Discussion de formules et courbes theoriques relatives aux rayons γ

T. Kahan

▶ **To cite this version:**

T. Kahan. Discussion de formules et courbes theoriques relatives aux rayons γ. Journal de Physique et le Radium, 1939, 10 (10), pp.430-434. 10.1051/jphysrad:019390010010043000 . jpa-00233697

HAL Id: jpa-00233697
https://hal.science/jpa-00233697

Submitted on 4 Feb 2008

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

DISCUSSION DE FORMULES ET COURBES THEORIQUES RELATIVES AUX RAYONS γ

Par T. KAHAN,

Institut du Radium, Laboratoire Curie et Institut Henri Poincaré.

Sommaire. — L'auteur analyse et discute les diverses expressions théoriques concernant les trois effets photoniques : absorption photoélectrique, diffusion Compton et processus de matérialisation, en fonction de leurs domaines de validité et d'application. Il présente et étudie ensuite diverses courbes permettant de déterminer le nombre d'électrons projetés par effet Compton ainsi que l'allure des trois effets en fonction du nombre atomique et de l'énergie du quantum incident.

1. — Les rayons γ donnent lieu, lors de leur passage à travers la matière, à trois processus fondamentaux, à savoir l'effet photoélectrique (1), l'effet Compton et l'effet de matérialisation (ou de création de paires d'électrons). L'importance relative de ces trois effets, dans l'absorption totale que subit le rayonnement γ, dépend essentiellement du nombre atomique de l'élément absorbant et de la fréquence du rayonnement en question. Si donc un pinceau de rayons γ passe à travers la matière, ces trois effets donneront lieu à une absorption continue (contrairement à ce qui se passe lors de l'absorption sélective telle que l'excitation d'atomes ou de noyaux sur des niveaux discrets) suivant la loi

$$I = I_0 \exp.(-\tau x),$$

où I_0 est l'intensité initiale, I l'intensité après traversée d'une couche d'épaisseur x et τ le coefficient d'absorption représentant le nombre moyen de processus d'absorption photoélectrique, de diffusion Compton et de matérialisation que subit un photon γ sur 1 cm de parcours. τ se composera donc de trois termes

$$\tau = \tau_P + \tau_C + \tau_M.$$

2. Effet photoélectrique. — C'est l'annihilation du photon incident accompagnée par l'émission d'un électron orbital qui emporte l'énergie totale du photon. En vertu du principe de conservation de l'impulsion, l'électron libre est incapable d'absorber de la lumière; on doit donc s'attendre à ce que la probabilité pour l'absorption photoélectrique soit d'autant plus grande que l'électron est plus fortement lié. Aussi, dans un atome de Z donné, cette probabilité sera maximum pour la couche le plus profonde, c'est-à-dire la couche K. Cette probabilité varie aussi avec le nombre atomique de l'élément absorbant et est d'autant plus grande que Z est plus élevé. Pour les rayons γ très durs, l'effet photoélectrique ne se manifestera sensiblement que dans les éléments lourds.

Les formules théoriques de cet effet sont assez compliquées et varient avec la région énergétique considérée. Grosso modo et pour les éléments légers la section efficace d'absorption photoélectrique est proportionnelle à Z^5, ce qui montre l'accroissement prodigieux en fonction de Z.

Nous sommes en possession de quatre groupes distincts de résultats théoriques.

1° Calculs non relativistes de Sauter (2) et de Fischer (3), valables pour

$$\textit{tous les } Z, \qquad \textit{lorsque } \frac{h\nu}{mc^2} \ll 1 \text{ (4)}.$$

2° Calculs relativistes (c'est-à-dire basés sur la théorie de l'électron magnétique de Dirac) de Sauter (5) et de Hulme (6) valables pour

$$\textit{tous les } h\nu, \qquad \textit{lorsque } \frac{Z}{137} \ll 1.$$

Les raisons pour lesquelles il faut recourir à l'équation relativiste de Dirac sont les suivantes :

a. La vitesse de l'électron dans son état initial (couche K, etc.) n'est pas petite vis-à-vis de c (vitesse de la lumière); *b.* pour les rayons γ durs, la vitesse du photoélectron peut être de l'ordre de c.

