LA CORRECTION DES COURBES MICROPHOTOMÉTRIQUES

Par MM. P. JACQUINOT et M. MEUNIER.

Sommaire. — Les courbes données par les microphotomètres enregistreurs doivent être corrigées de l'effet de la distribution de l'intensité lumineuse dans l'image de la fente exploratrice si l'on veut obtenir une représentation exacte de la répartition de l'opacité entre les détails fins d'un cliché. Les auteurs donnent une méthode d'approximations successives qui permet de faire cette correction sans qu'il soit nécessaire de connaître la loi de distribution de l'intensité dans l'image de la fente. Ils montrent d'autre part que pour obtenir la distribution de l'intensité dans le spectre d'une source lumineuse, on ne peut pas en général faire d'un seul coup la correction des déformations introduites par l'appareil spectroscopique et par le microphotomètre.

I. Corrections-propres au microphotomètre. — Pour connaître sous la forme d'une courbe la répartition de l'opacité sur un cliché spectral on se sert d'un microphotomètre. Si les détails du cliché à examiner sont fins la courbe obtenue ne représente que qualitativement la répartition cherchée. Nous allons examiner comment se fait la déformation, et indiquer un moyen de corriger la courbe obtenue F pour retrouver la répartition vraie V de l'opacité sur le cliché. Nous supposons que la seule cause de déformation est la largeur de la fente exploratrice, c'est-à-dire que les déviations de l'appareil sont proportionnelles aux opacités et que l'on opère de façon à éliminer l'inertie. La fente n'est pas infiniment fine, et d'autre part diverses causes (diffraction, aberrations géométriques, réflexions sur les faces du cliché) font que son image n'est pas une ligne lumineuse, mais une bande, souvent plus large que l'on ne croit.

Soit $M(y)$ l'intensité lumineuse sur une ligne d'abscisse y dans cette bande $V(z)$ l'opacité en un point d'abscisse z du cliché, Φ le flux lumineux qui traverse le cliché quand l'origine de la courbe V est à une distance z du centre de la fente : le spot du galvanomètre se trouve alors en un point d'abscisse z sur le papier enregistreur ⁽¹⁾ et d'ordonnée F proportionnelle à Φ (comptée à partir de la ligne des opacités nulles) (fig. 3).

Pour la ligne lumineuse d'abscisse y et de largeur dy on a :

$$dF = M(y) V(z - y) dy.$$

On a donc :

$$F(z) = \int_{-\infty}^{+\infty} M(y) V(z - y) dy.$$

Soit, en abrégant : $F = \int M \cdot V$.

Il n'y a lieu de considérer cette équation que dans le cas où la largeur de V est du même ordre que celle de M . On présumera qu'il en est ainsi si la courbe F a une allure étroite et pointue.

On commence à avoir une déformation notable quand la largeur de V est au plus six ou sept fois la largeur de M calculée d'après les constantes de l'appareil.

Méthodes de résolution de l'équation intégrale. — La méthode normale est celle des fonctions de Fourier. Malheureusement elle exige la connaissance, au moins graphique, de la fonction M . Il faut renoncer à connaître M théoriquement les résultats trou-

⁽¹⁾ En supposant le grandissement égal à 1.

vés ainsi étant nettement inacceptables. Pour déterminer expérimentalement cette fonction il faudrait passer au microphotomètre un trait dont la largeur fût très petite par rapport à celle de la fente.

Un tel trait est difficilement réalisable et l'allure des courbes ainsi obtenues montre que le résultat n'est pas atteint. On doit donc renoncer à connaître M , même avec une lointaine approximation.

Dans un problème analogue Burger et Van Cittert [*Zeitschrift für Physik* 79 (1932), 722] donnent une solution de cette équation, ramenée par un artifice à une équation de Fredholm. Les solutions approchées au premier, deuxième ou troisième ordre s'expriment par les séries suivantes :

$$\begin{aligned} V_1 &= F. \\ V_2 &= 2F - F_1 \quad \text{en posant} \quad F_1 = \int M.F. \\ V_3 &= 3F - 3F_1 + F_2 \quad \quad \quad F_2 = \int M.F_1. \\ V_n &= nF - \frac{n(n-1)}{2} F_1 \dots\dots \pm F_{n-1}. \end{aligned}$$

Ensuite ils regroupent les termes d'une autre manière, de façon à obtenir un noyau de résolution composé avec des intégrales du type

$$M_1 = \int M.M, \dots\dots, M_n = \int M.M_{n-1}.$$

Ils obtiennent ces intégrales au moyen d'un intégrateur optique exigeant la connaissance graphique de M , donc inapplicable ici.

