Existe-t-il un troisième coefficient de friction mutuelle B'' ?

P. Mathieu, B. Plaçais, Y. Simon

► To cite this version:

P. Mathieu, B. Plaçais, Y. Simon. Existe-t-il un troisième coefficient de friction mutuelle B'' ?. Journal de Physique Lettres, 1985, 46 (6), pp.233-240. 10.1051/jphyslet:01985004606023300 . jpa-00232505

HAL Id: jpa-00232505

<https://hal.science/jpa-00232505>

Submitted on 1 Jan 1985

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Classification
 Physics Abstracts
 67.40V

Existe-t-il un troisième coefficient de friction mutuelle B'' ?

P. Mathieu, B. Plaçais et Y. Simon

Groupe de Physique des Solides de l'Ecole Normale Supérieure (*),
 24, rue Lhomond, 75231 Paris Cedex 05, France

(Reçu le 5 novembre 1984, accepté le 28 janvier 1985)

Résumé. — Des mesures précises de l'atténuation d'un second son se propageant dans l'hélium II en rotation parallèlement à l'axe suggèrent *a priori* que le coefficient de friction mutuelle B'' n'est pas nul ($B'' = 0,021$ à 1,9 K). Mais l'existence d'états métastables correspondant à plusieurs niveaux de l'atténuation est incompatible avec le modèle semi-classique de la ligne de tourbillons.

Abstract. — Precise measurements of the attenuation of a second-sound wave propagating axially in rotating He II at first sight suggest that the third mutual-friction coefficient B'' has a non-zero value ($B'' = 0.021$ at 1.9 K). But the observation of metastable states associated with various levels of attenuation is not reconcilable with the semi-classical model of the vortex line.

1. Introduction.

Lorsqu'on met en rotation une cavité remplie d'He II à des vitesses angulaires $\Omega \sim 1 \text{ s}^{-1}$, il y apparaît un réseau de lignes de tourbillon superfluides (ou vortex) dont la densité n , en cm de ligne par cm^3 , est de l'ordre de 10^4 . A l'équilibre thermodynamique le champ de vitesse du fluide normal est rigoureusement $\mathbf{v}_{n0} = \Omega \times \mathbf{r}$, tandis que le champ superfluide $\mathbf{v}_{s0}$, qui résulte en détail de la distribution spatiale des vortex, ne fait qu'approcher la rotation solide. Sauf dans une zone superficielle le long des parois ($\sim 0,1 \text{ mm}$ d'épaisseur, cf. § 2) les vortex sont tous parallèles à l'axe vertical de rotation, et sont répartis uniformément avec la densité d'équilibre $n_0 = 2 \Omega / \kappa$, où $\kappa \simeq 10^{-3} \text{ cm}^2 \text{ s}^{-1}$ est le quantum de circulation.

Des petits mouvements de l'hélium dans la cavité tournante (par ex. : une onde stationnaire de deuxième son) se traduisant par une perturbation $\mathbf{v}_{n1}$, $\mathbf{v}_{s1}$ du champ de vitesses, et dont la longueur d'onde est grande devant la distance entre vortex, sont régis par les équations hydrodynamiques de Hall-Vinen [1] et Bekarevitch-Khalatnikov [2] (équations HVBK), où l'He II en rotation avec ses vortex est traité comme un milieu continu. Il y a une interaction forte entre superfluide et fluide normal dans le cas d'un mouvement relatif $\mathbf{v}_{n1} - \mathbf{v}_{s1}$ en présence de vortex (qui dans le cadre d'une théorie cinétique s'exprime par la diffusion des rotons par le cœur du vortex [1]). Dans les équations HVBK, cette interaction se traduit par l'introduction d'une force de friction mutuelle (par cm^3) $\mathbf{f}_{sn}$ dans le second membre de l'équation du mouvement du superfluide. Ecrite sous sa forme la plus générale [2], $\mathbf{f}_{sn}$ s'exprime en fonction de $\mathbf{v}_{n1} - \mathbf{v}_{s1}$ à l'aide de

(*) Laboratoire associé au Centre National de la Recherche Scientifique.