Sauter a appliqué dans ses calculs l'approximation dite de Born qui consiste à remplacer les fonctions d'ondes de l'électron considéré par des fonctions d'ondes planes correspondant à un électron libre. Ainsi si l'énergie du photon incident est grande par rapport à l'énergie d'ionisation de l'électron K,

(1) Remarquons que la conversion interne des rayons γ représente un type particulier d'effet photoélectrique. Si un noyau émet un rayon γ, il peut arriver que ce photon soit absorbé par un électron K du même atome.

(2) *Ann. der Physik*, 1931, vol. **9**, p. 217.

(3) *Ann. der Physik*, 1931, vol. **8**, p. 821.

(4) Il est commode de rapporter, dans les formules théoriques, l'énergie $h\nu$ du photon à l'énergie au repos mc^2 de l'électron $\left(\frac{h\nu}{mc^2} = \varkappa = \text{paramètre de Compton}\right)$.

(5) *Ann. der Physik*, 1931, vol. **11**, p. 454.

(6) *Proc. Roy. Soc. A.*, 1931, vol. **133**, p. 381.

Article published online by EDP Sciences and available at http://dx.doi.org/10.1051/jphysrad:019390010010043000

on utilise, dans les éléments de matrices donnant la probabilité de transition électronique de l'état lié (spectre discontinu) à l'état libre (spectre continu), une onde plane pour la fonction d'onde du photoélectron.

Voici la formule de Sauter (valable dans les conditions ci-dessus) donnant la section efficace d'absorption photoélectrique pour la couche K :

$$\sigma_K = \sigma_0 \frac{3}{2} \frac{Z^5}{(137)^4} \left(\frac{mc}{h\nu}\right)^5 (\gamma^2-1)^{\frac{3}{2}} \times \left[\frac{4}{3} + \frac{\gamma(\gamma-2)}{\gamma+1}\left(1 - \frac{1}{2\gamma\sqrt{\gamma^2-1}} \log_e \frac{\gamma+\sqrt{\gamma^2-1}}{\gamma-\sqrt{\gamma^2-1}}\right)\right], \quad (1)$$

où

$$\gamma = \frac{h\nu + mc^2}{mc^2} = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}},$$

v = vitesse du photoélectron, $\sigma_0 = \frac{8\pi r_0^2}{3}$ est la section efficace pour la diffusion classique de Thomson (r_0 = rayon électronique = $2{,}8 . 10^{-13}$ cm).

Pour $\gamma \to 1$, cette formule prend la forme non relativiste

$$\sigma_K = \sigma_0 \frac{Z^5}{(137)^4} 4\sqrt{2} \left(\frac{mc^2}{h\nu}\right)^{\frac{7}{2}}. \quad (2)$$

Pour des énergies photoniques très grandes,

$$\frac{h\nu}{mc^2} \gg 1,$$

la formule (1) devient

$$\sigma_K = \sigma_0 \frac{Z^5}{(137)^4} \frac{mc^2}{h\nu}, \quad (3)$$

ce qui montre que σ_K décroît plus lentement avec la fréquence dans la région relativiste que dans la région non relativiste (2).

3° Pour les éléments lourds, la formule (1) de Sauter n'est plus valable. On peut alors utiliser la formule suivante de Hall (7), valable pour

tous les Z, lorsque $\frac{h\nu}{mc^2} \gg 1$ (région relativiste),

$$\sigma_K = \frac{A}{\beta^2\beta^2 \exp.\beta(\pi - 2\beta)}, \quad (4)$$

où

$$A = 4\pi a_0^2 \alpha_0^8 Z^5 R \frac{mc^2}{h\nu},$$

$$R = \frac{k_0'^3 \varepsilon}{\alpha^4}\left[\frac{4}{3\varepsilon} + \frac{\varepsilon-2}{\varepsilon+1}\left(1 + \frac{1}{2\varepsilon k_0'} \log_e \frac{\varepsilon - k_0'}{\varepsilon + k_0'}\right)\right],$$

avec

$$\beta = \frac{2\pi e^2 Z}{hc}, \qquad \varepsilon = \alpha + (1-\beta^2)^{\frac{1}{2}},$$

$$a_0 = \frac{h^2}{4\pi^2 mc^2}, \qquad \alpha = \frac{h\nu}{mc^2},$$

$$\alpha_0 = 2\pi \frac{e^2}{hc}, \qquad k_0' = (\varepsilon^2-1)^{\frac{1}{2}}.$$