Toutefois les séries données plus haut peuvent fournir la solution cherchée; on peut en effet obtenir physiquement les intégrales F_n . Il suffirait pour cela de passer au microphotomètre un cliché dans lequel la distribution d'insensité fût F ; mais on atteindra le même résultat avec un cliché à « largeur variable », obtenu en photographiant la courbe F découpée sur du papier blanc et collée sur un fond noir : ce cliché passé au microphotomètre avec une fente plus haute que la plus grande ordonnée donnera la courbe F_1 . En recommençant l'opération avec la courbe F_1 on obtiendra F_2 et ainsi de suite. On pourrait alors calculer V_n par la série donnée plus haut; mais on verra plus loin que cette méthode peut donner lieu à d'assez graves erreurs expérimentales.

La méthode à laquelle nous nous sommes arrêtés suit de plus près la signification physique des corrections et s'appuie sur une démonstration élémentaire de la solution de l'équation intégrale, valable pour les types de fonctions M que l'on peut rencontrer physiquement.

Posons $V_1 = F$, solution de première approximation : c'est ce que donne directement le microphotomètre. V_1 diffère assez peu de V et $\int V_1 M$ doit différer peu de $V_1 = \int V.M$. Posons donc $\int V_1 M - \int VM = h_1$; h_1 étant petit par rapport à V_1 et à V . De même h_1 différerait peu de son interprétation $\int h_1 M$ par le microphotomètre et l'on peut écrire $h_1 = \int h_1 M - \int \varepsilon_1 M$; ε_1 étant petit par rapport à h_1 . On a alors.

$$\int VM = \int V_1 M - \int h_1 M + \int \varepsilon_1 M \quad (1)$$

$$\text{ou} \quad V = V_1 - h_1 + \varepsilon_1 \quad (2)$$

En négligeant ε_1 nous obtiendrons pour V la solution du second ordre $V_2 = V_1 - h_1$. Soit en remplaçant h_1

$$V_2 = 2V_1 - \int V_1 M.$$

(1) On peut en effet tirer (2) de (1) parce qu'il n'existe, étant donnée la nature du problème, aucune fonction Φ non identiquement nulle telle que $\int M \Phi = 0$.

On peut recommencer la même opération sur V_2 , et, en général poser

$$\int V_n M - \int V M = h_n \quad \text{avec} \quad h_n = \int h_n M - \int \epsilon_n M$$

d'où, en négligeant ϵ_n et en remplaçant h_n par sa définition

$$V_{n+1} = V_1 + V_n - \int V_n M.$$

Nous appliquons directement cette formule de récurrence puisque nous pouvons obtenir par le procédé indiqué les intégrales $\int V_n M$. Cette solution est mathématiquement équivalente à la solution donnée plus haut; il suffirait en effet d'appliquer la formule de proche en proche pour retrouver les séries de Van Cittert.

Mais il vaut mieux appliquer directement la loi de récurrence que chercher à obtenir les termes $F_1, F_2, F_n = \int F_{n-1} M$ pour ensuite calculer V_n : en effet, au fur et à mesure que l'on avance dans les opérations ces fonctions F se ressemblent de plus en plus, les termes correctifs sont alors formés par des différences de plus en plus petites, donc difficiles à mesurer avec précision, et affectées de coefficients de plus en plus élevés, ce qui peut conduire à des erreurs importantes. On peut s'en rendre compte en mettant les séries sous la forme suivante :

$$\begin{aligned} V_1 &= F. \\ V_2 &= F + (F - F_1). \\ V_3 &= F + 2(F - F_1) + (F_2 - F_1). \\ &\dots\dots\dots \\ V_n &= F + (n-1)(F - F_1) + \dots \end{aligned}$$

Au contraire, nous utilisons les intégrales $\int V_n M$ qui sont de plus en plus différentes des fonctions V_n qu'elle interprètent, si bien que les différences $V_n - \int V_n M$ sont plus faciles à mesurer, et comme elles ne sont pas affectées de coefficients la précision est bien plus grande.

D'autre part les petites erreurs que l'on a pu commettre dans les opérations intermédiaires peuvent être corrigées dans la dernière opération : il suffit que celle-ci soit juste et que la première le soit aussi; en effet si l'on a commis des erreurs, au lieu d'avoir V_n , on a une fonction légèrement différente V'_n et il est évident que l'on doit avoir, comme avant

$$V_{n+1} = V_1 + V'_n - \int V'_n M.$$

Lorsque $\int V_{n+1} M$ sera, aux erreurs d'expérience près le même que V_1 , on aura atteint la meilleure approximation que l'on peut espérer avec cette méthode.

