EFFET DOPPLER POUR LES ÉLECTRONS DE RECUL DE L'EFFET COMPTON

Par M. RISCO.

Sommaire. — Tous les photons diffusés et tous les électrons de recul qui proviennent de l'effet Compton (électron initialement au repos) ont une même et commune longueur d'onde pour un observateur qui se déplace avec la « vitesse équivalente ». La conduite cinématique tout à fait analogue des photons et électrons permet d'affirmer que les électrons de recul de l'effet Compton doivent être attribués — tout comme les photons — à un mécanisme d'effet Doppler. Ces résultats sont d'accord avec la théorie classique de production du phénomène en deux étapes, si l'on admet que le système intermédiaire, instable, est une particule de masse (17).

La formule qui donne la fréquence de la radiation diffusée par l'effet Compton

$$\nu = \frac{\nu_0}{1 + \alpha(1 - \cos\theta)} \tag{1}$$

$\Big(h\nu_0$ quantum incident, θ angle de diffusion, m_0 masse au repos de l'électron et $\alpha = \dfrac{h\nu_0}{m_0 c^2}\Big)$ est une formule de la même forme exactement que celle de l'effet Doppler. Cette identité formelle a été expliquée,

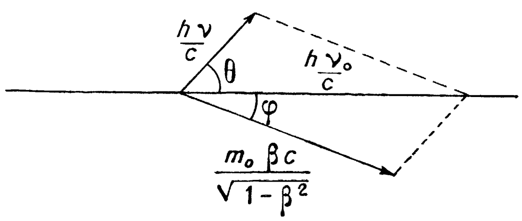

Fig. 1.

d'après la théorie de Compton-Debye, en supposant que, sous l'action de l'onde incidente, l'électron absorbe un quantum $h\nu_0$ et prend la vitesse (« vitesse équivalente » de Compton)

$$\frac{\alpha c}{1 + \alpha}$$

dans la direction de propagation de l'onde incidente, et qu'il rayonne ensuite conformément à la théorie classique.

L'objet du présent travail est de montrer que, tout comme les photons, les électrons de recul obéissent eux aussi à un mécanisme d'effet Doppler.

La méthode que nous allons suivre étant d'un caractère comparatif, nous commencerons par une courte référence à la radiation diffusée. Pour abréger les calculs relatifs aux trajectoires électroniques, il est très utile d'écrire la deuxième formule de Compton, qui donne la vitesse βc, sous la forme

$$\beta = \frac{2\alpha(1 + \alpha)\cos\varphi}{(1 + \alpha)^2 + \alpha^2\cos^2\varphi}, \tag{2}$$

c'est-à-dire en fonction de l'angle de projection φ de l'électron. Les deux angles θ et φ sont liés par la troisième formule du phénomène

$$\operatorname{tg}\varphi = -\frac{1}{1 + \alpha}\operatorname{cotg}\frac{\theta}{2}. \tag{3}$$

Radiation diffusée. — Pour un observateur qui se meut avec une vitesse quelconque $\beta_0 c$ dans la direction et le sens du quantum incident, la radiation diffusée, de fréquence ν et direction θ, se présente dans son système d'axes X'Y', par effet Doppler et aberration, sous une nouvelle fréquence ν' et un nouvel angle θ', donnés par les formules

$$\nu' = \frac{\nu}{\sqrt{1 - \beta_0^2}}(1 - \beta_0\cos\theta), \tag{4}$$

$$\cos\theta' = \frac{\cos\theta - \beta_0}{1 - \beta_0\cos\theta}, \tag{5}$$

$$\sin\theta' = \sqrt{1 - \beta_0^2}\,\frac{\sin\theta}{1 - \beta_0\cos\theta}. \tag{6}$$

En substituant dans la première de ces équations la valeur (1) de ν, on obtient

$$\nu' = \frac{\nu_0}{\sqrt{1 - \beta_0^2}}\,\frac{1 - \beta_0\cos\theta}{1 + \alpha(1 - \cos\theta)}$$

et, si nous donnons maintenant à β_0 la valeur particulière

$$\beta_0 = \frac{\alpha}{1 + \alpha}, \tag{7}$$

il se produit une élimination spontanée de l'angle θ, élimination qui conduit à la formule

$$\nu' = \frac{\nu_0}{\sqrt{1+2\alpha}}. \tag{8}$$

C'est cette indépendance de la fréquence par rapport à la direction du rayon qui permet, dans le fond, d'attribuer la radiation diffusée à une émission due à une source ponctuelle animée de la vitesse spéciale dite « vitesse équivalente ».

