MESURE DU MODULE D'YOUNG DES FILS ET FILMS PAR UNE MÉTHODE DYNAMIQUE

Par R. PINOIR et A. DUBOIS ⁽¹⁾.

Laboratoires de Recherches Kodak.

Sommaire. — Dans le cas des corps doués de caractères plastiques, les mesures de module élastique donnent des résultats différents, suivant qu'elles sont faites par une méthode statique ou une méthode dynamique. On a imaginé un dispositif, destiné aux mesures du second type, qui permet de mesurer la vitesse de propagation V d'une déformation élastique dans un fil ou un film, et par conséquent d'en déterminer le module d'Young par la formule $E = \frac{V^2}{\rho}$, ρ étant la masse spécifique. Le dispositif comprend :

1° Un oscillographe cathodique dont le spot, mis en mouvement au moment de la production de l'ébranlement à une extrémité du film, se déplace à une vitesse connue;

2° Un pick-up dont l'aiguille est à une distance connue de l'extrémité du film et qui, agissant verticalement sur le spot, indique l'instant où le début du train d'onde arrive au point considéré.

La méthode a été appliquée à différents films et fils. On a également déterminé pour beaucoup d'entre eux le module statique et comparé les résultats, en particulier sous la forme du rapport des deux valeurs.

Le module d'Young, ou module d'élasticité, caractérise l'allongement d'un barreau de la matière étudiée sous une force de tension connue : F étant la force; S , la section du barreau; L , sa longueur et ΔL , l'allongement, le module E est défini par l'équation

$$E = \frac{\frac{F}{S}}{\frac{\Delta L}{L}} = \frac{FL}{S\Delta L}.$$

Pour la plupart des corps, le module garde une valeur constante dans un certain intervalle de tensions et d'allongements.

Le module d'Young caractérise une propriété importante de la matière. En effet, d'une part, du point de vue pratique l'élasticité des corps c'est-à-dire leurs déformations sous l'action des efforts qui leur sont appliqués, joue souvent un grand rôle dans les applications et, d'autre part, du point de vue théorique, le module caractérise les forces intermoléculaires de la matière, forces qui constituent évidemment une propriété fondamentale de celle-ci.

Le module peut être mesuré par une méthode statique, en appliquant directement la définition précédente, c'est-à-dire en mesurant l'allongement d'un barreau de section constante sous l'action

d'une tension connue. Cependant, l'application de cette méthode rencontre des difficultés pour les corps qui sont doués d'une certaine plasticité; en effet, sous l'action de l'effort, il se produit non seulement un allongement élastique réversible, mais en même temps un écoulement plastique, en sorte que l'allongement mesuré pour une charge donnée dépend du temps écoulé depuis l'application de la force, et de la vitesse d'application de celle-ci.

Le module d'Young peut également être déterminé dynamiquement d'après la vitesse de propagation d'une déformation élastique dans le corps étudié. On démontre, en effet, que cette vitesse est reliée au module et à la masse spécifique par la relation

$$V = \sqrt{\frac{E}{D}}.$$

Même pour un corps parfaitement élastique, le module dynamique n'est pas absolument identique au module statique, parce que le premier correspond à des compressions et détentes adiabatiques, les phénomènes étant trop rapides pour que les équilibres thermiques puissent s'établir, tandis que le second correspond à un phénomène isotherme, puisque l'équilibre thermique est constamment réalisé. Cependant, en pratique, la différence est très faible.

Au contraire, pour les corps doués de plasticité, la différence est importante, car la mesure de la vitesse du son élimine complètement l'influence

⁽¹⁾ Communication N° 1170 des Laboratoires de Recherches Kodak.

de l'écoulement plastique. Les avantages de la méthode dynamique sont donc les suivants :

1° Elle donne des valeurs parfaitement définies du module, alors que la méthode statique donne des valeurs qui sont fonction du temps et de la tension;

2° Lorsque la matière est soumise en pratique à des efforts brusques, le module dynamique représente certainement mieux son comportement réel que le module statique;

3° La mesure est indépendante de la section de fil ou de film et, par conséquent, de ses irrégularités.

