Structures spiralées dans une instabilité de Taylor en présence de champ magnétique

P. Tabeling, C. Trakas

► To cite this version:

P. Tabeling, C. Trakas. Structures spiralées dans une instabilité de Taylor en présence de champ magnétique. *Journal de Physique Lettres*, 1984, 45 (4), pp.159-167. 10.1051/jphyslet:01984004504015900 . jpa-00232324

HAL Id: jpa-00232324

<https://hal.science/jpa-00232324>

Submitted on 1 Jan 1984

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

LE JOURNAL DE PHYSIQUE-LETTRES

J. Physique Lett. **45** (1984) L-159 - L-167

15 FÉVRIER 1984, PAGE L-159

Classification

Physics Abstracts

47.20

Structures spiralées dans une instabilité de Taylor en présence de champ magnétique

P. Tabeling et C. Trakas

Laboratoire de Génie Electrique de Paris (*), Plateau du Moulon, 91190 Gif-sur-Yvette, France

(Reçu le 12 octobre 1983, accepté le 22 décembre 1983)

Résumé. — L'étude expérimentale d'un écoulement de mercure entre deux cylindres coaxiaux fixes, en présence d'un champ magnétique extérieur est décrite. Aux valeurs élevées du champ magnétique, nous montrons que la première instabilité du régime laminaire correspond à l'apparition de modes non axisymétriques possédant une structure spatiale en forme de cellules spiralées.

Abstract. — An experimental study of the flow of mercury between two steady concentric cylinders, in the presence of an external magnetic field, is described. At large values of the magnetic field, the first instability of the laminar state is in the form of non-axisymmetric modes (spiral vortices).

1. Introduction.

L'instabilité de Taylor a jusqu'à présent été largement étudiée dans le cas où le fluide est entraîné entre deux cylindres coaxiaux, le cylindre intérieur étant animé d'un mouvement de rotation uniforme et le cylindre extérieur étant fixe. Dans cette situation les premiers modes d'instabilité sont axisymétriques et stationnaires. Il existe évidemment beaucoup d'autres manières d'entraîner le fluide entre deux cylindres, par exemple en imposant un mouvement supplémentaire de rotation sur le cylindre extérieur ou une force en volume dans le fluide. Dans les deux cas, les premiers modes d'instabilité ne sont généralement ni axisymétriques ni stationnaires.

Les expériences de Coles [1], Snyder [2] et plus récemment Andereck *et al.* [3] ont mis en évidence une grande variété de modes d'instabilité, dont l'origine et les propriétés restent à explorer. Dans cette lettre, nous présentons des mesures quantitatives sur des modes non axisymétriques et non stationnaires observés dans une expérience où un fluide conducteur est entraîné entre deux cylindres coaxiaux fixes à l'aide de forces en volume (d'origine électromagnétique).

(*) Associé au C.N.R.S., aux Universités Paris VI et XI et à l'E.S.E.

2. Description de l'expérience.

Le principe de l'expérience consiste à entraîner une veine de mercure entre deux cylindres concentriques fixes en cuivre, à l'aide de forces de Laplace en volume : ces dernières sont produites par l'interaction d'un courant I traversant la veine liquide dans le sens radial et d'un champ magnétique extérieur B_0 appliqué parallèlement à l'axe commun des deux cylindres. Le dispositif expérimental est représenté sur la figure 1. Il est constitué de deux pièces cylindriques en cuivre entre lesquelles est confinée une veine de mercure dont les dimensions sont respectivement 40 mm, 41,17 mm et 26,7 mm pour les rayons intérieur, extérieur et la hauteur L . Le courant I circule d'une pièce cylindrique à l'autre dans le sens radial. La température de la maquette expérimentale est maintenue à la valeur $20 \pm 0,01$ °C à l'aide d'une circulation d'eau délivrée par un cryothermostat. L'ensemble est immergé dans un champ magnétique vertical uniforme délivré par un électroaimant de 300 mm de pièces polaires, la distance entre pôles étant de 50 mm. La stabilité des sources (courant I et champ magnétique B_0) est de quelque 10^{-5} . Les détecteurs sont des électrodes affleurant l'écoulement et disposées le long de deux génératrices du cylindre extérieur. Il y a 40 électrodes sur chaque génératrice ce qui permet de caractériser précisément les structures observées. Les fluctuations de tensions obtenues sont généralement de l'ordre du microvolt. Elles sont amplifiées et analysées dans les mêmes conditions que dans une expérience antérieure [4]. Nous décrivons ici les résultats obtenus dans la région des champs magnétiques élevés ($1,07 < B_0 < 1,23$ T) et portant sur les deux premières bifurcations de l'écoulement. Les bifurcations ultérieures (comprenant l'apparition de la turbulence) sont semblables à celles observées dans une expérience précédente [4]; cependant, dans cette expérience, les modes associés aux deux premières bifurcations n'avaient pas été caractérisés avec précision.