Les équations qui lient un angle θ à l'angle correspondant θ' dans le faisceau de fréquence constante, s'obtiennent par substitution de la valeur (7) dans (5) et (6). On peut ainsi écrire

$$\cos\theta' = \frac{-\alpha + (1+\alpha)\cos\theta}{1+\alpha-\alpha\cos\theta}, \tag{9}$$

$$\sin\theta' = \sqrt{1+2\alpha}\,\frac{\sin\theta}{1+\alpha-\alpha\cos\theta}. \tag{10}$$

Électrons de recul. Une propriété de la « vitesse équivalente ». — En partant des composantes

$$\beta_x = \frac{2\alpha(1+\alpha)\cos^2\varphi}{(1+\alpha)^2+\alpha^2\cos^2\varphi},$$

$$\beta_y = \frac{2\alpha(1+\alpha)\sin\varphi\cos\varphi}{(1+\alpha)^2+\alpha^2\cos^2\varphi},$$

de la vitesse électronique de recul, divisée par c, évaluée dans le système XY où l'électron était initialement en repos, on peut aisément calculer les composantes correspondantes $\beta'_{x'}$, $\beta'_{y'}$ pour un observateur qui se meut avec une vitesse quelconque $\beta_0 c$ dans la direction du photon incident. Il suffit d'appliquer les formules relativistes de composition des vitesses

$$\beta'_{x'} = \frac{-\beta_0+\beta_x}{1-\beta_0\beta_x},$$

$$\beta'_{y'} = \sqrt{1-\beta_0^2}\,\frac{\beta_y}{1-\beta_0\beta_x}.$$

Nous limitant au cas concret où β_0 a la valeur (7) de Compton, les composantes de β' deviennent

$$\beta'_{x'} = \frac{\alpha}{1+\alpha}\,\frac{(2+4\alpha+\alpha^2)\cos^2\varphi-(1+\alpha)^2}{(1+\alpha)^2-\alpha^2\cos^2\varphi},$$

$$\beta'_{y'} = \frac{\alpha}{1+\alpha}\,\frac{2(1+\alpha)\sqrt{1+2\alpha}\sin\varphi\cos\varphi}{(1+\alpha)^2-\alpha^2\cos^2\varphi},$$

et en les écrivant en fonction de l'angle θ de la radiation diffusée [formule (3)]

$$\beta'_{x'} = -\frac{\alpha}{1+\alpha}\,\frac{-\alpha+(1+\alpha)\cos\theta}{1+\alpha-\alpha\cos\theta}, \tag{11}$$

$$\beta'_{y'} = -\frac{\alpha}{1+\alpha}\,\frac{\sqrt{1+2\alpha}\sin\theta}{1+\alpha-\alpha\cos\theta}. \tag{12}$$

Ces formules nous permettent d'obtenir finalement

$$\beta' = \frac{\alpha}{1+\alpha}, \tag{13}$$

$$\cos\varphi' = -\frac{-\alpha+(1+\alpha)\cos\theta}{1+\alpha-\alpha\cos\theta}, \tag{14}$$

$$\sin\varphi' = -\sqrt{1+2\alpha}\,\frac{\sin\theta}{1+\alpha-\alpha\cos\theta}. \tag{15}$$

On trouve donc que la valeur de β' est constante, indépendante de θ; c'est-à-dire que pour un observateur en mouvement avec la « vitesse équivalente », tous les électrons de recul ont des vitesses de la même grandeur, orientées selon toutes les directions qui passent par l'origine O'.

Faisceau radial de longueur d'onde constante pour les photons et électrons de l'effet Compton. — La constance de β' par rapport à l'orientation se traduit par la constance de la longueur d'onde associée pour tous les électrons de recul, en supposant comme toujours que l'observateur se déplace avec la vitesse définie par (7).