La mesure du module d'Young d'après la vitesse de propagation du son ou des ultrasons a été employée pour les métaux, en particulier par Florisson [1]. Mayer et Lotmar [2] ont essayé de l'appliquer aux films de cellulose, mais avec des moyens rudimentaires. J. W. Ballou et S. Silverman [3] ont décrit une méthode basée sur la détermination des nœuds et des ventres de vibration dans un fil ou film tendu, les vibrations étant produites par un vibreur à cristal excité par un oscillateur accordé. Cette méthode est délicate, car elle oblige à mesurer l'amplitude des vibrations; elle est lente, puisqu'il faut tracer point par point la courbe de variation de cette amplitude. Elle est, en outre, critiquable, car étant donné les conditions de réflexion des ondes, le régime stationnaire ne paraît pas parfaitement défini.

La méthode qui a été mise au point paraît plus simple, plus sûre et plus rapide.

Mesure de la vitesse de propagation d'une déformation élastique à l'aide d'un oscillographe cathodique. Principe. — Le principe de

Fig. 1.

la méthode employée est le suivant (fig. 1). Un fil ou un ruban étant fixé par une extrémité à une petite barre d'acier et tendu à l'autre extrémité par un poids connu, on produit, en frappant sur la barre d'acier, une série de déformations élastiques longitudinales qui se propagent le long du ruban et dont on mesure la vitesse de propagation. Pour

ce faire, on place la pointe d'un pick-up au contact du ruban, à une distance connue L de l'origine. Le passage du train de déformations élastiques se traduit dans le pick-up par une force électromotrice variable qui est amplifiée et appliquée aux plaques de déviation verticale d'un oscillographe.

On déclenche le déplacement horizontal du spot (ou balayage) au moment où le marteau frappe le barreau, c'est-à-dire au moment du départ du début du train d'ondes; le spot se déplace à partir de cet instant, suivant une ligne droite horizontale, jusqu'au moment où le front d'onde ayant atteint l'aiguille du pick-up, il commence à décrire la courbe qui correspond à la force électromotrice produite, signalant ainsi, par un coude brusque, l'arrivée de

Fig. 2.

l'ébranlement au point considéré (fig. 2). Connaissant la vitesse de balayage du spot et mesurant la distance du coude à l'origine, on en déduit le temps t écoulé entre le départ et l'arrivée du train d'ondes et, par suite, la vitesse de propagation $V = \frac{L}{t}$.

Si le mouvement du marteau est entretenu électriquement, le barreau d'acier est frappé plusieurs fois par seconde et, par conséquent, le phénomène décrit se reproduit à la même fréquence; il en résulte qu'on voit d'une façon permanente sur l'écran (surtout s'il a une forte rémanence), une trace lumineuse continue constituée par une droite qui se raccorde brusquement à une courbe d'allure sinusoïdale. La détermination de la position du coude est donc très facile.

En fait, pour éliminer les perturbations qui peuvent se produire à l'origine, il peut être préférable de faire successivement deux mesures à deux distances L_1 et L_2 , les durées de parcours étant alors t_1 et t_2 , la vitesse V est évidemment donnée par $\frac{L_2 - L_1}{t_2 - t_1}$. Cependant, si le dispositif de balayage est convenablement réalisé et bien réglé, et à condition de tenir compte du décalage qui se produit inévitablement à l'origine, il est également possible de ne faire qu'une seule mesure et, par conséquent de graduer directement en vitesse V , soit les positions du coude sur l'écran si l'on opère avec une longueur L constante, soit les distances du pick-up à l'origine, si l'on opère à t constant. Une solution

plus sûre, mais plus compliquée, consisterait à utiliser deux pick-up et à déclencher le balayage au moyen de la tension, convenablement amplifiée produite par le premier.