3. Structure du premier mode d'instabilité.

Les expériences s'effectuent à champ magnétique fixé, le courant I étant le paramètre de contrôle. La figure 2 a été obtenue pour la valeur $B_0 = 1,15$ T. Le premier seuil d'instabilité ($I_c = 24,586$ A)

Fig. 1. — Le système expérimental : ① Mercure ; ② Cylindre extérieur ; ③ Cylindre intérieur ; ④ Plaque conductrice ; ⑤ Electro-aimant ; ⑥ Circulation d'eau régulée thermiquement ; ⑦ Isolants thermiques.

[The experimental system : ① Mercury ; ② Outer Cylinder ; ③ Inner Cylinder ; ④ Conducting plate ; ⑤ Electromagnet ; ⑥ Thermally regulated flow of water ; ⑦ Thermal insulators.]

Fig. 2. — Enregistrement direct de la tension mesurée aux bornes d'un détecteur (Fig. 2a), et analyse de Fourier correspondante (Fig. 2b), pour $\varepsilon = 3 \times 10^{-3}$, et $B_0 = 1,15$ T. (La grandeur A est proportionnelle à la racine carrée de la densité de puissance spectrale.)

[Direct recording of the voltage measured at the output of a probe (Fig. 2a) together with its Fourier analysis (Fig. 2b) for $\varepsilon = 3 \times 10^{-3}$ and $B_0 = 1.15$ T (A is proportional to the square root of the power density).]

correspond à l'apparition d'une oscillation monopériodique de tension à la fréquence $f_1 = 3,46$ Hz aux bornes des détecteurs. Sur la figure 2, sont représentés l'enregistrement direct du signal et son analyse spectrale pour $\varepsilon = I/I_c - 1 = 3 \times 10^{-3}$, le détecteur correspondant étant situé à mi-hauteur environ de la veine liquide. Les mesures du temps de ralentissement critique et de l'amplitude de l'oscillation, tracées en fonction de l'écart au seuil ε montrent que la bifurcation correspondante est directe [5]. L'oscillation de tension $v(t)$ est de la forme (en négligeant les harmoniques dont les amplitudes sont faibles comparées au fondamental) :

$$v = A_1 \sin(\omega_1 t + \phi_1),$$

où t est le temps, $\omega_1 = 2\pi f_1$ est la pulsation, et A_1 et ϕ_1 sont respectivement l'amplitude et la phase, fonctions *a priori* des variables d'espace Z (mesurée le long d'une génératrice) et θ (correspondant à la coordonnée angulaire). La figure 3 montre les variations de la phase ϕ_1 avec la coordonnée Z , pour $\varepsilon = 3 \times 10^{-3}$ et $B_0 = 1,15$ T. Il apparaît que ϕ_1 peut être mis sous la forme (cf. Fig. 3)

$$\phi_1 = -2\pi Z/\lambda_1 + \phi_{10}(\theta)$$

où λ_1 est la longueur d'onde de la structure, dont la valeur calculée à partir des résultats expérimentaux représentés sur la figure 3 est $\lambda_1 \simeq 3,30$ mm. Cette valeur dépend significativement du champ magnétique extérieur, et les mesures que nous avons effectuées montrent une crois-

Fig. 3. — Variations de la variable de phase ϕ_1 associée à l'oscillation f_1 en fonction de la coordonnée Z , le long d'une génératrice, pour $\varepsilon = 3 \times 10^{-3}$ et $B_0 = 1,15$ T. L'origine des phases est arbitraire. Une courbe analogue a été obtenue sur la deuxième génératrice.

