



**HAL**  
open science

## Convection de Bénard-Marangoni ; un pendule de Foucault ?

J. Pantaloni, P. Cerisier, R. Bailleux, C. Gerbaud

► **To cite this version:**

J. Pantaloni, P. Cerisier, R. Bailleux, C. Gerbaud. Convection de Bénard-Marangoni ; un pendule de Foucault?. Journal de Physique Lettres, 1981, 42 (7), pp.147-150. 10.1051/jphyslet:01981004207014700 . jpa-00231895

**HAL Id: jpa-00231895**

**<https://hal.science/jpa-00231895>**

Submitted on 4 Feb 2008

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

---



---

# LE JOURNAL DE PHYSIQUE-LETTRES

---



---

*J. Physique* — *LETTRES* 42 (1981) L-147 - L-150

1<sup>er</sup> AVRIL 1981, PAGE L-147

Classification  
*Physics Abstracts*  
 47.25Q

## Convection de Bénard-Marangoni ; un pendule de Foucault ?

J. Pantaloni, P. Cerisier, R. Bailleux et C. Gerbaud

Laboratoire de Dynamique et Thermophysique des Fluides,  
 Université de Provence. Centre de St-Jérôme, 13397 Marseille Cedex 13, France

(Reçu le 16 décembre 1980, accepté le 16 février 1981)

**Résumé.** — L'étude expérimentale de la stabilité d'une structure convective hexagonale (convection de Bénard-Marangoni) dans une enceinte à grand rapport d'aspect met en évidence un mouvement de rotation d'ensemble de la structure qui s'effectue toujours dans le même sens à une fréquence de l'ordre de  $10^{-5} \text{ s}^{-1}$ . Ce phénomène seulement perturbé par des créations ou disparitions de cellules associées aux déplacements de défauts structuraux (dislocations principalement) peut être attribué à la nature indifférente de l'équilibre de la couche dans son enceinte. La structure peut alors dériver sous l'effet d'une perturbation infinitésimale ; on montre que, du fait de la rotation de la terre, la composante verticale de la vorticité dans le repère du laboratoire est essentiellement non nulle et la couche convective pourrait alors se comporter de façon analogue à un pendule de Foucault.

**Abstract.** — An experimental study of the stability of an hexagonal convective structure (Bénard-Marangoni convection) in a vessel with large aspect ratio shows the complete structure is always rotating in the same direction with a frequency of the order of  $10^{-5} \text{ s}^{-1}$ . This phenomenon is disturbed only by the creation or disappearance of cells associated with displacements of structural defects (chiefly dislocations) which perhaps result from the poorly defined equilibrium state of the convective layer in the vessel. Under such conditions the structure drifts by even an infinitesimal perturbation. We show that, because the earth is rotating, the vertical component of the vorticity in the laboratory frame of reference is intrinsically non-zero and that the convective layer thus behaves like a Foucault's pendulum.

La transition vers la turbulence fait l'objet de nombreux travaux tant expérimentaux que théoriques [1-4]. Les études expérimentales conduites sur les structures convectives de Rayleigh-Bénard (couche horizontale de fluide chauffée par le bas et limitée en haut et en bas par des surfaces rigides conductrices) montrent, pour des enceintes à petit rapport d'aspect (rapport entre la plus grande dimension horizontale et l'épaisseur de fluide), que le chaos apparaît après un nombre limité de bifurcations [2] conformément à la théorie [4]. Par contre, pour des grands rapports d'aspect, dès le seuil on note une transition entre convection stationnaire et convection turbulente [5, 6] ; les rouleaux convectifs sont animés de mouvements désordonnés mettant en évidence un « chaos spatial » ou « turbulence de phase » [7, 8] qui diffère de celle décrite pour les petits rapports d'aspect.

