la région qui s'étend de $x = 0,4$ à $x = 4$ et qui correspond, pour les alliages denses, à des champs compris entre 50 000 et 5000 œersteds, la

loi d'approche est sensiblement en $\frac{1}{H}$. Ce n'est que dans des champs supérieurs à 100 000 œersteds que la loi d'approche devient en $\frac{1}{H^2}$.

Sur la même figure, nous avons reporté les points expérimentaux relatifs aux échantillons, de densités très différentes, déjà mentionnés dans le Tableau I. L'accord entre la théorie et l'expérience est excellent, surtout dans les champs forts. Dans les champs faibles, inférieurs à 1000 œersteds, l'aimantation observée est systématiquement inférieure à sa valeur théorique : il faut voir là, très vraisemblablement, l'influence des forces magnétocristallines qui ont été négligées dans la théorie précédente.

IV. Le rôle des cavités dans la loi d'approche des métaux et alliages.

9. Le caractère approché de la loi en $\frac{1}{H}$. —

En résumé, la théorie et l'expérience s'accordent pour montrer que des cavités, ou des inclusions non magnétiques, irrégulièrement réparties, provoquent l'apparition d'une loi d'approche qui est sensiblement en $\frac{1}{H}$, dans un domaine de champs magnétiques s'étendant de quelques milliers d'œersteds jusqu'à 50 000 œersteds. C'est précisément dans ce domaine qu'on a observé la loi en $\frac{1}{H}$ sur les substances habituelles.

Puisque les forces perturbatrices irrégulièrement distribuées provenant des champs démagnétisants internes donnent, dans un domaine convenable de champs, une loi approximative en $\frac{1}{H}$, il ne paraît pas impossible que des forces perturbatrices irrégulières d'une autre nature, telles que celles qui résultent des irrégularités de distribution des tensions internes, donnent aussi des lois d'approche approximatives en $\frac{1}{H}$, dans un domaine limité de champ.

D'une manière générale, il paraît donc légitime d'attribuer toute approche en $\frac{1}{H}$ à des forces perturbatrices internes irrégulières. Nous venons de citer deux exemples de telles forces; mais il y en a d'autres. C'est ainsi que, dans les corps non cubiques, les forces magnétocristallines, qui sont considérables tendent à orienter l'aimantation spontanée suivant une direction qui varie d'un grain monocristallin à l'autre; ces forces jouent le même rôle que des forces perturbatrices internes irrégulières et il faut leur attribuer la grande dureté magnétique du cobalt hexagonal, de la cémentite, etc.

10. Le rôle des cavités dans la dureté magnétique des substances ordinaires. — Les métaux et les alliages contiennent certainement de véritables cavités : on sait en effet que le forgeage en modifie la densité; il ne doit pas y en avoir beaucoup. Mais, à défaut de cavités, on peut remarquer que les

inclusions de substances non magnétiques ou moins magnétiques que la phase principale jouent exactement le même rôle ou un rôle analogue. Les aciers, par exemple, contiennent des proportions considérables de constituants non magnétiques ou moins magnétiques que la ferrite : austénite, cémentite, etc. Il suffit qu'en volume la proportion occupée par ces inclusions soit de l'ordre de 10 pour 100 pour obtenir ainsi une dureté de 100 qui est de l'ordre de celle des aciers. La grande dureté magnétique des alliages à plusieurs phases trouve également de cette manière une explication satisfaisante.

Il ne faut pas oublier cependant que dans certains cas, comme celui des aciers trempés, il existe également à l'intérieur de la substance des tensions internes qui contribuent pour leur part à augmenter la dureté.

11. Variation thermique de la dureté. — Dans l'état actuel de nos connaissances, il paraît difficile de séparer l'influence des tensions de celle des inclusions. La variation thermique de a donne à cet égard des indications intéressantes : en effet, *dans la théorie des cavités*, les forces dues au champ démagnétisant qui s'opposent à la saturation sont proportionnelles à l'aimantation spontanée; la variation thermique de a doit donc être parallèle à celle de l'aimantation spontanée. Il en résulte que pour le fer, au-dessous de la température ordinaire, la variation thermique d'une dureté provenant de cavités doit être pratiquement insensible, puisque la variation thermique de l'aimantation spontanée est négligeable.

Au contraire, *dans la théorie des tensions*, la dureté a varie à peu près comme les constantes de magnétostriction, puisque la variation thermique des constantes élastiques est comparativement faible. Or d'après Takaki [17], les constantes de la magnétostriction diminuent rapidement lorsque la température croît, de l'ordre de 4 pour 100 par degré au voisinage de la température ordinaire; on doit donc s'attendre dans ce cas à ce que la dureté a diminue rapidement lorsque la température s'élève. Comme la dureté magnétique du fer est indépendante de la température, il faudrait donc en conclure qu'elle est due plutôt à des inclusions qu'à des tensions.