(7) *Phys. Rev.*, 1934, vol. **45**, p. 620.

Cette formule, il est vrai, prête à critique au point de vue théorique, mais elle représente bien les résultats expérimentaux même dans la région où $h\nu \sim mc^2$.

4° Les calculs relativistes de Hulme, Mc Dougall, Buckingham et Fowler (8) sont valables pour

tous les Z et tous les $h\nu$.

mais ils sont impraticables à cause de l'extrême longueur des calculs numériques nécessaires lorsque $h\nu/mc^2$ est supérieur à 4. Aussi ces auteurs se sont-ils bornés à calculer la section efficace (relative aux deux électrons de la couche K), pour $Z = 26$, 50 et 84 et pour $mc^2/h\nu = 0{,}452$ et $1{,}443$. Ils se sont servis de la formule de Hall pour compléter leurs valeurs dans la région $mc^2/h\nu < 0{,}452$. Les différences entre les valeurs théoriquement irréprochables de ces auteurs et celles données par la formule (4) de Hall sont petites et diminuent lorsque $h\nu$ augmente.

La précision de ces calculs est d'environ 10 pour 100. Ajoutons encore que Hall et Rarita (9) ont aussi calculé l'absorption dans la couche L lorsque $h\nu/mc^2 \gg 1$, et trouvent une absorption égale à 1/5 de l'absorption de la couche K. Comme l'absorption dans toutes les autres couches est négligeable, il en résulte que $\sigma_K + \sigma_L + \ldots = \frac{6}{5}\sigma_K$.

En multipliant σ par le nombre d'atomes par centimètre cube N, on obtient le coefficient d'absorption $\tau_P = N\sigma$.

L'accord entre théorie et expérience est généralement excellent.

3. L'effet Compton (choc photon-électron). — Se manifeste par le transfert d'une partie de l'énergie du photon incident à l'électron frappé. Le phénomène peut se produire aussi sur un électron libre car ce problème de 2 corps satisfait aux théorèmes de conservation mécaniques. La section efficace de cet effet est donnée par la formule de Klein-Nishina (10), déduite de la théorie relativiste de l'électron

$$\sigma_c = \sigma_0 \frac{3}{4}\left\{\frac{1+\alpha}{\alpha^3}\left[\frac{2\alpha(1+\alpha)}{1+2\alpha} - \log_e(1+2\alpha)\right] + \frac{1}{2\alpha}\log_e(1+2\alpha) - \frac{1+3\alpha}{(1+2\alpha)^2}\right\}, \quad (5)$$

où $\alpha = h\nu/mc^2$.

Dans le cas non relativiste ($\alpha \ll 1$), on retrouve $\sigma_c = \sigma_0$, car les premiers termes du développement en série de (5) sont

$$\sigma_c = \sigma_0\left(1 - 2\alpha + \frac{26}{5}\alpha^2\right). \quad (6)$$

Dans le cas où $\alpha \gg 1$ (cas relativiste extrême),

(8) *Proc. Roy. Soc. A.*, 1935, vol. **149**, p. 131.
(9) *Phys. Rev.*, 1934, vol. **46**, p. 143.
(10) *Z. f. Physik*, 1929, **52**, p. 853.

(5) se réduit à

$$\sigma_c = \sigma_0 \frac{3}{8} \frac{1}{\alpha} \left(\log_e 2\alpha + \frac{1}{2} \right), \qquad (7)$$

ce qui montre que pour $h\nu/mc^2$ très grand, le nombre de photons diffusés diminue avec la fréquence du rayonnement incident. En d'autres termes, le pouvoir pénétrant des rayons γ très durs augmente avec la fréquence.

