Les problèmes de la granulométrie

Jean Villey

► To cite this version:

Jean Villey. Les problèmes de la granulométrie. J. Phys. Radium, 1945, 6 (10), pp.272-277.
10.1051/jphysrad:01945006010027200 . jpa-00233937

HAL Id: jpa-00233937

<https://hal.science/jpa-00233937>

Submitted on 1 Jan 1945

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

LES PROBLÈMES DE LA GRANULOMÉTRIE ⁽¹⁾

Par M. JEAN VILLEY.

Sommaire. — Cette note signale l'importance de la notion d'effet de paroi, introduite par M. Caquot il y a une dizaine d'années dans l'étude de la granulométrie des bétons. Non seulement elle conduit à des corrections du pourcentage des divers éléments en fonction des dimensions du moule, mais elle fournit aussi la base d'une théorie rationnelle des mélanges de deux éléments, au moins lorsque les dimensions des deux grains sont très différentes.

La granulométrie, créée par un ingénieur français, a ainsi été complètement renouvelée par un savant français.

On peut alors prévoir la composition d'ossatures à trois composants approximativement homogènes que l'auteur préconise pour avoir des dosages très faciles à surveiller et à maintenir invariables. Il indique les calculs simples à appliquer pour modifier à volonté la qualité et la quantité de pâte de ciment introduite dans ces ossatures, en vue d'agir indépendamment sur la résistance mécanique et sur l'imperméabilité des bétons ainsi obtenus.

Ces questions sont envisagées ici moins pour leurs applications technologiques que pour les intéressants problèmes de géométrie pratique qu'elles posent.

L'effet de paroi. — L'étude des mélanges granuleux en vue de la réalisation de compacités élevées pour obtenir des bétons économiques a été poursuivie pendant de longues années de façon empirique. Elle a pris la forme d'une théorie rationnelle lorsque M. Caquot y a introduit, il y a une dizaine d'années, la notion essentielle d'effet de paroi. Il est curieux de constater qu'une notion aussi simple ait pu, pendant si longtemps, ne pas retenir l'attention des ingénieurs qui, dans tous les pays, à la suite du grand précurseur que fut l'ingénieur français Férét, recherchaient les lois de granulométrie les plus favorables : elle en est en effet un facteur absolument fondamental.

Au voisinage d'une paroi solide, plane ou à faible courbure, limitant un milieu granuleux homogène, c'est-à-dire constitué de grains identiques les uns aux autres, la mise en place relative de ces grains est altérée parce qu'ils viennent tous buter contre la paroi. Il se produit ainsi, au voisinage immédiat de celle-ci, des vides supplémentaires qui abaissent localement la compacité au-dessous de la valeur normale qu'elle atteint en milieu indéfini, et qu'elle retrouve pratiquement à une distance de la paroi égale à un multiple peu élevé du diamètre moyen des grains.

Si nous comparons deux espèces de grains géométriquement semblables, il est clair que les volumes absolus ainsi perdus contre l'unité de surface de la paroi sont entre eux dans le rapport linéaire de similitude des deux grains. Dans un moule donné, l'altération relative de la compacité moyenne, par

rapport à celle du milieu indéfini, est donc proportionnelle au rapport entre la surface S des parois et le volume V qu'elles limitent, c'est-à-dire inversement proportionnelle à cette grandeur linéaire $\frac{V}{S}$ à laquelle une fâcheuse ⁽²⁾ tradition attribue le nom de *rayon moyen* du moule.

Cette altération relative varie proportionnellement à la dimension linéaire caractéristique des grains considérés. Il en résulte que, si l'on passe au cas d'un mélange de grains géométriquement semblables de diverses grosseurs, les proportions qui donnent la compacité maximum ne seront pas les mêmes dans le moule qu'en milieu indéfini. Qualitativement, on voit bien que, dans le mélange de deux espèces de grains, pour combler les vides d'effet de paroi entre les gros grains, il faut forcer la proportion de petits grains.