[Spatial variations of phase variable ϕ_1 with coordinate Z , along a generatrix of the outer cylinder, for $\varepsilon = 3 \times 10^{-3}$. The origin of the coordinates is arbitrary. A very similar curve has been obtained along the other generatrix.]

sance linéaire de λ_1 avec B_0 , de la forme $\lambda_1 = \alpha B_0 - \beta$ avec $\alpha \simeq 3,3 \text{ mm T}^{-1}$ et $\beta \simeq 0,6 \text{ mm}$; cette dépendance simple de λ_1 avec le champ magnétique extérieur peut être associée au fait que les deux mécanismes inhibiteurs du système (effet Joule et viscosité) interviennent dans des proportions comparables [6]. Lorsque le champ magnétique augmente, la longueur d'onde λ_1 croît, et la structure tend à s'étirer dans la direction du champ magnétique, ce qui est un effet classique déjà mis en évidence expérimentalement dans le contexte de l'instabilité convective [7]. Les résultats représentés sur la figure 3 montrent qu'une seule longueur d'onde permet de décrire l'instabilité. Compte tenu de la périodicité angulaire du système, il est raisonnable d'écrire ϕ_{10} sous la forme

$$\phi_{10} = m\theta + \text{Cte}$$

où m est un entier. Nous avons mesuré $m = 4$ dans la région $1,07 < B_0 < 1,23$ T. Les variations de $A_1(Z, \theta)$ sont représentées sur la figure 4, pour $B_0 = 1,15$ T et $\varepsilon = 3 \times 10^{-3}$, le long d'une des deux génératrices où les détecteurs sont placés. Une courbe identique a été obtenue sur l'autre génératrice, si bien que A_1 apparaît comme indépendant de la variable angulaire θ . Il s'agit d'une fonction lentement variable de Z , son échelle caractéristique de variation étant grande comparée à la $1/2$ longueur d'onde du système ($\lambda_1/2 \sim 1,6 \text{ mm}$). $A_1(Z)$ est significativement dissymétrique par rapport au milieu de la veine et ne s'inverse pas.

La structure du premier mode d'instabilité peut maintenant être reconstituée. Il s'agit de cellules spiralées, dont les lignes nodales sont de la forme $2\pi Z/\lambda_1 + m\theta = \text{Cte}$ (à t donné). Une telle structure est une forme possible des modes non axisymétriques de l'instabilité de

Fig. 4. — Variations de l'amplitude du premier oscillateur le long d'une génératrice du cylindre extérieur, dans les mêmes conditions que celles de la figure 3.

[Variation of the amplitude of the first oscillation along a generatrix of the outer cylinder, under the same conditions as in figure 3.]

Taylor. Dans un contexte différent, elle a déjà été observée par Coles [1] et Snyder [2]. Physiquement, dans notre expérience, l'inclinaison des lignes nodales est liée à la présence du champ magnétique vertical qui tend à orienter les structures dans sa propre direction. Ce mécanisme est assez général : il a été observé aussi dans d'autres situations, comme l'instabilité de Rayleigh-Bénard [8].