Dans ce travail, nous nous proposons d'étudier la

stabilité au voisinage du seuil d'une structure convective hexagonale caractéristique de la convection de Bénard-Marangoni (Fig. 1) (couche horizontale de fluide chauffée par le bas, la surface inférieure est rigide et conductrice alors que la surface supérieure est libre et en contact avec l'atmosphère). Ce type de convection est caractérisé par un couplage entre effet gravitationnel et effet de tension superficielle ; à la poussée d'Archimède décrite par le nombre de Rayleigh  $R$  (proportionnel à  $\nabla T$  et au coefficient  $\alpha$  de variation de la masse volumique  $\rho$  avec la température  $T$ ), il convient en présence d'une surface libre de tenir compte de l'effet de tension superficielle  $\sigma$  mesuré par le nombre de Marangoni  $M$  (proportionnel à  $\nabla T$  et au coefficient  $\sigma' = d\sigma/dT$ ) [9-14]. Avec une très bonne approximation, le seuil d'instabilité convective linéaire est donné par :

$$R_c/R_0 + M_c/M_0 = 1$$

où  $R_c = \alpha g e^3 \Delta T_c / (\nu \chi)$  et  $M_c = -\sigma' e \Delta T_c / (\rho \nu \chi)$ ;  $\nu$  est la viscosité dynamique,  $\chi$  la diffusivité thermique,  $e$  l'épaisseur du fluide et  $\Delta T_c$  la différence de température (entre le bas et le haut de la couche) correspondant au seuil de l'instabilité;  $R_0$  correspond à la valeur que prend  $R_c$  en l'absence d'effet de tension superficielle ( $\sigma' = 0$ ) et  $M_0$  celle de  $M_c$  en l'absence d'effet gravitationnel ( $g = 0$ ).

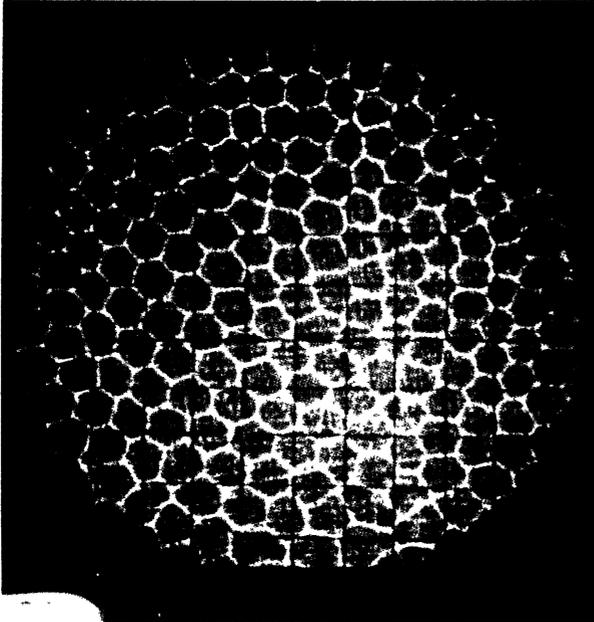


Fig. 1. — Photographie de la structure convective au voisinage du seuil ( $R_c/R_0 + M_c/M_0 > 1$ ). La visualisation est obtenue par un montage d'ombroscopie utilisant le fond de l'enceinte comme miroir. Le fluide est une huile de silicone ( $\nu \sim 100$  cst à 25 °C) d'épaisseur 1,5 mm.

[Photograph of the convective structure near the threshold ( $R_c/R_0 + M_c/M_0 \simeq 1$ ) seen with a shadowscopy technique using the bottom of the vessel as a mirror. The fluid is a silicon oil ( $\nu \sim 1$  st at 25 °C) of thickness 1.5 mm.]

Nous avons mené une série d'expériences au voisinage du seuil sur une huile de silicone ( $\nu \simeq 1$  st à 25 °C), le rapport d'aspect étant de l'ordre de 100. La température de la face inférieure est maintenue constante à mieux que 0,1 °C et uniforme sur toute la surface à mieux que 0,2 °C (limite de résolution de la caméra infra-rouge utilisée pour vérifier l'absence de gradient horizontal). Un système d'ombroscopie utilisant la surface inférieure de l'enceinte comme miroir permet de visualiser la structure avec un excellent contraste (Fig. 1) sans risque de perturber l'écoulement comme avec les techniques d'ensemencement par de fines particules [15]. L'image est filmée avec une caméra 16 mm à une fréquence de prise de vue de  $2,5 \times 10^{-2} \text{ s}^{-1}$  permettant une visualisation accélérée 960 fois. L'ensemble est placé dans une pièce thermostatée et isolée afin d'éviter toute perturbation durant les trois jours que durent les prises de vue; entre chaque série de 3 jours, on perturbe complètement la structure convective par un brassage du fluide

et après un retour à l'équilibre on recommence les prises de vues.