Les modifications qu'il faut apporter ainsi aux proportions des divers composants pour avoir la compacité maximum deviennent importantes quand le rapport entre le diamètre des grains les plus gros et le rayon moyen du moule cesse d'être petit. Ainsi s'expliquent des divergences parfois importantes entre les conclusions d'expérimentateurs qui opéraient avec des valeurs différentes de ce rapport sans en avoir mis en lumière le rôle essentiel.

La notion d'effet de paroi conduit ainsi d'abord à corriger, en fonction des dimensions du moule, les compositions granulométriques reconnues optimales en masse indéfinie.

⁽¹⁾ Communication faite à la Société de Physique le 16 mars 1945.

⁽²⁾ C'est une terminologie malheureuse qui aboutit, par exemple, à énoncer que le rayon moyen d'une sphère est égal au tiers de son rayon.

Mais M. Caquot a montré, de plus, qu'elle permet d'aborder, de façon rationnelle, l'étude théorique de ces granulométries optima en milieu indéfini.

On définissait jusqu'alors de façon empirique les lois de granulométrie à employer pour les bétons, c'est-à-dire les proportions des éléments de diverses grosseurs que l'on mélange ensemble pour les constituer. Après avoir expérimenté beaucoup de mélanges, on retenait les mélanges les plus favorables et l'on s'appliquait à chercher des expressions mathématiques simples capables de représenter plus ou moins approximativement les proportions des divers éléments composants.

On a formulé ainsi des lois de granulométries continues sous la forme $p = f(d)$, où p représente la fraction du volume absolu total constituée par tous ceux des grains dont le diamètre est au plus égal à d .

Les granulométries discontinues. — Même si l'on attribue à une telle loi de granulométrie continue le mérite de fournir une bonne compacité, on observera qu'elle donne bien peu de garanties pour la réalisation permanente du bon béton que l'on escompte. Il faudrait, en effet, surveiller en permanence les dosages d'un nombre infini de composants pour leur faire respecter la loi $p = f(d)$ choisie.

Il apparaît donc beaucoup plus avantageux, *a priori*, si l'on peut y obtenir de bonnes compacités, d'utiliser des granulométries très discontinues comportant un petit nombre de composants bien définis — donc approximativement homogènes — dont le dosage sera très facile à surveiller et à maintenir permanent. Cela ne soulève pas d'objections, *a priori*, car un concasseur donne, en général, une fraction importante de la masse qu'il absorbe sous la forme d'un élément pseudohomogène dont les grains ont des diamètres voisins du diamètre maximum de réglage. D'ailleurs, si l'on possède des matériaux à granulométrie continue, on peut, après les avoir séparés par criblages en fractions étroites, utiliser celles-ci pour constituer parallèlement divers mélanges discontinus : avec la première, la $(n + 1)^{\text{ième}}$ et la $(2n + 1)^{\text{ième}}$; avec la deuxième, la $(n + 2)^{\text{ième}}$ et la $(2n + 2)^{\text{ième}}$; et ainsi de suite.

C'est la voie dans laquelle il paraît logique d'orienter résolument la fabrication des bétons, surtout quand on constate que d'autres avantages importants s'y manifestent à divers points de vue.

Elle est d'autant plus attirante qu'elle admet des calculs assez faciles, alors que l'étude géométrique des mélanges où le diamètre des grains varie de façon continue est pratiquement inabordable.

Compacité des mélanges binaires. — Considérons les mélanges réalisés avec deux espèces de grains géométriques semblables dans un rapport linéaire $\alpha' = \frac{g_2}{g_1}$ beaucoup inférieur à l'unité. La

courbure des gros grains 1 étant très faible vis-à-vis de celle des grains 2, on peut assimiler leurs surfaces à des parois limitant le milieu 2. La notion d'effet de paroi va alors éclairer la loi de variation de la compacité globale, c'est-à-dire du volume absolu ($V_1 + V_2$) contenu dans 1 m³ du mélange, en fonction de la proportion $\frac{V_1}{V_2}$ des deux composants.