4. Structure de la deuxième instabilité.

Le deuxième événement correspond à l'apparition d'une deuxième fréquence f'_1 aux bornes des détecteurs (cf. Fig. 5, obtenue dans les mêmes conditions que la Fig. 2 mais avec $\varepsilon = 10^{-2}$). L'analyse spectrale indique qu'il est possible d'écrire la tension mesurée aux bornes des détecteurs sous la forme (en négligeant les harmoniques et le couplage entre f_1 et f'_1 qui apparaît comme faible) :

$$v = A_1 \sin(\omega_1 t + \phi_1) + A'_1 \sin(\omega'_1 t + \phi'_1)$$

où $\omega'_1 = 2\pi f'_1$ et A'_1 et ϕ'_1 sont des fonctions de Z et θ . Les figures 6 et 7 montrent les variations de A_1 , A'_1 et ϕ_1 , ϕ'_1 pour $\varepsilon = 10^{-2}$ et $B_0 = 1,15$ T ; les variations de A_1 et de ϕ_1 sont identiques à celles mesurées avant l'apparition du mode f'_1 . Il apparaît que ϕ'_1 peut se mettre sous la forme

$$\phi'_1 = 2\pi Z/\lambda'_1 + m\theta + \text{Cte}$$

avec $m = 4$ et où λ'_1 est la longueur d'onde du deuxième mode d'instabilité. Sa valeur mesurée est proche de celle de λ_1 : nous avons obtenu $\lambda'_1 \simeq 3,2$ mm (à comparer avec $\lambda_1 \simeq 3,3$ mm). La structure du deuxième mode est proche de celle du premier, mais elle possède une hélicité de signe opposé. Les lignes nodales ont été reconstituées numériquement en résolvant simplement l'équation $v = 0$, les fonctions A_1 , A'_1 , ϕ_1 et ϕ'_1 étant déterminées à partir des résultats expérimentaux. La figure 8 représente, à un instant donné, et dans le domaine $-\pi/2 < \theta < \pi/2$, l'ensemble des lignes nodales calculées, pour $B_0 = 1,15$ T et $\varepsilon = 10^{-2}$. Les deux systèmes de cellules spiralées d'hélicités opposées sont bien visibles « loin » du milieu de la veine.

Fig. 5. — Enregistrement direct de la tension mesurée aux bornes d'un détecteur (Fig. 5a) et analyse de Fourier correspondante (Fig. 5b), pour $\varepsilon = 10^{-2}$ et $B_0 = 1,15$ T. (A est proportionnelle à la racine carrée de la densité de puissance spectrale).

[Direct recording of the voltage a measured at the output of a probe (Fig. 5a), together with its Fourier analysis (Fig. 5b), for $\varepsilon = 10^{-2}$ and $B_0 = 1.15$ T (A is proportional to the square root of the power density).]

Dans la partie centrale, les deux réseaux s'imbriquent nettement et la forme des lignes nodales est plus compliquée. Cette région peut aussi être considérée comme celle où apparaît une disinclinaison. Au cours du temps, les lignes nodales sont advectées par l'écoulement moyen, la vitesse de phase correspondante étant pour les deux réseaux, sensiblement inférieure à celle de la rotation moyenne de la veine liquide. D'un point de vue spatial, le battement entre les deux oscillateurs f_1 et f'_1 correspond à une lente migration du défaut central entre les deux réseaux entraînés en rotation.

5. Discussion.

Les résultats décrits précédemment montrent que les deux modes f_1 et f'_1 ont des structures spatiales très similaires. Il est probable que leur origine est semblable (instabilité du régime laminaire vis-à-vis de modes non axisymétriques) [9]. Le fait que les seuils soient légèrement décalés, et les fréquences très voisines mais distinctes peut provenir d'une faible imperfection expérimentale (par exemple, une légère dissymétrie introduite au niveau des parois latérales, situées en $Z = 0$ et L , se répercutant sur les fines couches limites de Hartmann).

L'allure des courbes d'amplitude des modes f_1 et f'_1 est cohérente avec les observations visuelles de Snyder [2]. Chaque fonction d'amplitude ne possède pas la symétrie $Z \rightarrow L - Z$, mais chacune

Fig. 6. — Variations des amplitudes A_1 et A'_1 associées aux modes f_1 et f'_1 avec la coordonnée Z , pour $B_0 = 1,15$ T et $\varepsilon = 10^{-2}$.

[Variation of amplitudes A_1 and A'_1 with coordinate Z , for $B_0 = 1.15$ T and $\varepsilon = 10^{-2}$.]