L'intensité I (énergie par cm²/sec.) diffusée par unité d'angle solide et par électron dans une direction φ est donnée en fonction de l'intensité incidente I_0, d'après Klein-Nishina

$$I = I_0 \frac{r_0^2}{2} \frac{1 + \cos^2\varphi}{[1 + \alpha(1 - \cos\varphi)]^3} \times \left\{ 1 + \frac{\alpha^2 (1 - \cos\varphi)^2}{(1 + \cos^2\varphi)[1 + \alpha(1 - \cos\varphi)]} \right\}. \qquad (8)$$

On peut en déduire par intégration la valeur de la section efficace par électron, c'est-à-dire la section efficace relative à la part de l'énergie incidente diffusée sous forme de rayonnement

$$\sigma'_c = \pi r_0^2 \left[\frac{1}{\alpha^3} \log_e (1 + 2\alpha) + \frac{2(1+\alpha)(2\alpha^2 - 2\alpha - 1)}{\alpha^2 (1 + 2\alpha)^2} + \frac{8\alpha^2}{3(1+2\alpha)^3} \right]. \qquad (9)$$

La section efficace σ''_c qui indique quelle fraction de l'énergie du pinceau de rayons γ incident est convertie en énergie électronique est naturellement

$$\sigma''_c = \sigma_c - \sigma'_c.$$

Il est intéressant de connaître aussi le nombre $n(\varphi_1, \varphi_2)$ d'électrons de recul (par photon incident d'énergie $h\nu$) projetés entre les angles φ_1 et φ_2 (φ est compté à partir de la direction du photon incident)

$$n(\varphi_1, \varphi_2) = \frac{3}{2} \sigma_0 \left| A \log_e \frac{\alpha + 1 + 2\alpha}{\alpha + 1} + \frac{B}{\alpha + 1 + 2\alpha} - \frac{C}{\alpha + 1} + \frac{D}{(\alpha + 1 + 2\alpha)^2} \right|_{\varphi_1}^{\varphi_2}, \qquad (10)$$

où

$$\alpha = (1 + \alpha)^2 \operatorname{tang}^2 \frac{\varphi}{2}. \qquad \alpha = \frac{h\nu}{mc^2}.$$

$$A = \frac{2\alpha - \alpha^2 + 2}{4\alpha^3}, \qquad B = -\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{2\alpha^2} \right), \qquad C = \frac{1}{2\alpha^2},$$

$$D = \frac{\alpha}{2}.$$

$n(\varphi_1, \varphi_2)$ est également déterminé à l'aide de la formule Klein-Nishina. Les courbes de la figure 1 représentent les nombres d'électrons projetés (par photon incident d'énergie $h\nu$) entre 0-10°, 0-20°, 10-20°, 20-40°, 40-60°, 60-80° et 80-90°, pour des $h\nu/mc^2$ allant jusqu'à $\alpha = 40$ ([11]) environ.

Remarquons d'abord que lorsque la fréquence croît, le nombre d'électrons projetés dans la direction du rayon γ incident augmente en valeur relative tout en diminuant en valeur absolue. En outre, si le nombre d'électrons projetés entre 0 et 20° reste pratiquement constant jusqu'à $\alpha = 5$ environ, il décroît considérablement au delà de $\alpha = 5$ comme il fallait du reste s'y attendre étant donné que la section efficace totale diminue avec la fréquence. Signalons aussi que la courbe relative au nombre d'électrons diffusés entre 0 et 20° passe par un maximum plat dans l'intervalle compris environ entre $\alpha = 5$ et $\alpha = 15$.