La projection des films met en évidence un mouvement de rotation de la structure qui s'effectue toujours dans le sens des aiguilles d'une montre à une fréquence de l'ordre de  $10^{-5}/\text{s}$ . La figure 2 donne à titre d'exemple le mouvement de quatre cellules contiguës à l'origine arbitraire des temps; on note la déformation de la structure avec perte de la contiguïté dans le temps. Ainsi, le système convectif qui s'établit au voisinage du seuil paraît essentiellement non stationnaire, les mouvements ne sont pas erratiques mais parfaitement organisés et seulement perturbés par des créations ou disparitions de cellules ou des mouvements de défauts. Celles-ci semblent se produire aléatoirement dans l'espace; enfin, on ne constate pas de variations dans le temps du nombre d'onde caractéristique de la structure [15].

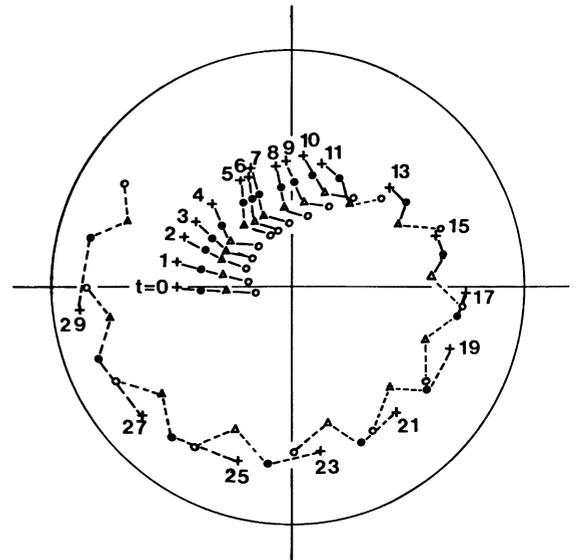


Fig. 2. — A l'origine des temps ( $t = 0$ ) nous avons choisi arbitrairement quatre cellules contiguës dont nous suivons le mouvement des centres (O,  $\Delta$ ,  $\bullet$ , +) en fonction du temps. On note, à partir de la 11<sup>e</sup> heure une perte de contiguïté. Les mouvements s'effectuent dans le sens des aiguilles d'une montre et semblent se dérouler le long de lignes de vortex.

[At  $t = 0$  four contiguous cells were chosen, arbitrarily and their centres (O,  $\Delta$ ,  $\bullet$ , +) were followed with time. After 11 hours contiguity is lost. The motion is that of the hands of a clock and seems to follow vortex lines.]

On doit considérer l'ensemble de la couche convective dans sa cuve comme en équilibre indifférent, dans ces conditions la moindre perturbation pourra provoquer la dérive de la structure [16]. Cette perturbation peut être un très faible gradient horizontal de température ( $5 \times 10^{-2} \text{ °C/cm}$  alors que le gradient vertical est de l'ordre de 30 °C/cm) qui provoque un mouvement schématisé sur la figure 3. Dans le cas de l'expérience décrite, en l'absence de gradient horizontal, le mouvement de rotation toujours dans le sens des aiguilles d'une montre avec une vitesse angu-

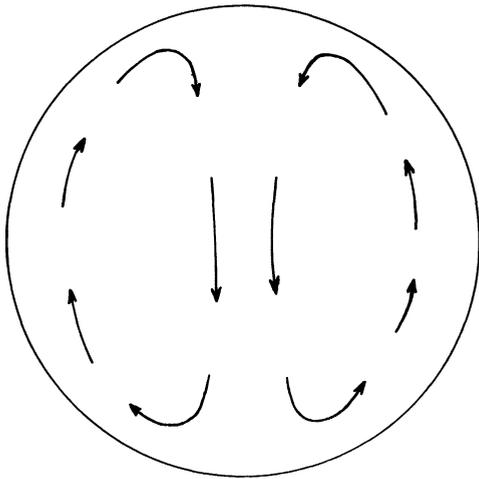


Fig. 3. — Mouvement de la structure convective induit par un très faible gradient horizontal ( $5 \times 10^{-2} \text{ }^\circ\text{C/cm}$  alors que le gradient vertical est de  $30 \text{ }^\circ\text{C/cm}$ ). Les cellules convectives se déplacent en donnant lieu à deux grandes cellules, la fréquence de rotation étant de l'ordre de  $10^{-4} \text{ s}^{-1}$ .