Si nous appelons λ'_e cette valeur commune de la longueur d'onde associée, la formule de De Broglie nous permet d'écrire

$$\lambda'_e = \frac{h}{m_0 c\beta'}\sqrt{1-\beta'^2} = \frac{c}{\nu_0}\sqrt{1+2\alpha}. \tag{16}$$

Cette valeur est, d'autre part, selon la formule (8), exactement la même qui a pour l'observateur mobile la longueur d'onde de la radiation diffusée dans une direction quelconque, c'est-à-dire que :

Tous les photons diffusés et tous les électrons de recul de l'effet Compton ont une même et commune longueur d'onde pour un observateur relativiste qui se meut avec la vitesse

$$\beta_0 c = \frac{\alpha c}{1+\alpha}$$

dans la direction du photon incident.

Un double faisceau radial de sommet O' (faisceau d'ouverture 2π pour les photons et de la même ouverture pour les électrons) contient toutes les trajectoires rectilignes de ces deux classes de *particules*, dont nous symbolisons sur la figure 2 la commune longueur d'onde par une circonférence qui, n'ayant pas le caractère d'une onde, est purement représentative.

Le fait que les formules (9) et (10) d'une part, et (14) et (15) d'autre part, ne diffèrent que du signe, nous permet d'affirmer que l'observateur mobile avec X'Y' traduit sur une même droite et dans des sens opposés le mouvement, dans le système XY, d'un photon et de l'électron de recul qui lui correspond. Sur la figure 2, pour notre observateur mobile, F′ par exemple est le photon et E′ l'électron, dont la vitesse $c\beta'$ est écrite dans (13).

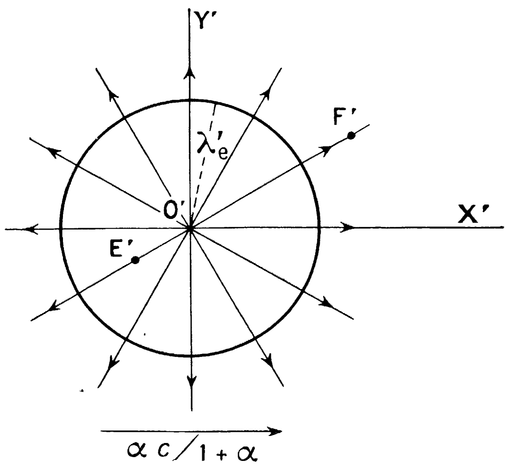

Fig. 2.

En résumé, la conduite cinématique tout à fait analogue des photons et électrons dans le phénomène étudié autorise la conclusion suivante :

Les électrons de recul de l'effet Compton doivent être attribués, tout comme les photons diffusés, à un mécanisme d'effet Doppler.

Aspect dynamique de la question. — Les résultats que nous venons d'exposer peuvent se déduire facilement de la théorie, déjà classique, selon laquelle le phénomène se produirait en deux étapes : absorption du quantum incident et émission subséquente d'un photon; mais il serait nécessaire pour cela d'admettre que le système intermédiaire photon-électron, c'est-à-dire le système instable, a la forme d'une vraie particule. Les principes de conservation de l'énergie et de la quantité de mouvement donnent pour cette particule photon-électron, animée de la « vitesse équivalente » de Compton, une masse en repos

$$M_0 = m_0\sqrt{1+2\alpha}. \tag{17}$$

La décomposition d'une telle particule, d'existence purement instantanée, donnerait un photon et un électron qui, pour un observateur accompagnant la particule, se déplaceraient évidemment dans des sens opposés O′F′, O′E′ sur une même droite d'orientation quelconque. Une nouvelle application des principes de conservation donne respectivement comme valeur de la fréquence et comme valeur de la vitesse de l'électron, évaluées toutes deux dans le système X′Y′

$$\nu' = \frac{\nu_0}{\sqrt{1+2\alpha}}, \qquad \beta' c = \frac{\alpha c}{1+\alpha},$$

et ces expressions, qui sont les (8) et (13) déjà trouvées, conduisent à la valeur commune de la longueur d'onde, pour les photons et les électrons, que nous avons transcrite dans la formule (16).

En résumé, dans le domaine expérimental, c'est-à-dire pour un observateur par rapport auquel l'électron était initialement au repos, chacune des possibilités élémentaires qui intègrent l'effet Compton traduit une décomposition, dans les deux sens d'une droite, de la particule photon-électron en mouvement (masse M_0). Nous sommes bien en présence, pour l'électron comme pour le photon, d'un véritable effet Doppler.

Manuscrit reçu le 10 octobre 1945.