Observons ici que, dans cette loi, la surface s d'un gros grain, qui règle les pertes imposées au volume V_2 par effet de paroi, doit intervenir en même temps que son volume v , facteur essentiel du volume V_1 . La caractéristique linéaire intéressante pour définir chaque espèce de grains dans la famille des grains géométriquement semblables à lui est donc le rayon moyen $r = \frac{v}{s}$, qui les fait intervenir immédiatement l'une et l'autre. Nous utiliserons, avec M. Caquot, la *grosseur* du grain, définie par $g = 10 \cdot r$, qui a l'avantage d'être voisine des diamètres définis par les tamis et d'éviter la malheureuse dénomination de rayon moyen.

On peut caractériser chaque mélange par le point de coordonnées V_1 et V_2 sur un diagramme cartésien.

Pour les composants purs, on a les points A ($V_1 = \beta_0$, $V_2 = 0$) et B ($V_1 = 0$, $V_2 = \beta_0$), les compacités β_0 (en milieu indéfini) étant les mêmes pour des éléments purs géométriquement semblables. Tous leurs mélanges seront représentés par une courbe continue allant de A à B.

Au voisinage de B, le rapport $\frac{V_1}{V_2}$ est très petit, les gros grains 1 sont assez éloignés les uns des autres pour qu'il n'y ait pas de réaction mutuelle des perturbations qu'ils apportent par effet de paroi dans le milieu 2. Alors, si le milieu 2 perd, par unité de surface de paroi, le volume absolu w , il perd le volume $s \cdot w$ au contact de chaque grain 1. L'insertion d'un grain 1 dans le milieu 2 diminue donc V_2 de $v \cdot \beta_0 + s \cdot w$ et augmente V_1 de v , c'est-à-dire qu'elle augmente la compacité ($V_1 + V_2$) de

$$v(1 - \beta_0) - sw.$$

Cette expression est positive parce que le volume sw perdu au contact du grain, qui est beaucoup plus petit que le volume propre v du grain, est inférieur à $v(1 - \beta_0)$: on s'éloigne donc, par rapport à l'origine, au delà de la droite BA d'équation $V_1 + V_2 = \beta_0$. On décrit, d'ailleurs, une droite, car, dans la relation

$$V_2 = (1 - V_1)\beta_0 - Nsw,$$

le nombre N de gros grains présents dans 1 m³ est proportionnel à leur volume total V_1 . On a

$$N = N_0 \frac{V_1}{\beta_0} \quad \text{et} \quad \beta_0 = N_0 R s,$$

d'où

$$Nsw = V_1 \frac{w}{R};$$

mais le volume w , perdu par les grains 2 contre l'unité de surface de paroi (que l'on sait déterminer par des mesures de compacité effectuées dans deux récipients cylindriques, de rayons de courbure différents) est proportionnel à leur rayon moyen r , on peut donc écrire

$$Nsw = V_1 k \frac{r}{R} = V_1 k \alpha'.$$

On obtient ainsi

$$V_2 = (1 - V_1) \beta_0 - V_1 k \alpha', \quad (1)$$

c'est-à-dire que le lieu est une droite qui part du point B avec la pente $-(\beta_0 + k\alpha')$.

Mais, lorsque $\frac{V_1}{V_2}$ augmente, les grains 1 se rapprochent les uns des autres, et les réactions mutuelles des perturbations que leurs surfaces provoquent dans le milieu 2 deviennent sensibles. A l'effet de paroi

Fig. 1.

simple que nous avons envisagé ci-dessus se superpose un *effet de paroi mixte*, qui devient prépondérant lorsque les distances entre surfaces des gros grains 1 deviennent assez faibles pour limiter entre elles des volumes inaccessibles aux petits grains 2. De là résulte que la diminution imposée à V_2 par les augmentations de V_1 devient plus importante, par conséquent l'augmentation de $(V_1 + V_2)$ devient moins rapide. Alors, après un parcours initial BF pratiquement confondu avec la droite d'équation (1), la courbe des mélanges de 1 et 2 quitte celle-ci tangentiellement et s'incurve pour s'éloigner moins vite qu'elle de la droite BA (d'équation $V_1 + V_2 = \beta_0$).