Fig. 7. — Variations des variables de phase ϕ_1 et ϕ'_1 associées aux modes f_1 et f'_1 avec la coordonnée Z , pour $B_0 \approx 1,15$ T et $\varepsilon = 10^{-2}$.

[Variation of phase variables ϕ_1 and ϕ'_1 with coordinate Z , for $B_0 \approx 1.15$ T and $\varepsilon = 10^{-2}$.]

Fig. 8. — Lignes nodales, obtenues numériquement à partir des résultats expérimentaux, dans un cas où le régime est bipériodique ($\varepsilon = 10^{-2}$, $B_0 = 1,15$ T).

[Nodal lines of the two-frequency regime.]

d'elle est approximativement l'image de l'autre par la transformation miroir. L'absence d'une symétrie $Z \rightarrow L - Z$ pour chacun des modes est liée à l'hélicité de la structure; les cellules spiralées, contrairement aux cellules stationnaires droites, ne sont pas invariantes par une réflexion sur le plan $Z = L/2$. De manière plus quantitative, il est peut être possible d'interpréter l'allure des courbes expérimentales que nous avons obtenues à l'aide de développements en gradients de l'amplitude.

Les longueurs d'onde que nous avons mesurées ne varient pas (aux erreurs expérimentales près) avec le mode de traversée du seuil d'instabilité : ce résultat a été obtenu en imposant différentes rampes de courant I pour la traversée du seuil d'instabilité : dans la région supercritique la longueur d'onde est constante; cette dernière observation est cohérente avec celles portant sur la dépendance de la fréquence f_1 avec l'écart au seuil ε : nous avons obtenu une dépendance linéaire, alors que divers arguments montrent qu'une variation de la longueur d'onde dans la région supercritique aurait donné lieu à des variations plus rapides de la fréquence f_1 avec ε . Ces résultats suggèrent ainsi l'existence d'un mécanisme de sélection de la longueur d'onde du système.

6. Conclusion.

L'ensemble de ces résultats apporte quelques éléments nouveaux sur des structures de modes d'instabilité qui jusqu'à présent avaient fait l'objet d'analyse essentiellement qualitative [1, 2].

Il serait intéressant d'explorer théoriquement un certain nombre de propriétés de ces modes d'instabilité car ils jouent un rôle important dans les systèmes tournants.

Remerciements.

Les auteurs remercient S. Fauve, B. Perrin, Y. Pomeau et J. P. Gollub pour les discussions intéressantes concernant cette expérience.

Bibliographie

- [1] COLES, D., *J. Fluid Mech.* **21** (1965) 385.
 - [2] SNYDER, H. A., *Int. J. Non-Linear Mech.* **5** (1970) 659.
 - [3] ANDERECK, C. D., DICKMAN, R. and SWINNEY, H. L., *Phys. Fluids* **26** (1983) 1395.
 - [4] TABELING, P., *Phys. Rev. Lett. A* **49** (1982) 460.
 - [5] Les mesures du temps de ralentissement critique mettent en évidence une dépendance de la forme $\tau = k\varepsilon^{-1}$, où k est une constante. Les mesures de l'amplitude de l'oscillation en fonction de l'écart au seuil sont très bien reproduites par une loi du type Landau. Ces deux résultats montrent bien le caractère direct de la bifurcation (voir aussi la Ref. [4]).
 - [6] Voir par exemple CHANDRASEKHAR, *Hydrodynamic and Hydromagnetic Stability* (Oxford University Press, London, 1961).
 - [7] NAKAGAWA, Y., *Proc. R. Soc. A* **240** (1957) 108.
 - [8] FAUVE, S., LAROCHE, C. and LIBCHABER, A., *J. Physique Lett.* **42** (1981) L-455.
 - [9] Il est possible de montrer qu'il n'existe pas de régime périodique stationnaire avant l'apparition des modes f_1 et f'_1 . L'argument le plus simple consiste à remarquer que les seuils d'instabilité de ces modes sont significativement plus bas que celui correspondant à l'apparition des cellules stationnaires.
-