trois *coefficients cinétiques* sans dimension, qu'on a pris l'habitude de noter B , B' et B'' . Ces coefficients interviennent notamment dans la propagation d'une onde de 2^e son, qui est le moyen le plus commode de réaliser un mouvement relatif $v_{n1} - v_{s1}$ par contre-écoulement. Ainsi s'attend-on à ce qu'une onde qui se propage dans une direction faisant un angle θ avec le vecteur rotation Ω soit plus atténuée dans l'He II en rotation que dans l'He II au repos ($\Omega = 0$) à cause de la friction mutuelle, et on trouve que le coefficient d'atténuation $\alpha(\theta)$ peut s'écrire $\alpha(\theta) = \alpha_0 + B(\theta) \Omega/2 u_2$, où α_0 est l'atténuation au repos, u_2 la vitesse de 2^e son et :

$$B(\theta) = B \sin^2 \theta + B'' \cos^2 \theta. \quad (1)$$

On voit que B est responsable de l'atténuation de la composante transversale de l'onde, c'est-à-dire normale aux vortex, et B'' de la composante longitudinale.

Expérimentalement, on peut atteindre B , B' et B'' par l'étude des modes propres d'une cavité jouant le double rôle de résonateur et de vase tournant (facteur de qualité Q , fréquence de résonance ω , levée de dégénérescence...). Notons que B' n'entre pas dans la dissipation et n'intervient qu'exceptionnellement dans des cavités à modes dégénérés qui ne nous concernent pas ici [3]. Les premières mesures de $\alpha(\theta)$ [4] ont vérifié la loi (1) en $\sin^2 \theta$, mais, tandis que $B \sim 1$, $B'' \simeq 0$ à la précision annoncée des mesures ($\sim 2\%$). Ce résultat signifie en clair qu'aucune atténuation supplémentaire due à la rotation n'a été détectée jusqu'ici pour un son se propageant parallèlement aux vortex.

Déjà, avant Snyder, Tsakadze [5] avait tenté de mettre en évidence un B'' en regardant si l'amortissement du mouvement axial d'un cylindre oscillant verticalement dépendait de la rotation. Le résultat fut négatif; plus précisément, Tsakadze conclut que si B'' existe, il est certainement inférieur à 0,025 (à 1,86 K).

On a donc admis jusqu'ici que $B'' = 0$, non seulement parce qu'il n'est pas détecté, mais aussi parce qu'aucune théorie, qu'elle soit cinétique [1] ou hydrodynamique [6] ne prévoit de mécanisme évident d'interaction des lignes de tourbillons semi-classiques avec un son se propageant parallèlement. Un autre argument de poids, signalé par BK [2] et Tsakadze [5] eux-mêmes, est qu'un $B'' \neq 0$ serait incompatible avec la conservation du nombre de lignes de vortex, loi qui n'est en fait ni écrite, ni implicite dans le système d'équations HVBK, mais qui découle logiquement du modèle des lignes de vortex.

Il n'y aurait donc pas de problème, si, récemment, des mesures précises ($\sim 10^{-3}$) des variations de l'atténuation du deuxième son, destinées à étudier la distribution spatiale des vortex à l'équilibre thermodynamique dans une cavité inclinée, ne nous avaient révélé de façon un peu marginale l'existence d'une atténuation axiale faible, mais parfaitement mesurable, décrite par un $B'' \sim 10^{-2}$ [7]. La distribution spatiale des vortex étant, dans le détail, remarquablement conforme aux calculs théoriques fondés sur le modèle des lignes de vortex, nous avons répété avec soin et complété nos premières mesures de $B(\theta)$, dans le but exclusif de confirmer l'existence et de préciser les propriétés de l'atténuation axiale. L'ensemble des résultats expérimentaux montre que nous avons affaire à un phénomène complexe dont on ne peut rendre compte par la simple introduction d'un 3^e coefficient cinétique dans les équations HVBK, même si on fait abstraction des difficultés théoriques que nous avons évoquées.

2. Résultats expérimentaux à l'équilibre thermodynamique.

Nous ne reviendrons pas ici sur la technique expérimentale, longuement décrite ailleurs [3, 7, 8]. Disons simplement qu'une régulation de température particulièrement performante à 1,9 K [3], la construction de cavités sans couplages parasites avec le bain extérieur, qui permettent d'observer un mode pur [8], et enfin la surveillance continue de la phase du signal de deuxième son [3], sont les trois éléments originaux qui font que nous sommes capables de mesurer des variations *significatives* de $B(\theta)$ de l'ordre de quelques %; par exemple, celles qui sont associées à la variation de B avec la fréquence [8], ou précisément à des effets d'anisotropie en B''/B .