Elle doit d'ailleurs rejoindre celle-ci au point A qui représente le composant 1 pur, et passe, par conséquent, en un point H où la tangente est parallèle à la droite AB : il définit le mélange de compacité maximum. La branche AH de la courbe part de A, avec une pente difficile à évaluer *a priori*, entre la direction AB (car le mélange de deux composants de dimensions inégales, individuellement en désordre, se réalise avec diminution du volume total occupé,

c'est-à-dire avec augmentation de la compacité) et la direction AD d'équation $V_1 = \beta_0$ (car ceux des petits grains 2 qui se glissent dans les contacts mutuels des gros grains 1 provoquent une dilatation de l'ossature 1, c'est-à-dire une diminution du volume absolu V_1 présent dans 1 m³).

On prévoit ainsi au total une courbe AHFB d'allure hyperbolique.

Lorsque le rapport de similitude $\alpha' = \frac{g_2}{g_1}$ des petits grains aux gros diminue, la pente de la droite BF d'équation (1) diminue en valeur absolue. Cette droite tourne donc autour du point B pour s'éloigner de la direction BA. Elle arrive, pour la limite $\alpha' = 0$ où l'effet de paroi devient nul, à la position BD d'équation $V_2 = (1 - V_1) \beta_0$; simultanément la branche AH a pour limite la droite AD, parce que les grains 2, infiniment petits, introduits dans l'ossature 1, ne lui imposent plus de dilatation avant le moment où ils auront rempli complètement ses vides égaux au total à $(1 - \beta_0)$; la compacité maximum est alors atteinte au point D, avec $V_1 = \beta_0$ et $V_2 = (1 - \beta_0) \beta_0$, d'où

$$V_1 + V_2 = \beta_0(2 - \beta_0).$$

La courbe d'allure hyperbolique, passant par les deux points fixes A et B avec une courbure de plus en plus accentuée, a donc pour limite l'ensemble des deux segments de droite BD et AD.

Lorsque, au contraire, α' augmente pour se rapprocher de la valeur 1, le calcul fait plus haut, en supposant la courbure des gros grains négligeable devant celle des petits, n'est plus valable. Mais la courbe AHB continue à passer par les points fixes A et B, et il est visible par continuité qu'elle se tend de plus en plus pour venir s'aplatir sur la droite AB qui est sa position limite pour $\alpha' = 1$: le mélange de deux espèces de grains géométriquement identiques donne, en effet, la compacité invariable $V_1 + V_2 = \beta_0$.

Les valeurs de α' plus grandes que 1 correspondent à des valeurs de $\alpha = \frac{1}{\alpha'} = \frac{g_1}{g_2}$ plus petites que 1, ce qui inverse simplement les rôles des deux axes de coordonnées. C'est le grain 1 qui devient plus petit que le grain 2. La discussion ayant fait intervenir seulement le rapport des deux grosseurs, et nullement leurs valeurs absolues, on trouvera, pour $\alpha' > 1$ (autrement dit $\alpha < 1$) un réseau de courbes symétriques du premier par rapport à la bissectrice OC des axes de coordonnées AOB.

Variation de la compacité maximum en fonction de α . — Pour mettre en évidence cette symétrie, il est commode de substituer, au paramètre α' , le paramètre $\xi = \frac{1 - \alpha'}{1 + \alpha'}$, car on a

$$\xi\left(\frac{1}{\alpha'}\right) = -\xi(\alpha'),$$

autrement dit

$$\frac{1-\alpha}{1+\alpha} = -\frac{1-\alpha'}{1+\alpha'}.$$

Si l'on écrit alors la valeur de la composante de la compacité maximum $\beta = V_1 + V_2$ réalisée au point H sous la forme logique

$$\beta = \beta_0 + (1 - \beta_0)\beta_0 f(\xi) \quad (2)$$

qui met en évidence le bénéfice dû à l'inégalité des deux grains, on voit que la fonction $f(\xi)$ doit être paire et doit satisfaire aux conditions