La vitesse du son dans les solides étant, en général, comprise entre 1500 et 5000 m/s, si l'on utilise des longueurs de fil ou film de l'ordre de quelques mètres, les durées de parcours sont de l'ordre du millième de seconde. Il faut donc que la vitesse de balayage horizontal soit telle que le spot traverse l'écran en un temps voisin de $1/1000^e$ de seconde. Le déplacement s'obtient facilement par la décharge d'un condensateur dans une résistance appropriée, suivant une technique bien connue. La constante du temps doit être de l'ordre de $2,5 \cdot 10^{-3}$ s.

Il est nécessaire, pour que la partie horizontale de la trace soit parfaitement rectiligne, que le train d'oscillations précédent soit complètement amorti lorsque le choc du marteau remet le barreau d'acier en oscillation. Il est donc utile d'assurer à celui-ci un amortissement suffisant, par exemple en le mettant en contact avec un morceau de caoutchouc.

Réalisation. — Le montage réalisé pour l'application du principe décrit est le suivant (fig. 3) :

Fig. 3.

Le film est solidement fixé par un serre-joint sur un barreau vertical d'acier à section rectangulaire, fortement serré dans un étau. Il y a intérêt à employer une fréquence aussi élevée que possible, afin que le coude de la courbe oscillographique soit très net. Cela conduit à prendre un barreau de courte longueur et de forte épaisseur. On est cependant limité dans cette voie par la nécessité d'obtenir des vibrations d'amplitude suffisante. On a adopté un barreau dont la partie libre a 5 cm de longueur et la section 1 cm de côté. Sa fréquence mesurée est de 2500 p/s.

Le marteau qui frappe sur le barreau est fixé à un trembleur. La fréquence de frappe est d'environ 10 p/s.

Le film est fixé par une extrémité au barreau, passe à l'autre extrémité sur un petit cylindre tournant autour d'un axe horizontal, et est tendu au moyen de poids connus.

Le pick-up est porté sur un support qui glisse sur un banc d'optique simple, ce qui permet la

mesure facile et précise des distances à l'origine. La tête de pick-up est reliée directement à un oscillographe cathodique dont l'amplificateur donne une amplification suffisante pour que les déviations du spot atteignent plusieurs centimètres sous l'action des vibrations transmises par le film.

Le dispositif de balayage constitue la partie la plus importante et la plus délicate du montage. On ne peut, en effet, employer la méthode normalement utilisée avec les oscilloscopes cathodiques, car elle conduit à un balayage périodique ininterrompu. Dans le cas présent, il est, au contraire, nécessaire que le balayage, qui se produit en $1/1000^e$ de seconde, soit seulement déclenché chaque fois que le marteau frappe le barreau, c'est-à-dire environ tous les $1/10^e$ de seconde. La méthode habituelle est basée sur le principe suivant : un condensateur est chargé rapidement à travers un thyatron qui s'éteint lorsque la différence de tension entre l'anode et la cathode devient assez faible; le condensateur se décharge alors progressivement à travers une résistance qui est, de préférence, la résistance interne d'une lampe penthode; la tension aux bornes du condensateur diminue par conséquent, tandis que la tension appliquée au thyatron augmente; pour une valeur bien définie, le dernier se rallume et le cycle recommence.

Fig. 4.

T, Thyatron 4686 :	$C_1 = 8 \mu F$	$R_1 = 1\ 000 \Omega$
L_1 , El 3 N :	$R_5 = 80\ 000 \Omega$	$R_6 = 2\ 500 \Omega$
L_2 , 80 :	$C_2 = 0,1 \mu F$	$R_7 = 15\ 000 \Omega$
	$R_8 = 500 \Omega$	$R_{10} = 50\ 000 \Omega$
	$C_3 = 500 \mu F$	$R_3 = 0,5\ M\Omega$
	$R_7 = 2\ 000 \Omega$	$R_{11} = 700 \Omega$
	$C_4 = 1 \mu F$	$R_4 = 0,5\ M\Omega$
	$R_8 = 10\ 000 \Omega$	$R_{12} = 1\ M\Omega$