Les alliages de nickel. — Toujours dans ce même ordre d'idées, la théorie des inclusions permet d'éclaircir les résultats de Sadron rappelés à la fin du paragraphe 1. Il s'agit là vraisemblablement de solutions solides peu homogènes, dont, par suite des fluctuations de concentration, les propriétés sont analogues à celles d'une phase principale très magnétique contenant une fraction notable d'une phase moins magnétique et par conséquent à point de Curie plus faible; les variations thermiques des aimantations spontanées de ces deux phases sont

schématiquement représentées sur la figure 4. Du point de vue de la loi d'approche, l'influence de ces inclusions moins magnétiques est, toutes choses égales d'ailleurs, d'autant plus accentuée que la différence des aimantations spontanées des deux phases est plus grande. Or, il ressort de la figure 4

Fig. 4. — La différence relative $\frac{AB}{AC}$, $\frac{A'B'}{A'C'}$, etc., des aimantations spontanées de deux corps dont les points de Curie sont voisins augmente à mesure que l'on se rapproche de la région des points de Curie.

que cette différence, qui est d'abord pratiquement indépendante de la température quand on est loin du point de Curie, croît ensuite d'autant plus rapidement qu'on se rapproche du point de Curie de la phase la moins magnétique; a doit donc croître de plus en plus rapidement avec la température. On s'explique ainsi que Sadron ait observé des augmentations thermiques de a d'autant plus accentuées que le point de Curie était plus voisin de la température ambiante. Pour les alliages homogènes de Marian, cet effet ne se produit pas. On s'explique

aussi que dans les solutions solides à base de fer cette variation thermique ne se produise pas : à cause de l'éloignement du point de Curie.

En résumé, dans les cas que nous venons d'examiner, l'étude de la variation thermique de a montre que la dureté provient plutôt de cavités et d'inclusions que de tensions internes.

12. Dureté magnétique et champ coercitif. —

Le rôle important que les cavités et les inclusions jouent dans l'approche à la saturation est à rapprocher du rôle que ces mêmes cavités et inclusions jouent à l'égard du champ coercitif. A ce sujet, on sait en effet que, pendant longtemps, on a cru que le champ coercitif provenait exclusivement de tensions internes irrégulièrement distribuées à l'intérieur de la substance [18]. Récemment cependant Kersten [19] et ensuite Néel [20] ont montré que les cavités et les inclusions pouvaient donner naissance à un champ coercitif considérable. Là aussi, il est très difficile de séparer l'influence des tensions de celle des inclusions. Il faut cependant noter des différences dans le rôle des cavités pour ces deux questions : tandis que, pour le champ coercitif, les cavités dont les dimensions sont de l'ordre du dixième de micron ont la plus grande influence et que les grandes cavités n'ont pas d'importance, pour la dureté au contraire elles présentent toutes deux la même importance.

Il semble ainsi qu'au point de vue de la structure des métaux et des alliages, l'étude comparée du champ coercitif et de la dureté magnétique puisse fournir des résultats intéressants, mais ce champ de recherches est encore à peine exploré.

Manuscrit reçu le 3 mars 1948.

BIBLIOGRAPHIE.

- [1] P. WEISS, *J. de Physique*, 1910, **9**, p. 373.
- [2] P. WEISS et R. FORRER, *Ann. de Physique*, 1929, **12**, p. 279.
- [3] PESCHARD, *Rev. de Métallurgie*, 1925, **22**, p. 490, 581 et 663.
- [4] C. SADRON, *Ann. de Physique*, 1932, **17**, p. 371.
- [5] FALLOT, *Ann. de Physique*, 1936, **6**, p. 305 et 1937, **7**, p. 420.
- [6] FALLOT, *Ann. de Physique* 1938, **10**, p. 291.
- [7] STEINHAUS, KUSSMANN et SCHEN, *Phys. Z.*, 1937, **38**, p. 777.
- [8] CZERLINSKI, *Ann. der Physik*, 1932, **13**, p. 80.
- [9] POLLEY, *Ann. der Physik*, 1939, **36**, p. 625.
- [10] MARIAN, *Ann. de Physique*, 1937, **7**, p. 459.
- [11] AKULOV, *Z. Physik*, 1931, **69**, p. 822.
- [12] GANS, *Ann. der Physik*, 1932, **15**, p. 28.
- [13] R. BECKER et W. DÖRING, *Ferromagnetismus* (Berlin, Springer, 1939).
- [14] W. F. BROWN Jr, *Phys. Rev.*, 1941, **60**, p. 139.
- [15] *Thèse Strasbourg*, 1941 (Grenoble, Allier, éd.).
- [16] P. WEISS et R. FORRER, *Ann. de Physique*, 1926, **5**, p. 153.
- [17] H. TAKAKI, *Z. Physik*, 1937, **105**, p. 92.
- [18] Cf. BECKER, *Ferromagnetismus (Loc. cit.)*, p. 203 et 213.
- [19] KERSTEN, *Physik Z.*, 1943, **44**, p. 63.
- [20] NÉEL, *Cahiers de Physique*, 1944, n° **25**, p. 21-44; *Annales Université de Grenoble*, 1946, **22**, p. 299-343.