Le principe de mesure de $B(\theta)$ est simple. On étudie, en fonction de Ω et θ , le facteur de qualité Q (ou l'amplitude à la résonance $A \propto 1/Q$) d'une cavité parallélépipédique $L \times l \times h$, inclinée d'un angle θ sur l'axe vertical de rotation, de façon que les faces $L \times h$ restent parallèles à Ω . La cavité résonne sur son fondamental $\omega_0/2\pi = u_2/2L$ et on attend que, suivant une formule classique en acoustique, $1/Q = \alpha(\theta)L/\pi$. Mais cette formule simple suppose que la cavité est régulièrement et complètement remplie de vortex parallèles à Ω (dans le modèle continu $n = n_0 = 2\Omega/\kappa$ strictement uniforme). En fait, et il est important de le rappeler pour la suite de notre discussion, il existe des écarts $n - n_0$ à cette distribution idéale, même à l'équilibre thermodynamique, écarts d'ailleurs parfaitement prévisibles [7]. Ces « défauts » sont de deux types. Le long des parois parallèles à Ω , il apparaît une zone dite irrotationnelle, équivalente, dans le modèle continu, à une zone sans vortex ($n = 0$) d'épaisseur $d_0 \simeq 0,29 \Omega^{-1/2}$ mm [9]; ce manque de vortex se traduit naturellement par une baisse apparente de l'atténuation. D'autre part, le long des parois inclinées sur l'axe, le réseau subit une distorsion, les vortex arrivant perpendiculairement à la paroi, ce qui encore une fois se traduit par un écart $n - n_0$ sur une épaisseur d_0 . Tous ces effets de surface analysés en référence [7] entraînent des variations relatives du facteur de qualité, par rapport à sa valeur idéale $\alpha(\theta)L/\pi$, de l'ordre de d_0/h ou d_0/l , c'est-à-dire en pratique de l'ordre de 1 à 10 %. Leur effet est donc comparable en ordre de grandeur à un effet d'anisotropie lié au terme $B'' \cos^2 \theta$. Heureusement, comme $d_0 \rightarrow 0$ quand $\Omega \rightarrow \infty$, nous pouvons en extrapolant nos mesures à $\Omega \rightarrow \infty$, séparer l'atténuation en volume des effets de surface [7]. Des mesures particulièrement soignées de $B(\theta)$ dans une cavité $49 \times 20 \times 3$ mm³, à 1,875 K ($\omega_0/2\pi = 206$ Hz) révèlent une variation de $B(\theta)$ parfaitement linéaire en $\sin^2 \theta$ (voir Fig. 3 en Réf. [7]), conformément à la loi (1), avec :

$$\begin{aligned} B &= 0,855 \pm 0,005, \\ B'' &= 0,021 \pm 0,001. \end{aligned} \quad (2)$$

Nous avons insisté dans le titre sur le fait que toutes ces mesures, telles que celles de la figure 1, sont faites à l'équilibre thermodynamique. Dès nos premières mesures précises de B en son transversal ($\theta = \pi/2$), nous avons constaté que, suivant l'histoire antérieure de l'échantillon d'He II

Fig. 1. — Le coefficient d'atténuation axiale α'' est mesuré en fonction de la vitesse angulaire Ω . Sa valeur dépend des conditions de mise en rotation ; (●) états d'équilibre thermodynamique ; (○) états métastables.

[The axial second-sound coefficient α'' is measured as a function of the angular velocity Ω . The observed value is strongly dependent of the past history of the rotating He II sample as explained in the text ; (●) states of thermodynamic equilibrium ; (○) metastable states.]

en rotation, on pouvait obtenir toute une gamme d'états métastables pour lesquels les zones irrotationnelles le long des parois verticales avaient une épaisseur d plus faible ou plus grande que d_0 , valeur d'équilibre thermodynamique, tout en restant du même ordre de grandeur [9]. Dans un tel état métastable la densité de vortex en volume est toujours $n_0 = 2 \Omega/\kappa$, mais le nombre N de vortex est légèrement différent du nombre N_0 à l'équilibre thermodynamique : typiquement, à $\Omega/2\pi = 1$ tr/s, $N_0 \sim 10\,000$ et les écarts $N - N_0 \sim 100$, d'où encore une fois des variations de l'atténuation du son de l'ordre de quelques pour cent. Le seul état parfaitement reproductible et contrôlé est l'état d'équilibre thermodynamique, obtenu systématiquement dans nos expériences par une mise en rotation brutale du vase à partir de $\Omega = 0$ ou d'une vitesse plus élevée. Le test d'équilibre est précisément que le d mesuré a sa valeur théorique d'équilibre, calculée à partir d'un principe de minimum d'énergie libre [9]. L'état d'équilibre est ainsi atteint, et par conséquent l'amplitude $A(\Omega)$ stabilisée, au bout d'un temps τ de l'ordre de quelques minutes imposé par la viscosité du fluide normal.