$$f(0) = 0 \quad (\text{pour } \alpha' = 1)$$

et

$$f(\pm 1) = 1 \quad (\text{pour } \alpha' = 0 \text{ et } \alpha' = \infty).$$

Cette fonction est donc de la forme

$$f(\xi) = a\xi^2 + b\xi^4 + c\xi^6 + \dots$$

avec la condition

$$a + b + c + \dots = 1.$$

L'hypothèse la plus simple est

$$f(\xi) = \xi^2.$$

En relevant les résultats de mesures de compacités de mélanges binaires jadis publiés par Leclerc du Sablon, M. Caquot y a constaté un bon accord avec cette formule qui apparaît au moins comme une première approximation.

De ces mêmes documents expérimentaux, il a tiré, d'autre part, des formules de première approximation pour évaluer, en fonction du rapport de similitude α des deux grains, les volumes absolus

$$V_1 = \beta_0 + \Delta V_1 \quad \text{et} \quad V_2 = (1 - \beta_0)\beta_0 + \Delta V_2$$

qui réalisent la compacité maximum.

Ils sont définis, à partir de ceux relatifs au cas limite où $\alpha' = 0$, par une élimination de gros grains ($\Delta V_1 < 0$) et par une addition de petits grains ($\Delta V_2 > 0$), pour lesquels on obtient les valeurs

$$\Delta V_1 = -\beta_0 \frac{2\alpha}{(1+\alpha)^2} \quad \text{et} \quad \Delta V_2 = (2\beta_0 - 1)\beta_0 \frac{2\alpha}{(1+\alpha)^2}.$$

Mélanges à composants multiples. — On peut ensuite prévoir la composition de compacité maximum d'un mélange de trois éléments si l'on admet, avec M. Caquot, qu'elle est obtenue en partant du mélange de compacité maximum des éléments 1 et 2, et en appliquant à chacun d'eux la règle d'élimination indiquée ci-dessus (ΔV_1) avec addition corrélative (ΔV_2) du nouvel élément 3, plus petit qu'eux. On passera de même du mélange ternaire de compacité maximum au mélange quaternaire de compacité maximum, et ainsi de suite.

Ces calculs, basés sur le dépouillement d'un document expérimental limité et sur une générali-

sation non évidente de la règle de substitution qu'il a fourni, appellent des vérifications étendues qui sont actuellement engagées. Ils ont, toutefois, des chances de fournir au moins des approximations acceptables, car des altérations notables des proportions modifient peu la compacité au voisinage de son maximum.

Ils conduisent à une constatation intéressante. Supposons que nous voulions faire des mélanges discontinus avec des éléments dont les grosseurs extrêmes soient $g = 1$ mm et $G = 125$ mm. Nous pourrions, en particulier, réaliser un mélange ternaire avec le rapport de discontinuité

$$\alpha''' = \sqrt[3]{125} = 11,18,$$

ou un mélange quaternaire avec le rapport de discontinuité

$$\alpha'''' = \sqrt[4]{125} = 5.$$

Si l'on admet, pour β_0 , la valeur 0,56, assez normale, les calculs aboutissent à un vide relatif $\mathcal{V}'''$ du mélange ternaire plus faible que le vide relatif $\mathcal{V}''''$ du mélange quaternaire. On prévoit ainsi des compacités décroissantes à mesure que l'on élève le nombre $(n - 2)$ des éléments discontinus introduits entre les éléments g et G , avec un rapport de

discontinuité $\alpha^{\frac{1}{n-1}}$ qui décroît progressivement, lorsque l'on tend vers la granulométrie continue la plus favorable que l'on puisse réaliser.

Des mesures méthodiques de compacité pourront d'ailleurs contrôler ces prévisions.