Dans le montage réalisé, qui est représenté sur la figure 4, on a modifié le dispositif de la façon suivante : une résistance de valeur suffisante a été montée en série avec l'anode du thyatron, de façon que l'extinction de celui-ci ne puisse plus avoir lieu spontanément lorsque la charge du condensateur est complète; le système reste donc dans l'état correspondant devenu métastable; il ne le quitte que si l'on applique à la grille du thyatron

une tension négative supplémentaire qui provoque l'extinction. Pour synchroniser le balayage avec le départ du train d'onde, on applique cette tension auxiliaire par l'intermédiaire du marteau et du barreau, en sorte que l'extinction est produite et le balayage commence, au moment précis où ces deux pièces arrivent en contact. Lorsque la décharge est suffisante, le thyatron se rallume et l'état stable se rétablit jusqu'au contact suivant.

Certains oscillographes commerciaux sont munis d'un balayage déclenché : ils peuvent par conséquent être employés sans montage auxiliaire.

Étalonnage. — On peut déterminer la vitesse de balayage d'après les caractéristiques du circuit : la capacité C , le courant plaque de la penthode i , et le déplacement du spot de l'oscilloscope en fonction de la tension, en tenant compte de la relation

$$V_t = V_0 - \frac{i}{C} t,$$

V_0 étant la tension initiale et V_t la tension à l'instant t .

Il est cependant préférable de déterminer directement la vitesse de balayage au moyen d'un générateur hétérodyne étalonné en fréquence. La tension sinusoïdale est appliquée aux plaques de déviation verticale de l'oscillographe. Le balayage est synchronisé avec cette tension, en appliquant une fraction de celle-ci à la grille du thyatron par l'intermédiaire d'un transformateur.

On pourrait aussi étalonner l'appareil en appliquant la méthode de mesure du module d'Young à un fil dont le module est exactement connu.

Précision des mesures. — Les longueurs de parcours du spot sur l'écran peuvent être mesurées à moins de $\pm 0,5$ mm près. Comme la distance du pick-up au vibreur peut être ajustée de façon que le parcours du spot soit compris entre 60 et 70 mm, le temps peut être déterminé à moins de $\pm 0,75$ pour 100 près. La distance du pick-up à l'origine peut être mesurée à moins de 0,1 pour 100 près.

L'erreur sur les vitesses relatives de propagation est donc voisine de $\pm 0,75$ pour 100. L'erreur sur les vitesses absolues dépend en outre de la précision de l'étalonnage qui est, elle-même, fonction de celle de l'hétérodyne. On peut réaliser des appareils de ce type qui donne une fréquence connue avec une précision élevée.

Le module étant fonction du carré de la vitesse, l'erreur sur les valeurs relatives des modules est de l'ordre de $\pm 1,5$ pour 100.

Mesure des densités. — Le calcul du module d'Young à partir de la vitesse du son suppose

connue la densité du corps. Pour un film homogène d'épaisseur constante, la mesure de la densité peut se faire simplement en déterminant la longueur, la largeur, l'épaisseur et le poids du film. Il est préférable de mesurer directement la densité, soit au pycnomètre, soit en utilisant des mélanges de liquides ajustés de façon à ce que la densité soit égale à celle du corps étudié.

Exemples d'application. — La méthode a été appliquée à différents films et fils de matière plastique et les résultats sont rassemblés dans le tableau suivant. Pour certains d'entre eux, on a également déterminé le module d'Young statique d'après la pente de la partie rectiligne de la courbe dynamométrique (avec des charges inférieures à 2,5 kg : mm²). Ces mesures sont entachées des erreurs inévitables dues aux déformations non élastiques ; elles donnent cependant une valeur approchée suffisante pour la comparaison avec le module dynamique. Le rapport des deux valeurs doit être une caractéristique intéressante de la matière. Lorsque la tension a une influence sur le module, la valeur de la tension est indiquée ; dans le cas contraire, les résultats sont valables pour toutes les tensions étudiées, c'est-à-dire inférieures à 2500 g : mm².