Nous avons répété (à 1,9 K, et sous pression de vapeur saturante) des mesures d'atténuation axiale du 2^e son ($\theta = 0$) sur *plusieurs cavités de géométrie différentes* : cavités cylindriques verticales ($\varnothing$ 6 et 9 mm) et cavités $L \times l \times h$ de h variant de 3 à 9 mm. Si α_0 est le coefficient d'atténuation de l'onde dans la cavité à l'arrêt, ce coefficient devient $\alpha_0 + \alpha''$ en rotation. Si on interprète α'' comme un effet du troisième coefficient de friction mutuelle B'' , on peut écrire, comme on a vu, que $\alpha'' = B'' \Omega/2 u_2$, en négligeant ici les effets des ondes irrotationnelles le long des parois verticales. Ces effets de zone ne peuvent en effet modifier B'' que de quelques pour cent en valeur relative alors que B'' est mesuré au mieux à 5 ou 10 %. A un angle θ quelconque, les effets de zone irrotationnelle, intervenant sur l'atténuation transverse, peuvent au contraire concurrencer les effets d'anisotropie dus au terme $B'' \cos^2 \theta$. Strictement c'est α'' que nous mesurons, α'' intégrant toute cause de dissipation de l'onde sur la hauteur L de la cavité. Si on envisage un processus d'amortissement autre que la friction mutuelle longitudinale, l'équation $\alpha'' = B'' \Omega/2 u_2$ peut servir de définition expérimentale de B'' . Dans ce sens nous pouvons affirmer que B'' ne dépend ni de Ω , ni de la géométrie de la cavité. Ajoutons qu'en excitant plusieurs harmoniques $n\omega_0$ ($n = 3$ à 11) nous trouvons toujours le même α'' . Tout ceci montre que *l'atténuation axiale est un effet de volume uniformément réparti* dans une cavité, et le même pour toutes les cavités, propriétés que l'on attend bien évidemment d'un effet de friction mutuelle longitudinale.

Nous avons mesuré B'' (ou α'') en fonction de la température de 1,6 à 2,1 K (sous pression de vapeur saturante) puis en fonction de la pression de 1 à 15 bars (à 1,9 K) dans des conditions expérimentales un peu moins favorables : moins bonne stabilité de la température, utilisation d'un montage tournant sous pression plus délicat à manipuler [10]. Il en résulte que le rapport B''/B est à peu près constant (à 20 % près) :

$$B''/B \simeq 2,5 \times 10^{-3}. \quad (4)$$

Cette loi empirique paraît significative dans la mesure où, dans cette même gamme de température et de pression, B peut varier de 100 %. Dans l'expression de la force de friction mutuelle, B est en fait un coefficient complexe $B_1 + iB_2$ [6, 11], et c'est B_1 en toute rigueur et non B qui entre dans les formules de l'atténuation. La petite partie imaginaire $B_2 \simeq 5 \times 10^{-2}$ est responsable d'une faible diminution en rotation de u_2 ($\Delta u_2/u_2 \sim 10^{-4}$ à 1 tr/s) et se mesure par le déplacement de la fréquence de résonance ω_0 [8]. Si on prend à la lettre la relation (3), on s'attend à ce que B'' ait également une partie imaginaire $B_2'' = 0,025 B''$. L'effet $\Delta u_2/u_2$ correspondant, en son axial, est à la limite de notre précision. Cependant, nous avons pu détecter une variation de ω_0 qui avait le bon signe et le bon ordre de grandeur à un facteur 2 ou 3 près. Ces derniers résultats, même s'ils sont peu précis, suggèrent qu'il existe une relation physique simple entre B'' (défini expérimentalement par $\alpha'' = B'' \Omega/2 u_2$) et B .