[Motion of the convective structure induced by a very small horizontal temperature gradient ( $5 \times 10^{-2} \text{ }^\circ\text{C.cm}^{-1}$  for a vertical gradient equal to  $30 \text{ }^\circ\text{C.cm}^{-1}$ ). The convective cells move and give rise to two large cells. The rotation frequency is about  $10^{-4} \text{ s}^{-1}$ .]

laire du même ordre de grandeur que celle à laquelle tournerait un pendule de Foucault à la même latitude suggère que la perturbation pourrait être la force de Coriolis. Les équations régissant le système (Navier-Stokes et énergie) sont relatives à un repère inertiel ; or, dans le cas de l'expérience, il y a lieu de les considérer dans le repère du laboratoire en rotation à la vitesse  $\Omega$  (rotation de la terre autour de l'axe des pôles) par rapport au repère inertiel. Le terme  $\Omega$  est sans incidence sur l'équation de l'énergie ; par contre, l'équation de Navier-Stokes adimensionnée et considérée à l'état marginal [16] s'écrit :

$$\Delta \mathbf{V} = (\nabla \delta P + Re_3 \delta T) + 2 \frac{\Omega e^2}{\nu} (\mathbf{h} \wedge \mathbf{V})$$

$\mathbf{e}_3$  étant le vecteur unitaire de la verticale du lieu,  $\mathbf{h}$  le vecteur unitaire de l'axe de rotation (axe des pôles),  $\delta T$  une perturbation infinitésimale de température induisant la variation  $\delta P$  de la pression ; l'épaisseur  $e$  de la couche a été choisie comme unité de longueur,  $e^2/\chi$  comme unité de temps,  $\chi/e$  comme unité de vitesse et  $\beta_e$  comme origine des températures ( $\beta$  étant le gradient de température appliqué à la couche). On montre alors aisément que la composante verticale de la vorticité  $\omega_z = (\nabla \wedge \mathbf{V})_z$  est donnée par l'équation :

$$\Delta \omega_z = - \frac{2 \Omega e^2}{\nu} (\mathbf{h} \cdot \nabla) V_z .$$

Ainsi dans le repère du laboratoire, la composante  $\omega_z$  de la vorticité apparaît comme essentiellement non nulle ce qui se traduira par une rotation de la structure autour de la verticale du lieu. On montre alors

que les composantes horizontales de la vitesse du fluide s'écrivent :

$$V_x = V_{xi} + \frac{1}{a^2} \frac{\partial \omega_z}{\partial y}$$

$$V_y = V_{yi} - \frac{1}{a^2} \frac{\partial \omega_z}{\partial x}$$

$V_{xi}$  et  $V_{yi}$  étant relatives au repère inertiel et  $a$  le nombre d'onde caractéristique de la structure. Ainsi, la rotation de la terre introduit un terme supplémentaire dans l'expression des composantes horizontales de vitesse. Du fait de l'ancrage des cellules les unes par rapport aux autres, une cellule convective ne peut pas tourner autour de son centre et pour des raisons évidentes de symétrie, la seule possibilité consiste alors en une rotation d'ensemble de la structure.

Pour une cellule convective choisie au hasard, nous avons déterminé les variations de position de son centre (par l'angle  $\alpha$  : Fig. 4) et de l'un de ses côtés (par l'angle  $\alpha'$ ). Cette cellule a une durée de vie de l'ordre de 18 h et elle subit au cours de sa rotation un certain nombre de perturbations dues à des créations ou à des déplacements erratiques de défauts structuraux dans son environnement (apparition ou disparition de cellules, création de paire « heptagone-pentagone » avec déplacement de dislocations [17, 18], etc...); on remarque que la rotation du côté est beaucoup plus sensible à ces perturbations que celle du centre. Les expériences ayant été menées à Marseille (latitude  $\sim 42^\circ$  Nord), la période de rotation d'un pendule de Foucault serait de l'ordre de 36 h ;