Mode opératoire — et résultats. — Nous nous sommes servis d'un microphotomètre de Chalonge et Lambert; la fente mesurait 1/10 de millimètre et son image était formée sur le cliché avec un objectif de grandissement 1/10. Le premier enregistrement donne F_1 . On découpe la courbe obtenue on la colle sur une feuille de papier noir et on en fait une photographie avec un grandissement inverse de celui du microphotomètre. Les ordonnées maxima de la courbe doivent être choisies de façon qu'une fois réduites, elles soient légèrement inférieures à la longueur de la fente du microphotomètre. Les photographies sont faites sur des plaques à grains très fins et développées de façon à ne pas présenter d'irradiation.

On passe ensuite cette photographie au microphotomètre et on obtient l'intégrale $F_1 = \int F M$. La partie utilisée de la fente doit être uniformément éclairée sur sa longueur et parallèle à l'axe des ordonnées. En toute rigueur on ne peut pas dire que l'on ait effectué l'intégration $\int F M$, car la mise au point ou l'épaisseur des plaques peuvent

avoir changé, et l'on peut avoir à retoucher au réglage: mais l'expérience a montré que la meilleure mise au point, jugée par plusieurs opérateurs, donne toujours sensiblement la même fonction M , c'est-à-dire la même courbe F .

Fig. 1.

La courbe $F_1 = \int F.M$, ainsi obtenue est ramenée à la même échelle que la courbe initiale. Pour cela on se rapporte à l'ordonnée d'un maximum large, donc non altérée, ou d'un maximum artificiel obtenu en photographiant à côté de la courbe une bande de papier rectangulaire. Ensuite on effectue graphiquement la somme $V_2 = F + F - F_1$.

On recommencera avec V_2 l'opération faite avec F de façon à avoir $\int V_2 M$. Si l'approximation du deuxième ordre était suffisante on aurait $\int V_2 M = F$. Sinon on fait graphiquement la somme $V_3 = V_1 + V_2 - \int V_2 M$ — Et ainsi de suite.

Nous donnons ici deux exemples qui montrent jusqu'où peut aller la déformation et quel est l'ordre d'approximation nécessaire suivant les cas.

Pour le premier (extrait d'un cliché de l'arc du fer avec un spectrographe Hilger en quartz) les largeurs des raies sont d'environ 55μ et les distances entre centres de 100μ (fig. 1).

Fig. 2.

Le deuxième ordre a suffi: le tableau suivant donne les intensités des raies, mesurées en unités arbitraires sur les deux courbes F et V_2 , ainsi que les différences en pour 100.

RAIES.	$\frac{a}{-}$	$\frac{b}{-}$	$\frac{c}{-}$	$\frac{d}{-}$
V_1	100	88	88	71
V_2	100	99	100	81
Différences ...	0	11 pour 100	12 pour 100	12 pour 100

Pour le deuxième (extrait d'un cliché de bandes de l'Azote, obtenu dans le troisième

ordre d'un réseau concave) les largeurs de raies sont d'environ 25μ et les distances entre centres de 60μ . Le quatrième ordre est satisfaisant (fig. 2). Le tableau suivant donne les intensités mesurées sur les divers ordres (100 mesure un maximum artificiel large, non

Fig. 3.

représenté sur la figure); la dernière ligne représente les ordonnées mesurées sur la courbe $\int V, M$. Elles sont les mêmes, à 3 pour 100 près que celles de V_1 (Naturellement cette seule égalité des maxima ne serait pas suffisante il faut aussi, comme c'est le cas, que les courbes soient identiques). Cette coïncidence à 3 pour 100 près, peut être considérée comme satisfaisante dans des opérations de cette nature.

	RATES.	a	b	c	d	MAX. ART.
V_1		56	83	78	58	100
V_2		72	90	88	72	»
V_3		82	97	96	80	»
V_4		80	98	98	84	
Différence en pour 100						
$(V_4 - V_1)$		29	15	20	30	
$\int V_n M$		58	84	80	58	»

Ce tableau montre qu'il faut prendre certaines précautions dans la mesure des intensités; il faut noter, cependant que nous n'avons pas employé, à dessein, les fentes les plus fines dont on peut disposer.

II. Une fois la fonction V connue on peut se proposer de chercher quelle est la répartition vraie W de l'intensité lumineuse dans la source.