3. Etats métastables.

La figure 1 montre des mesures typiques de α'' dans une cavité parallélépipédique en fonction, de la vitesse de rotation Ω , à 1,9 K. Les points tels que A (cercles pleins), obtenus par une mise en rotation ou décélération brutale (par exemple de 3 à 0,5 tr/s en 3 s), et qui correspondent à l'équilibre thermodynamique, s'alignent bien sur une droite $\alpha'' = k\Omega$, d'où, par définition expérimentale de B'' ($B'' = 2 u_2 k$), nous tirons la valeur $B'' = 0,021$ (avec $u_2 = 19,8$ m/s).

Mais nous observons qu'en établissant ou en variant la vitesse de rotation lentement nous pouvons construire des états métastables de l'échantillon d'hélium pour lesquels l'atténuation du son axial est nettement réduite. Ainsi, si le point M sur la figure 1, à $\Omega/2\pi = 0,3$ tr/s, caractérise un état obtenu en montant régulièrement Ω à partir d'une valeur initiale faible $\Omega/2\pi = 0,1$ tr/s, en deux heures.

Lorsqu'à partir d'un point d'équilibre thermodynamique tel que A, nous montons puis diminuons Ω avec une accélération $|d\Omega/dt| \simeq 10^{-4} \text{ s}^{-2}$ constante, la plus faible possible compatible avec un temps de manipulation ($\simeq 6$ h), nous observons un cycle quasi-réversible : d'abord une partie horizontale AN ($\alpha'' = \text{cte}$) lorsque Ω augmente, puis un retour sur un chemin NR qui rejoint la droite des états d'équilibre en R. Par contre, si à partir de A ou R, on décroît la vitesse de rotation, on suit toujours la droite d'équilibre A0 quelle que soit l'accélération. Jamais nous n'avons obtenu d'états pour lesquels $\alpha'' > k\Omega$.

Un état métastable tel que M ou N peut tenir des heures tant que le système ne subit pas de fortes perturbations. Des vibrations mécaniques fortes provoquées sur le montage, un flux de chaleur transitoire important injecté dans la cavité elle-même (typiquement 10 mW/cm² pendant quelques secondes), amènent systématiquement l'hélium à l'équilibre thermodynamique, où l'atténuation $\alpha'' = k\Omega$ est maximum. Nous n'avons pas observé de limite inférieure α'' , mais l'obtention d'un palier horizontal tel que AN suggère que si nous pouvions, à partir de $\Omega = 0$ strictement, monter Ω avec des accélérations de plus en plus faibles (ce qui n'est pas réalisable avec un seul réducteur et un seul système de contrôle de la rotation) nous pourrions sans doute obtenir des états à $\alpha'' = 0$.

Nous vérifions d'autre part, en regardant l'atténuation transverse, que dans des états métastables tels que M le nombre de lignes de vortex dans la cavité a bien sa valeur d'équilibre thermodynamique (à quelques pour cent près à cause des zones irrotationnelles). Toute variation importante du nombre de vortex, ou même tout écart à la densité d'équilibre n , se serait traduit par une forte variation apparente de B (phénomène qui d'ailleurs n'a jamais été observé). Nous serons donc contraints d'envisager différentes structures stables du réseau de vortex pour expliquer l'existence, à un même Ω , de différents états stables, révélés par l'atténuation axiale. C'est l'objet de la discussion qui suit ; étant donné son caractère spéculatif, nous nous sommes bornés jusqu'ici, autant que possible, à exposer les faits expérimentaux bruts.

4. Discussion.

Nous avons dit au paragraphe 1 que l'introduction d'un 3^e coefficient de friction mutuelle $B'' \neq 0$ dans les équations HVBK posait un sérieux problème de cohérence (non conservation du nombre de lignes). Mais de toute manière, l'existence des états métastables décrits au paragraphe 3 exclut cette interprétation simple de l'atténuation axiale : on ne voit pas pourquoi les effets d'une friction mutuelle longitudinale disparaîtraient ou du moins diminueraient considérablement ($\alpha'' \rightarrow 0$), sauf bien entendu par disparition des lignes de vortex elles-mêmes, ce qui, nous l'avons vu, ne se produit jamais.