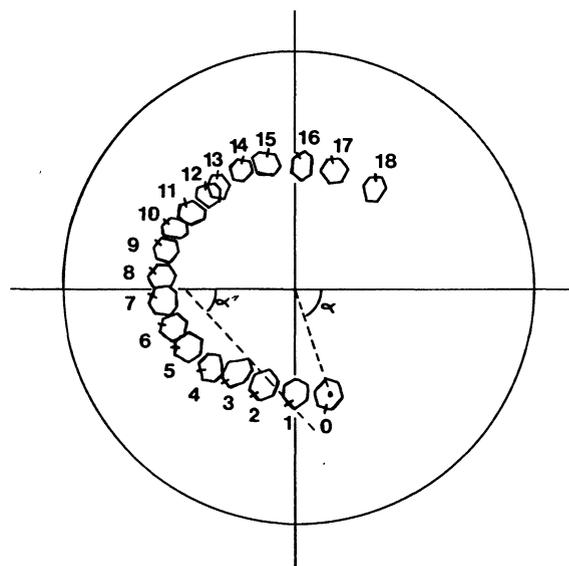


Fig. 4. — Cette figure représente le mouvement d'une cellule qui durant 18 h a conservé sa forme hexagonale. Les variations de  $\alpha$  et de  $\alpha'$  en fonction du temps permettent de déterminer la période du mouvement du centre et d'un côté de la cellule (Fig. 5).

[In this figure motion of a cell, which retained its hexagonal shape for 18 h is shown. Variations of  $\alpha$  and  $\alpha'$  with time give respectively the periods of motion of the centre and side of the cell.]

dans le cas de la cellule étudiée (Fig. 3) la période mesurée est du même ordre de grandeur (Fig. 5).

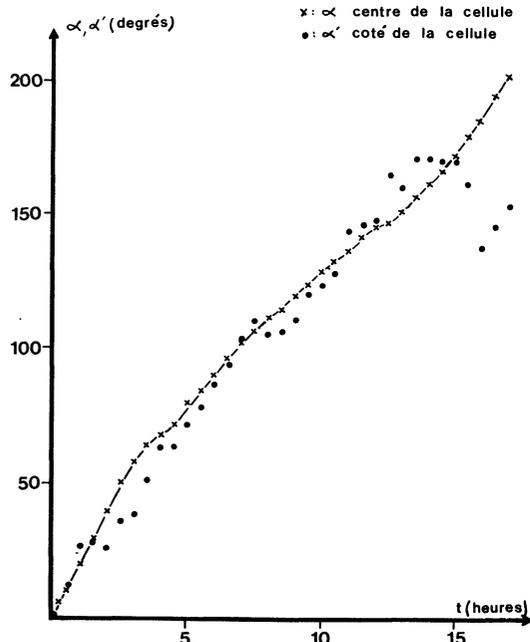


Fig. 5. — Courbe donnant les variations des angles  $\alpha$  et  $\alpha'$  en fonction du temps. La période moyenne du mouvement du centre déterminée sur une durée de 18 h est de l'ordre de 32 h, on remarque que cette période n'est pas constante, elle est de l'ordre de 18 h pour les 5 premières heures d'études, alors qu'elle est de l'ordre de 38 h entre la 5<sup>e</sup> et la 15<sup>e</sup> heure d'étude. Un pendule de Foucault dans les mêmes conditions donnerait une période de 36 h. A la 15<sup>e</sup> heure, la création d'un pentagone, en contiguïté avec l'hexagone étudié, provoque une brusque rotation (de l'ordre de  $\pi/5$ ) du côté avec pratiquement aucune incidence sur le mouvement du centre.

[Graph of variations of  $\alpha$  and  $\alpha'$  against time. The average period of motion of the centre is about 32 hrs. It was measured over a time-span of 18 hrs and is not constant : it is about 18 hrs, for the first five hours, and about 38 hrs between the 5th and 15th hour. A Foucault's pendulum, under the same conditions, would have had a period equal to 36 hrs. After 15 hrs, the creation of a pentagon, in contiguity with the hexagon, under study causes an abrupt rotation (of the order of  $\pi/5$ ) of the side, but has practically no effect on the motion of the centre.]

Des mesures de la période de rotation du centre pour d'autres cellules donnent des périodes analogues ( $18 \text{ h} < T < 37 \text{ h}$ ), les écarts constatés étant, semble-t-il dus aux mouvements induits par les défauts structuraux.