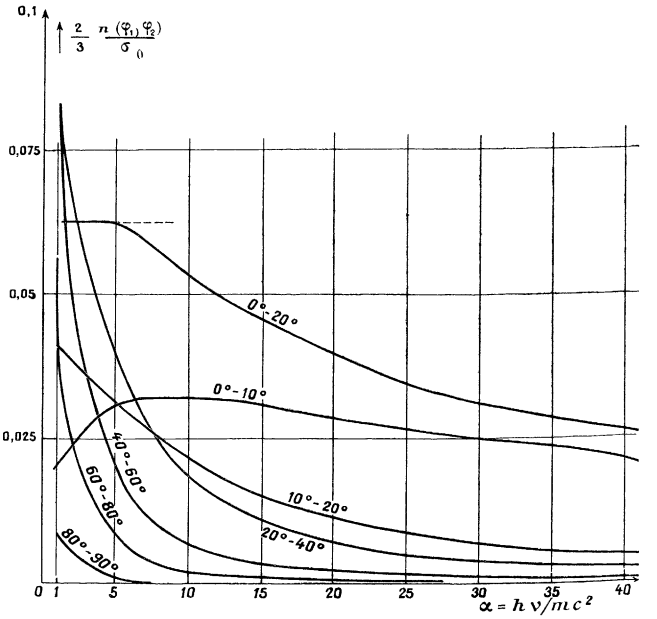

Fig. 1. — $n(\varphi_1, \varphi_2)$ en fonction de $\alpha = h\nu/mc^2$.

Le coefficient d'absorption par effet Compton (par centimètre) est donné par

$$\tau_c = NZ\sigma_c. \qquad (11)$$

L'accord entre théorie et expérience est satisfaisant.

4. Effet de matérialisation (ou de création de paires d'électrons). — Cet effet (annihilation du photon avec création d'un positon et d'un négaton) ne peut avoir lieu que lorsque l'énergie du photon γ est supérieure au double de l'énergie au repos mc^2 d'un électron $h\nu > 2\,mc^2 = 1{,}02$ MeV.

Lorsque $h\nu \gg mc^2$, la section efficace pour la matérialisation d'un photon de fréquence ν (création d'une paire près d'un noyau de nombre atomique Z) est donnée par la formule suivante de Bethe et Heitler ([12]), (avec l'approximation de Born)

$$\sigma_M = \frac{r_0^2 Z^2}{137} \left(\frac{28}{9} \log_e \frac{2h\nu}{mc^2} - \frac{218}{27} \right), \qquad (12)$$

(sans effet d'écran).

([11]) *Cf.* SKOBELZYN, *Z. f. Physik*, 1930, **65**, p. 784. Rectification, *Ibid.*, 1931, **67**, p. 146.

([12]) *Proc. Roy. Soc.* A. 1934, vol. **146**, p. 83.

Lorsque $h\nu \gtrsim 137 mc^2 Z^{-\frac{1}{3}}$ (effet d'écran complet), on a, toujours d'après Bethe et Heitler,

$$\sigma_M = \frac{r_0^2 Z^2}{137}\left[\frac{28}{9}\log_e\left(183 Z^{-\frac{1}{3}}\right) - \frac{2}{27}\right]. \qquad (13)$$

On voit que la probabilité de matéralisation est proportionnelle à Z^2.

Pour les autres valeurs de $h\nu$, il n'existe pas de formule condensée.

La méthode théorique rigoureuse utilisée par Jaeger et Hulme ([13]) (qui consiste à faire appel aux fonctions d'onde sphériques exactes pour le mouvement d'un électron en présence d'un noyau lourd, sans recourir à des approximations autres que des approximations numériques dont on peut évaluer la précision) donne des valeurs supérieures à celles déduites des calculs de Bethe et Heitler. Comme il est impossible d'obtenir des formules exactes condensées pour la section efficace relative à ce phénomène, les auteurs anglais ([13]) se sont bornés à calculer σ_M pour des énergies photoniques de $3\,mc^2$ et $5{,}2\,mc^2$.

A titre de comparaison, nous donnons les résultats des calculs de Bethe-Heitler et de Jaeger-Hulme, reatifs au plomb

$\frac{h\nu}{mc^2}$	$\sigma_M \times 10^{24}$	
	Bethe-Heitler	Jaeger-Hulme
3.....	0,34	0,67
5,2.....	2,5	3,1

Toutefois, même pour les éléments lourds, on peut s'attendre à ce que l'approximation de Born (formules de Bethe-Heitler) donne de bons résultats pour les rayons γ de grande énergie ([14]).