Nous continuerons cependant à noter B'' la valeur expérimentale de $2 u_2 \alpha''/\Omega$, ou si on veut la valeur de $B(\theta)$ pour $\theta = 0$. Le fait qu'à l'équilibre thermodynamique B'' reste, malgré les variations de P et T , proportionnel à B , et que soit associée à l'atténuation axiale une variation de u_2 dans la même proportion que pour un son transverse, suggère fortement que l'atténuation

axiale est bien un phénomène de friction mutuelle lié à B avec l'interprétation possible suivante : le troisième coefficient de friction mutuelle est bien nul (et il n'y a pas de problème de conservation du nombre de lignes), mais il apparaît dans la cavité des éléments de vortex faisant un angle avec l'axe de rotation et donc avec la direction du champ sonore $\mathbf{v}_{n_1} - \mathbf{v}_{s_1}$, d'où une atténuation de l'onde proportionnelle à $B(\alpha'' \propto B)$ et au $\sin^2$ moyen de leur angle d'inclinaison. Ces éléments de vortex pourraient apparaître de deux manières, que nous examinerons successivement :

i) au réseau principal des lignes de vortex parallèles à Ω et de densité n , qui assurent la rotation quasi solide du superfluide, se superposerait une turbulence isotrope constituée par exemple de petits anneaux de vortex produits par une source parasite.

ii) les lignes de vortex grossièrement parallèles à Ω auraient des fluctuations d'orientation stationnaires.

Une turbulence isotrope stationnaire superposée au réseau normal donnerait dans α ou $B(\theta)$ un terme indépendant de θ :

$$B(\theta) = B \sin^2 \theta + C = (B + C) \sin^2 \theta + C \cos^2 \theta,$$

expression conforme à une loi du type (1), avec un B apparent légèrement déplacé et $B'' = C$. C'est ainsi que Snyder interprète des expériences anciennes [12], où il faisait tourner une cavité de lave poreuse directement dans un bain immobile, et où il observait $C \sim B$. Normalement on évite ce genre d'inconvénient en plongeant la cavité dans une boîte tournante faisant écran. On pourrait cependant imaginer que malgré cet écran il reste un taux de turbulence isotrope injectée dans la boîte, puis dans la cavité elle-même, à cause du mouvement relatif par rapport au bain principal ; ou encore, que des vibrations stationnaires du montage puissent créer accidentellement une très faible turbulence. Cette interprétation nous paraît exclue pour deux raisons évidentes. Il faudrait expliquer, d'une part, l'observation à l'équilibre thermodynamique d'un même taux de turbulence maximum, strictement proportionnel à Ω , et reproductible dans trois montages, pour différentes cavités et pour θ variable, c'est-à-dire pour différents couplages de la cavité avec son environnement. En particulier, le montage sous pression [10] était parfaitement étanche au superfluide et avait des caractéristiques mécaniques complètement différentes des deux autres. D'autre part, et à l'inverse, dans des conditions expérimentales identiques, pour un Ω donné, pour une même cavité dans un même montage, et pour le même angle $\theta = 0$, on aurait des taux de turbulence différents correspondant aux divers états métastables. Notons que le flux de chaleur alternatif q , qui engendre l'onde de deuxième son, ne peut être mis en cause, puisque nous opérons dans des conditions d'acoustique linéaire ; α'' est parfaitement indépendant de l'amplitude du son en dessous d'un certain seuil ($q \lesssim 0,1 \text{ mW/cm}^2$), que l'on soit dans un état d'équilibre ou dans un état métastable.

Envisageons la seconde hypothèse, où les vortex du réseau principal eux-mêmes s'écarteraient de la verticale (en volume). Eliminons tout d'abord le cas d'une erreur banale de mesure de θ où, pour un θ affiché nul, la cavité ferait en réalité un petit angle ϕ avec la verticale : pour avoir $B(\theta) = B \sin^2 \phi = 0,021$, il faudrait que $\phi \simeq 9^\circ$, ce qui représente un défaut d'alignement grossier qui de toute façon est exclu, puisqu'en faisant varier ϕ continûment de 2π , nous observons bien un minimum de $B(\theta)$ égal à B'' . Dans le cas d'une distorsion du réseau en volume où les lignes font localement un angle $\phi(r)$ avec Ω on aurait en moyenne $B < \sin^2 \phi > = B \sin^2 \phi_1 = B''$, avec $\phi_1 \simeq 9^\circ$ pour l'état d'équilibre. Des distorsions accidentelles dues à des vibrations mécaniques ou à des perturbations quelconques de l'écoulement sont à rejeter pour exactement les mêmes raisons que la turbulence isotrope.