Ossatures ternaires. — Elles conduisent, dès maintenant, à penser que les ossatures ternaires, pour lesquelles il est très facile de déterminer expérimentalement la composition de compacité maximum et de surveiller cette composition en cours de bétonnage, auront des compacités au moins aussi bonnes, et vraisemblablement meilleures, que celles des ossatures à granulométrie continue.

Nous ajouterons qu'elles paraissent apporter une solution beaucoup plus rationnelle pour le dosage du ciment en vue de faire varier les qualités et le prix de revient du béton.

Dans la conception classique, en effet, les grains de ciment interviennent, comme les grains inertes, dans la loi de granulométrie adoptée. Par conséquent, si l'on veut vraiment respecter celle-ci, le volume absolu c des grains de ciment présents dans 1 m³ (d'où leur masse $C = 3,1$ c) et le volume e d'eau, égal au vide qu'elle doit remplir, sont déterminés, donc aussi le rapport $\frac{C}{E}$ dont on connaît le rôle fondamental pour régler la résistance mécanique du béton.

Si l'on veut augmenter de $\Delta C = 3,1 \Delta c$ la masse C de ciment, il faudrait, pour ne pas altérer la compacité, enlever un volume égal à Δc de grains inertes,

réparti entre les diverses dimensions conformément à un calcul fort complexe dans le cas des granulométries continues. On se contente d'enlever le volume Δc des éléments inertes les plus petits, ce qui n'est qu'une approximation. Elle sera d'autant moins grossière que les dimensions des éléments ainsi enlevés seront plus proches de celles des grains de ciment que l'on met à leur place, et cela contribue à justifier, en apparence, l'emploi de ces granulométries continues comportant des éléments inertes de grosseurs voisines de celles des grains de ciment. Mais la présence de ces éléments inertes très petits rend difficile leur enrobement systématique par la pâte de ciment pure, qui est la condition d'une bonne imperméabilité, et, par conséquent, de la longévité du ciment. C'est là encore un autre défaut de principe des granulométries continues.

Dans la conception qu'on leur oppose ici, on réaliserait une ossature ternaire, à trois éléments pseudo-homogènes; nous entendons par là que la variation relative des grosseurs des grains qui constituent chacun d'eux reste petite vis-à-vis du rapport α des grosseurs moyennes de deux éléments constitutifs. La grosseur du plus petit de ces éléments reste grande vis-à-vis de celles des grains de ciment, pour permettre une bonne imperméabilité.

On peut, par une série d'essais faciles, ou par le calcul de M. Caquot, confirmé ou rectifié s'il y a lieu à la suite des expérimentations méthodiques en cours, déterminer les volumes absolus V_1 , V_2 et V_3 des trois éléments (par mètre cube occupé) qui donnent à cette ossature la compacité maximum $V_1 + V_2 + V_3 = 1 - \varphi$. Une correction très facile à calculer reste alors à leur apporter en fonction du dosage de ciment que l'on désire adopter.

Dosage du ciment. — Pour celui-ci, on dispose alors de deux paramètres indépendants permettant de régler séparément : la résistance mécanique par le rapport $\frac{C}{E}$, qui caractérise la qualité de la pâte, et l'imperméabilité par le volume φ de cette pâte utilisé dans 1 m³ de béton.

Le volume φ doit être supérieur à φ ⁽³⁾ car les grains de ciment provoquent, en se glissant entre les grains inertes, une dilatation de l'ossature qui aboutirait à un béton incomplètement rempli pour $\varphi = \varphi$. On le déterminera en choisissant l'écartement moyen ε que l'on désire réaliser entre les grains inertes pour obtenir leur parfait enrobement. Cela revient à remplacer les grains réels par des grains fictifs obtenus en appliquant sur toute leur surface une couche de matière supplémentaire d'épaisseur $\frac{\varepsilon}{2}$. Reste à déterminer quelles

fractions des volumes V_1 , V_2 et V_3 sont à expulser pour loger cette pâte de ciment.