Ainsi, il semble bien, à la lumière de ces expériences que la rotation de la terre soit la cause du mouvement de rotation d'ensemble de la structure, les vortex, au sein d'une cellule convective, se comportant comme un pendule de Foucault.

Nous avons mené d'autres expériences similaires sur des boîtes présentant un rapport d'aspect différent [et des formes géométriques différentes (rectangulaire au lieu de cylindrique)]; nous avons mis en évidence l'existence de mouvements qui semblent induits seulement par des créations ou disparitions de défauts structuraux ; ils paraissent de ce fait relativement erratiques. Dans le cas de ces expériences à petit rapport d'aspect, on ne peut pas négliger l'effet des parois qui jouent un rôle stabilisant sur la structure et qui de ce fait doivent bloquer le mouvement de rotation d'ensemble constaté pour les grands rapports d'aspect.

En conclusion, il semble bien que l'existence d'un phénomène de turbulence de phase existe au voisinage du seuil pour une structure convective hexagonale caractéristique de la convection de Bénard-Marangoni ; toutefois, l'étude dans des enceintes présentant un grand rapport d'aspect est semble-t-il perturbée par la rotation de la terre et le système a tendance à se comporter de façon analogue à un pendule de Foucault.

**Remerciements.** — Nous remercions très vivement MM. Guyon, Pomeau et Rivier pour les nombreuses et fructueuses discussions auxquelles ce travail a donné lieu. Nous remercions également M. Finiels pour l'aide technique au niveau des prises de vues et le laboratoire d'Héliophysique de l'Université de Provence pour les manipulations avec la caméra Infra-rouge.

### Bibliographie

- [1] GOLLUB, J. and SWINNEY, H. L., *Phys. Rev. Lett.* **35** (1975) 927.
- [2] DUBOIS, M. and BERGE, P., *J. Physique Lett.* **40** (1979) L-505.
- [3] MAURER, J. et LIBCHABER, A., *J. Physique Lett.* **40** (1979) L-419.
- [4] RUELLE, D. and TAKENS, F., *Commun. Math. Phys.* **20** (1971) 167.
- [5] KRISHNAMURTI, R., *J. Fluid. Mech.* **42** (1970) 309.
- [6] KRISHNAMURTI, R., *J. Fluid. Mech.* **60** (1973) 285.
- [7] POMEAU, Y. and MANNEVILLE, P., *J. Physique Lett.* **40** (1979) L-609.
- [8] BERGE, P. and POMEAU, Y., *La Recherche* **11** (1980) 110, 422.
- [9] NIELD, D. A., *J. Fluid. Mech.* **4** (1958) 489.
- [10] PANTALONI, J., BAILLEUX, R., SALAN, J. et VELARDE, M. G., *J. Non Equilib. Thermodyn.* **4** (1979) 201.
- [11] GUYON, E. and PANTALONI, J., *C.R. Hebd. Séan. Acad. Sci. Paris* **290B** (1980) 301.
- [12] BERG, J. C. and PALMER, H. J., *J. Fluid Mech.* **47** (1971) 779.
- [13] HINKEBEIN, T. E. and BERG, J. C., *Int. J. Heat Mass. Transfer.* **21** (1978) 1241.
- [14] NORMAND, C., POMEAU, Y. and VELARDE, M. G., *Rev. Mech. Phys.* **49** (1977) 581.
- [15] GERBAUD, C., *Contribution à l'étude des instabilités convectives* (Thèse de Doctorat de Spécialité, Marseille, janvier 1981).
- [16] POMEAU, Y., Communication privée, juillet 1980.
- [17] PANTALONI, J. et CERISIER, P., Réunion de la S.F.P. Les Embiez, septembre 1980 (dans cette communication étaient décrits les divers mécanismes de déplacement d'une dislocation dans une structure convective de Bénard-Marangoni ; ce travail complété par une étude de diffraction de la lumière par le réseau convectif donnera lieu à une publication ultérieure).
- [18] GUAZZELLI, E., GUYON, E. et WESFREID, J. E., *Désordre de phase dans une instabilité convective* ; Réunion de la S.F.P. Les Embiez, septembre 1980.