Il s'agirait donc de distorsions stables, non entretenues, dont la structure dépendrait de l'histoire antérieure de l'échantillon d'hélium. On peut imaginer effectivement que de telles distorsions se produiraient si les vortex étaient piégés sur les parois. Mais, à partir de l'expérience, nous voyons à cela deux objections essentielles. La première est qu'il y aurait une structure d'équilibre, provoquée par de fortes perturbations *quelconques*, pour laquelle l'angle efficace ϕ_1 pren-

draît systématiquement la valeur limite 90° , indépendamment des dimensions de la cavité et de θ (c'est-à-dire de la longueur des lignes), et surtout indépendamment de Ω c'est-à-dire de la densité de vortex. La seconde objection est liée à l'observation, à l'équilibre thermodynamique, de la distribution spatiale des vortex : un réseau de lignes parallèles et uniformément réparti dans la masse avec des distorsions ordonnées près des parois (celles-là parfaitement prévisibles) rend compte quantitativement de nos résultats expérimentaux [7], à la seule condition d'accepter l'existence d'un coefficient d'atténuation B'' . Toutes nos observations indiquent qu'il se forme dans une cavité un réseau ordonné, parfaitement conforme au second principe de la thermodynamique, sans aucun effet de piégeage.

L'ensemble de nos résultats suggère donc que B'' n'est pas une propriété du réseau distordu mais bien une propriété caractéristique individuelle des vortex, qui, à l'échelle de la cavité ou même de la distance inter-vortex, restent des lignes droites parallèles à Ω (sauf très près des parois). Mais, en contre-partie, il faudrait ajouter dans les équations hydrodynamiques une variable de structure traduisant l'existence de plusieurs niveaux de B'' , associés par exemple à plusieurs états microscopiques stables des lignes de vortex. Nos résultats deviendraient clairs si on admettait seulement l'existence de deux états stables possibles pour une ligne de vortex.

Nous proposons donc un début d'interprétation, qui a bien entendu un caractère spéculatif, mais qui a l'avantage de la simplicité. Imaginons que deux types de vortex puissent se former dans une cavité en rotation : des vortex de type I pour lesquels $B'' = 0$, et des vortex de type S, plus stables, pour lesquels $B = B''_{\max}$. Lorsqu'on fait croître Ω , on suppose généralement que les vortex se forment sur les parois verticales de la cavité suivant un mécanisme de nucléation qui n'est toujours pas éclairci [9]. Nous pouvons alors interpréter le palier $\alpha'' = \text{cte}$ (AN sur la Fig. 1), obtenu à partir du point d'équilibre A (où tous les vortex sont du type S), si nous admettons que des vortex I se forment préférentiellement pour de très faibles accélérations $|d\Omega/dt|$, les vortex S initiaux se tassant vers le centre de la cavité ; en augmentant de $\Delta\Omega$, il entre $\Delta N_0 \simeq 2 \Delta\Omega l h / \kappa$ vortex I. Lorsque Ω décroît à partir de N on comprend la forme de la courbe de retour, pas tout à fait réversible : les premiers vortex qui sortent sont de type I à la périphérie, d'où un début de palier horizontal, puis sortent à la fois des vortex I et S, d'où une diminution de α'' , et on rejoint la courbe d'équilibre, qu'on ne quittera plus, quand les ΔN_0 vortex I sont tous sortis.

Dans des expériences anciennes sur la distribution spatiale des vortex [9] nous avons observé une valeur anormalement basse de la vitesse angulaire critique Ω_c , vitesse à laquelle apparaissent le ou les premiers vortex, dans une cavité de section rectangulaire $l \times h = 6 \times 49 \text{ mm}^2$ (voir Fig. 5 de la Réf. [9]). Ce fait était resté inexpliqué, mais il se trouve que notre hypothèse de deux états stables pour une ligne de vortex permettrait également d'en rendre compte. Plus précisément le résultat inattendu était le suivant : à $\Omega = 10^{-2} \text{ s}^{-1}$, vitesse inférieure à la vitesse critique théorique $\Omega_c = 1,3 \times 10^{-2} \text{ s}^{-1}$ (valeur calculée pour des lignes de vortex semi-classiques habituelles), nous observions que l'état le plus stable contenait une vingtaine de vortex, alors que la thermodynamique indique clairement que l'écoulement irrotationnel (sans vortex) est l'état d'énergie libre minimum. On trouve Ω_c en écrivant qu'une variation d'énergie libre de la forme $\Delta F = E - M\Omega$ liée à l'apparition d'un premier vortex au centre de la cavité devient négative pour $\Omega > \Omega_c$ [9]. Donc $\Omega_c = E/M$, où E et M sont respectivement une énergie et un moment cinétique (par cm de ligne) essentiellement associé au champ de vitesse superfluide du vortex. Si les vortex, supposés de deux types, diffèrent par leur structure au voisinage du cœur, E pourrait avoir deux niveaux E_1 et $E_s < E_1$; mais le moment cinétique, dont la contribution dominante vient des v_s à grande distance du cœur, resterait pratiquement le même ($M_1 = M_s = M \propto \kappa h^2$ [9]). Dans ces conditions, la valeur calculée pour les lignes semi-classiques figurant les vortex I, $\Omega_c = E_1/M$, serait effectivement plus forte que la vitesse critique absolue E_s/M . Notons que la valeur attendue $\Omega_c = E_1/M$ a été observée en montant lentement la vitesse [9], conformément à l'idée que seuls des vortex I se forment dans ces conditions. S'il est vrai que B'' peut s'interpréter à partir de B (par $B'' = B \sin \phi_1$), l'image classique d'un vortex S pourrait être par exemple une ligne hélicoïdale d'angle 90° et dont le rayon est de l'ordre du micron ($\sim \delta$ profondeur de peau