([13]) *Proc. Roy. Soc.* A, 1936, vol. **153**, p. 443.

([14]) Remarquons toutefois que pour $h\nu = 2{,}65$ MeV (rayons γ du ThC") l'expérience est en désaccord avec la valeur théorique indiquée par Jaeger et Hulme, mais en accord complet avec la valeur théorique de Bethe et Heitler (*cf.* W. GENTNER, *Z. f. Physik*, 1936, **100** p. 445 et J. C. JACOBSEN, *ibid.*, 1936. **103**, p. 747).

Le coefficient d'absorption par centimètre, dû au phénomène de matérialisation, est donné par

$$\tau_M = N\sigma_M. \qquad (14)$$

5. Importance relative des trois effets. — L'importance relative des trois effets étudiés est fonction de $h\nu$ et de Z (variation avec la fréquence du rayonnement incident et le nombre atomique de l'élément absorbant). Les régions où l'un de ces effets donne une contribution de plus de 50 pour 100 au coefficient d'absorption total sont les suivantes, pour l'aluminium ($Z = 13$), le cuivre ($Z = 29$) et le plomb ($Z = 82$) (*voir* le Tableau ci-dessous).

La figure 2 représente l'allure (ordre de grandeur)

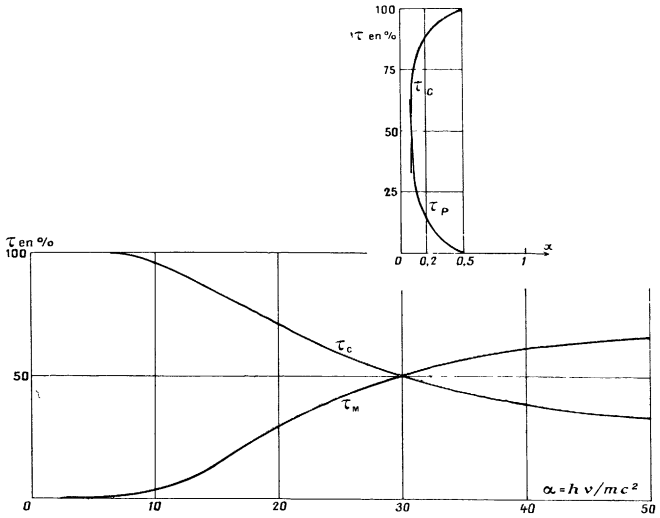

Fig. 2. — Importance relative (en pour 100) des trois effets, en fonction de $\alpha = h\nu/mc^2$, dans le cas de l'aluminium.

de l'importance relative (exprimée en pour 100 du coefficient d'absorption total) des trois effets étudiés en fonction du paramètre $\alpha = h\nu/mc^2$, dans le cas de l'Al.; elle permet de se rendre compte immédiatement dans quel intervalle énergétique tel effet prédomine.

Substance	Effet photoélectrique	Effet Compton	Effet de matérialisation
Al.....	$\frac{h\nu}{mc^2} < 0{,}1$ $h\nu < 51\,0000$ eV	$0{,}1 < \frac{h\nu}{mc^2} < 30$ $51\,000 < h\nu < 15{,}3.10^6$ eV	$\frac{h\nu}{mc^2} > 30$ $h\nu > 15{,}3.10^6$ eV
Cu.....	$\frac{h\nu}{mc^2} < 0{,}3$ $h\nu < 153000$ eV	$0{,}3 < \frac{h\nu}{mc^2} < 20$ $153.10^3 < h\nu < 10{,}2.10^6$ eV	$\frac{h\nu}{mc^2} > 20$ $h\nu > 10{,}2.10^6$ eV
Pb.....	$\frac{h\nu}{mc^2} < 1$ $h\nu < 0{,}51.10^6$ eV	$1 < \frac{h\nu}{mc^2} < 10$ $0{,}51.10^6 < h\nu < 5{,}1.10^6$ eV	$\frac{h\nu}{mc^2} > 10$ $h\nu > 5{,}1.10^6$ eV