On doit d'abord noter que V ne représente pas l'intensité dans le plan focal de l'appareil spectral, mais une fonction f — (la relation photographique entre les opacités O et les intensités i étant $O = f(i)$) de cette intensité. La connaissance de f permettra d'obtenir la distribution $S(y)$ de l'intensité dans le plan focal.

On doit rechercher maintenant la relation entre S et W . On peut considérer l'appareil spectral comme formé d'une partie dispersive et rigoureusement stigmatique étalant les longueurs d'ondes dans un plan P suivant une distribution $W(x)$, et d'une partie optique donnant d'une ligne très fine de ce plan une image dans laquelle la répartition d'intensité soit A . Soient y les abscisses dans ce plan P' , l'image d'une ligne d'abscisse x et de largeur dx dans P donne une intensité $A(y-x)dx$ en chaque point de P' . Si $W(x)$ est l'intensité de la ligne de P l'intensité en chaque point de P' est $W(x) \times A(y-x)dx$. Donc à une répartition $W(x)$ dans P correspond une répartition dans P'

$$S(y) = \int_{-\infty}^{+\infty} W(x) A(y-x) dx.$$

Notons tout de suite que cette équation est la même que l'équation de déformation du

microphotomètre. Malheureusement il ne paraît pas possible d'imaginer un procédé de résolution analogue, n'exigeant pas la connaissance de A . Il faut donc chercher d'abord à connaître A . On photographiera pour cela une raie aussi monochromatique que possible; son cliché passé au microphotomètre donnera une courbe F_A , qui une fois corrigée donnera V_A ; la connaissance de la loi photographique permettra de retourner à $S_A = A$.

On peut alors appliquer les procédés normaux de résolution de l'équation. (Fonctions de Fourier, ou procédé de Burger et Van Cittert).

On peut se demander s'il ne serait pas possible de considérer les deux déformations du type intégral comme une déformation résultante unique afin de pouvoir les corriger en une seule opération.

La relation entre F et W peut s'écrire, en reprenant les expressions précédentes :

$$F(z) = \int_{-\infty}^{+\infty} M(z-y) \cdot f \left[\int_{-\infty}^{+\infty} W(x) A(x-y) dx \right] dy.$$

Il est clair que si f a une forme quelconque on ne peut pas écrire F sous la forme d'une intégrale double, donc que les trois corrections doivent être séparées.

Au contraire si f est linéaire, on peut écrire, à une constante près :

$$F(z) = \int \int_{-\infty}^{+\infty} A(y-x) M(z-y) W(x) dx dy.$$

Il n'y a qu'à poser

$$B(z-x) = \int_{-\infty}^{+\infty} A(y-x) M(z-y) dy$$

et F se met sous la forme

$$F(z) = \int B(z-x) W(x) dx.$$

Dans ce cas il existe une fonction globale B qui n'est autre que A déformé par le microphotomètre. On obtiendrait directement B en passant au microphotomètre le cliché d'une raie monochromatique. Et c'est sans doute ainsi que l'on pourrait interpréter le mémoire, déjà cité, de Burger et Van Cittert sur les répartitions apparente et vraie d'intensité dans les raies spectrales; car ces auteurs ne donnent entre les deux répartitions qu'une seule équation, ne précisant d'ailleurs pas comment ils obtiennent la distribution apparente sous la forme d'une courbe. Malheureusement il n'y a pas de parties rectilignes dans la caractéristique (*opacités-intensités*).

Il est, toutefois, des cas de simplification où l'une des deux corrections du type intégral peut être supprimée, même dans l'étude des détails fins.

Par exemple si la fonction A est large par rapport à la fonction M ; on peut alors négliger la déformation du microphotomètre. Mais les appareils spectraux sont rarement conçus dans le but de réaliser cette condition; en effet quand l'appareil permet d'obtenir une certaine largeur angulaire de A , sa distance focale est déterminée de façon à ne pas dépasser une certaine largeur linéaire minimum de A , imposée par les propriétés des plaques. Evidemment l'augmentation de la distance focale seule n'augmente pas le pouvoir séparateur de l'appareil, mais donne des clichés de largeur plus grande, qui sont avantageux pour l'emploi du microphotomètre ⁽¹⁾.

Quant aux procédés qui consisteraient à agrandir, soit photographiquement, soit directement sur le microphotomètre, les clichés à étudier, ils sont évidemment inférieurs aux procédés qui consistent à les obtenir grands dans l'appareil spectral même, car ces agrandissements introduisent de nouveau des déformations du type intégral.

(1) Ce procédé n'est pas avantageux dans l'étude des sources peu lumineuses.