visqueuse du fluide normal [6]); mais avec le paradoxe que, du point de vue classique, ce sont évidemment les vortex S qui seraient instables.

Finalement, quand on regarde l'ensemble de nos résultats expérimentaux sur le réseau de vortex dans l'hélium II en rotation, qu'il s'agisse de la distribution spatiale d'équilibre ou du phénomène de friction mutuelle, on est plutôt frappé par le nombre de faits expérimentaux qu'on peut parfaitement et quantitativement interpréter par le modèle des lignes de vortex semi-classiques : détails du réseau près des parois (zones irrotationnelles et distorsions ordonnées), comportement de B avec la température [6], la pression [10] et la fréquence [9], valeur et variation avec la fréquence de sa partie imaginaire [8]. L'atténuation axiale du deuxième son, avec la métastabilité correspondante (sans quoi il n'y aurait que la question d'un 3^e coefficient de friction mutuelle non nul), et, d'autre part, l'observation de Ω_c anormalement basses, apparaissent donc finalement comme les deux seuls faits marquants et reproductibles, incompatibles avec le modèle classique des vortex. Leur caractère exceptionnel les rend à notre avis d'autant plus significatifs. En conclusion, ces deux effets suggèrent fortement, et de façon indépendante, l'existence d'une sorte de structure fine de la ligne de vortex, structure qui pourrait d'ailleurs jouer un rôle important dans cet autre problème non résolu qu'est la nucléation des vortex, si, comme nous le suggérons, deux types de vortex peuvent se former suivant les conditions de mise en rotation.

Bibliographie

- [1] HALL, H. E., VINEN, W. F., *Proc. R. Soc. London A* **238** (1956) 215.
 - [2] BEKAREVITCH, I. L., KHALATNIKOV, I. M., *Zh. Eksp. Teor. Fiz.* **40** (1961) 920 (*Sov. Phys.* **13** (1962) 643).
 - [3] MATHIEU, P., SERRA, A. SIMON, Y., *Phys. Rev. B* **14** (1976) 3753.
 - [4] SNYDER, H. A., PUTNEY, Z., *Phys. Rev. B* **150** (1966) 110.
 - [5] TSAKADZE, D. S., *Zh. Eksp. Teor. Fiz.* **42** (1962) 985 (*Sov. Phys. JETP* **15** (1962) 681).
 - [6] MATHIEU, P., SIMON, Y., *Phys. Rev. Lett.* **49** (1980) 1428.
 - [7] MATHIEU, P., PLAÇAIS, P., SIMON Y., *Phys. Rev. B* **29** (1984) 2489.
 - [8] MATHIEU, P., SIMON, Y., *Phys. Rev. B* **26** (1982) 1233.
 - [9] MATHIEU, P., MARÉCHAL, J. C., SIMON, Y., *Phys. Rev. B* **22** (1980) 4293.
 - [10] MATHIEU, P., BOCCARA, E., SIMON, Y., *J. Phys. Lett.* **43** (1982) 785.
 - [11] MILLER, R. J., LYNALL, I. H., MELH, J. B., *Phys. Rev. B* **17** (1978) 1035.
 - [12] SNYDER, H. A., *Phys. Fluids* **6** (1963) 755.
-