Étude de l'amortissement. — Le dispositif réalisé pour la détermination des vitesses de propagation des déformations élastiques peut se prêter également à une étude différente, mais qui pourrait aussi être intéressante : celle de l'amortissement des vibrations pendant la propagation. Cet amortissement est évidemment fonction des frottements internes de la matière et peut, par conséquent, donner des renseignements utiles sur ses propriétés mécaniques.

Pour faire cette mesure, il faut produire des déformations élastiques à l'origine avec une amplitude constante, et mesurer l'amplitude obtenue à des distances croissantes du point d'origine. Cette méthode suppose que le générateur de vibration fonctionne dans des conditions bien constantes, ce qui demanderait certaines précautions.

On a fait, comme exemple, une comparaison sommaire entre deux films 16 mm, l'un d'acétate et l'autre de nitrocellulose. L'absorption étant faible, il est nécessaire d'employer des longueurs assez importantes. L'essai a été fait sur environ 12 m. Le rapport des amplitudes à 12 et 0,40 m était :

Film d'acétate.....	$k = 0,40$
» de nitrocellulose.....	0,52

Conclusion. — La méthode proposée pour la mesure des vitesses de propagation d'ébranlements élastiques, et basée sur l'emploi d'un oscillographe

T = tension en kg : mm²,

V = vitesse de propagation en m : s,

d = poids spécifique,

E_d = module d'élasticité dynamique en 10¹⁰ c. g. s.,

E_s = " " statique en 10¹⁰ c. g. s.

	T .	V .	d .	E_d .	E_s .	$\frac{E_d}{E_s}$.
Film de nitrocellulose 1.....	—	1990	1,45	5,75	4,35	1,32
» » 2.....	—	1970	1,45	5,60	4,50	1,24
» » 3.....	—	1820	1,45	4,80	3,60	1,33
» d'acétate de cellulose.....	—	1950	1,32	5,00	3,35	1,49
» » 10 % plastifiant.....	—	1980	1,29	5,05	4,10	1,23
» » 30 % ».....	—	1870	1,26	4,40	2,95	1,49
» » 50 % ».....	—	1560	1,23	3,00	1,90	1,56
» » 75 % ».....	—	1500	1,20	2,70	1,60	1,69
» de triacétate de cellulose.....	—	2090	1,29	5,65	4,30	1,31
» de cellophane, chaîne.....	—	2880	1,53	12,70	—	—
» » trame.....	—	2290	1,53	8,00	—	—
» de résine vinylique.....	—	1990	1,10	4,35	3,35	1,30
Ruban papier d'emballage.....	—	1780	—	—	—	—
» » kraft.....	—	3300	—	—	—	—
Fil de coton.....	2,4	4150	1,51	26	—	—
	4,7	4400	1,51	29	—	—
	11,8	4900	1,51	36	—	—
Fil de nylon.....	1,3	2600	1,14	7,70	—	—
	4,7	2760	1,14	8,70	—	—
	8,0	2950	1,14	9,80	—	—
	11,3	3150	1,14	11,30	—	—

cathodique, paraît convenir parfaitement à la mesure des modules d'Young dynamiques des films et fils.

Elle ne nécessite qu'un appareillage courant dans les laboratoires, et est d'une mise en œuvre simple et rapide. La précision des mesures semble très

satisfaisante. Les valeurs du module ainsi déterminées sont parfaitement définies et reproductibles. Les mesures sont en outre indépendantes des irrégularités d'épaisseur des films. La comparaison des modules statique et dynamique donne une idée du degré de plasticité de la matière.

Manuscrit reçu le 20 décembre 1947.

BIBLIOGRAPHIE.

- [1] FLORISSON, *Travaux et Mémoires de la Société française des Mécaniciens*, 1939, 1.
 [2] MAYER et LOTMAR, *Helvetica Chimica Acta*, 1936, 19, p. 68.

- [3] J. W. BALLOU et S. SILVERMAN, *Young's Modules of Elasticity of Fibers and Films by Sound Velocity Measurements* (*Textile Research*, septembre 1944, 14, p. 9).