La solution tout à fait correcte du problème granulométrique qui vise à mettre le volume maximum possible de matière inerte, consisterait à rechercher la composition [V'_1 , V'_2 , V'_3] de compacité maximum d'une autre ossature ternaire, constituée avec les trois grains fictifs. Si les rapports du volume d'un grain fictif au grain réel correspondant sont égaux à $(1 + \eta'_1)$, $(1 + \eta'_2)$, $(1 + \eta'_3)$, l'ossature réelle devra comporter les volumes $\frac{V'_1}{1 + \eta'_1}$, $\frac{V'_2}{1 + \eta'_2}$, $\frac{V'_3}{1 + \eta'_3}$ de grains réels, et corrélativement le volume de pâte à y introduire sera

$$\varphi' = 1 - \left[\frac{V'_1}{1 + \eta'_1} + \frac{V'_2}{1 + \eta'_2} + \frac{V'_3}{1 + \eta'_3} \right].$$

Mais on peut, en partant de l'étude expérimentale de l'ossature de grains réels, déterminer une solution approximative, très peu différente d'ailleurs si ε est suffisamment petit.

On aurait, en effet, une autre solution parfaitement correcte si, partant de l'ossature réelle à compacité maximum (V_1 , V_2 , V_3), on rabotait à la surface de chaque grain une épaisseur $\frac{\varepsilon}{2}$ de matière, en vue de la remplacer par de la pâte. Le nombre des grains de chaque espèce resterait le même, mais le volume de chaque grain serait diminué dans les rapports $(1 - \eta_1)$, $(1 - \eta_2)$, $(1 - \eta_3)$. La solution approximative consistera à utiliser les grains réels en se contentant de réduire, dans les rapports ainsi définis, leur volume absolu *total*. L'ossature sera alors constituée avec les volumes $V_1(1 - \eta_1)$, $V_2(1 - \eta_2)$, $V_3(1 - \eta_3)$; le volume de pâte à y introduire sera donc

$$\varphi = \varphi + [V_1 \eta_1 + V_2 \eta_2 + V_3 \eta_3].$$

On notera que, si $\frac{\varepsilon}{2}$ est petit vis-à-vis du rayon moyen $r = \frac{\rho}{s} = \frac{g}{10}$ des grains considérés et des rayons de courbure locaux de leur surface, on a, très sensiblement,

$$\eta = \eta' = \frac{s \frac{\varepsilon}{2}}{s r} = \frac{\eta \varepsilon}{g}.$$

On dispose encore, pour régler la résistance mécanique du béton, du rapport $\frac{C}{E}$ c'est-à-dire de la proportion de ciment et d'eau dans la pâte dont on a ainsi déterminé le volume φ . On ne peut toutefois le choisir arbitrairement que dans un domaine de valeurs limité par deux conditions. Il doit être assez grand pour que la pâte pure donne, après prise, un matériau imperméable en soi; il doit, d'autre part, rester assez faible pour qu'elle se mélange facilement à l'ossature et qu'elle arrive à bien mouiller la

(3) Il est à noter que le vide φ (= eau + air) de l'ossature mouillée est plus petit que celui que l'on mesure sur la même ossature sèche.

surface de tous les grains en donnant un béton maniable.

Il semble qu'il y ait, *a priori*, avantage pour la bonne prise du ciment sur les grains inertes, à mouiller ceux-ci avec de l'eau cédée par la pâte, et, par conséquent, chargée d'éléments très fins du ciment, plutôt qu'avec de l'eau pure formant une couche capillaire dans laquelle ces mêmes éléments auront plus ou moins de peine à pénétrer efficacement. Cela suppose la préparation d'une pâte

assez liquide puisqu'elle contient les quantités d'eau qu'on a coutume de chiffrer à part sous la désignation *d'eau de mouillage*.

Quand on a choisi la valeur du rapport $\frac{E}{C} = h$, le dosage C du ciment se trouve déterminé, car $e = E = hC$ et $c = \frac{C}{3,1}$ donnent l'équation

$$C \left(h + \frac{1}{3,1} \right) = 32 \quad \text{ou} \quad C = \frac{3,1}{1 + 3,1h} 32.$$

Manuscrit reçu le 15 juin 1945.