La figure 3 est relative au cuivre, la figure 4, au plomb. Ainsi, par exemple, pour $\alpha = 5$, on lit sur

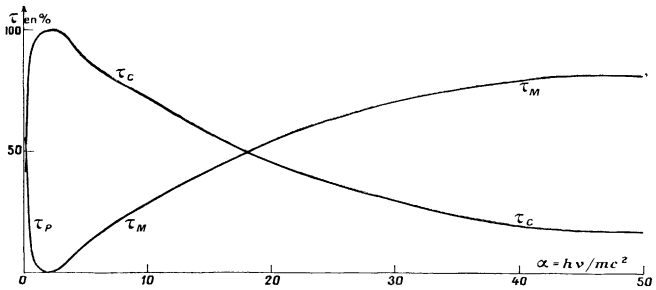

Fig. 3. — Importance relative (en pour 100) des trois effets, dans le cuivre, en fonction de $\alpha = h\nu/mc^2$.

la figure 4 : $\tau_P = 9$ pour 100, $\tau_C = 76$ pour 100 et $\tau_M = 15$ pour 100 ($9 + 76 + 15 = 100$). La

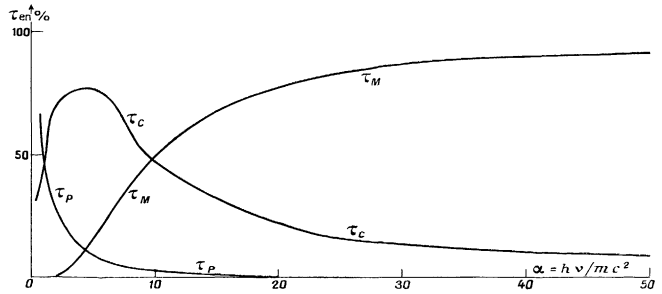

Fig. 4. — Importance relative (en pour 100) des trois effets, dans le plomb, en fonction de $\alpha = h\nu/mc^2$.

figure 5 montre, pour quelques valeurs de $h\nu/mc^2$, la variation de l'importance relative de trois effets en fonction du nombre atomique Z.

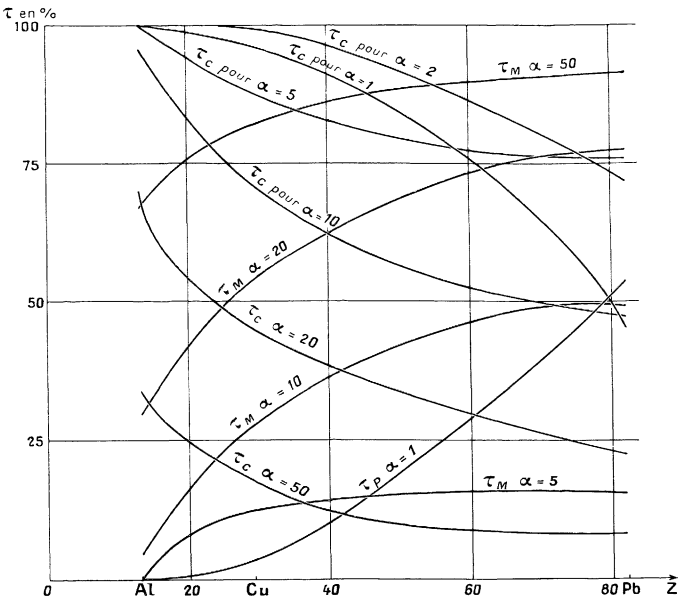

Fig. 5. — Variation de l'importance relative (exprimée en pour 100 de τ total) des trois effets, en fonction de Z.

Ce travail m'a été suggéré par Mme Joliot-Curie. Je tiens à la remercier ici pour tout l'intérêt qu'elle m'a témoigné au cours de la rédaction et des calculs.

Manuscrit reçu le 8 juillet 1939.