LE JOURNAL DE PHYSIQUE-LETTRES

Classification
Physics Abstracts
07.75 — 05.40

Invariance temporelle et propriétés statistiques énergétiques et spatiales d'ions confinés dans une trappe quadrupolaire R. F.

J. André, F. Vedel et M. Vedel

Interactions Ioniques,
Université de Provence, Centre St-Jérôme, 13397 Marseille Cedex 4, France

(Reçu le 29 octobre 1979, accepté le 30 octobre 1979)

Résumé. — Nous proposons une méthode simplifiée d'étude des propriétés statistiques énergétiques et spatiales d'ions confinés dans une trappe quadrupolaire R.F. Nous établissons une relation basée sur une propriété d'invariance par translation temporelle, et nous testons les résultats avec ceux obtenus antérieurement par une méthode générale.

Abstract. — We propose a simplified method for studying the energetic and spatial statistical properties of ions confined in a quadrupole R.F. trap. We deduce a relation from a property of temporal invariance, and we test the results with those which have been obtained previously by a general method.

1. **Introduction.** — Initialement conçues pour la spectrométrie de masse [1, 2], les trappes quadrupolaires R.F. ont été également utilisées avec succès en physique atomique [3] et moléculaire [4]. Plus récemment, leur emploi a été proposé en métrologie du temps [5, 6]. On peut aussi songer à les utiliser en physique des collisions réactives. Or ces diverses applications nécessitent la connaissance des propriétés statistiques des ions confinés, en particulier les propriétés énergétiques et spatiales.

Dans plusieurs publications antérieures, nous nous sommes attachés à étudier les propriétés statistiques des ions confinés dans une trappe quadrupolaire R.F., formant un milieu ionique dilué (pour pouvoir négliger la charge d'espace) et soumis à des collisions élastiques avec des atomes neutres (ces collisions régissent le comportement des ions qui sont confinés durant de grands intervalles de temps). Nous avons initialement développé un formalisme mathématique [7, 8] que nous avons utilisé dans le domaine de l'approximation adiabatique [9], puis dans tout le domaine de stabilité [10]. Nous avons également réalisé des expériences dans le but de vérifier la validité du modèle théorique proposé [10, 11]. Ce formalisme permet une description précise des propriétés statistiques et il peut être facilement généralisé au cas où, en plus des collisions élastiques, il faut aussi tenir compte des collisions neutralisantes [12]. Cependant sa mise en œuvre réclame d'importants moyens informatiques, en particulier au niveau de l'emplacement-mémoire. C'est pourquoi

la recherche de méthodes d'études simplifiées présente une grande importance.

Nous nous proposons dans cet article de décrire une telle méthode, basée sur une propriété d'invariance temporelle. Nous testerons les résultats sur une population d'ions césium soumis à des collisions avec des atomes de gaz rare car cette situation a déjà été étudiée dans les références précédentes. Pour ne pas alourdir l'exposé, nous nous plaçons dans le cadre du modèle unidimensionnel [8]. Dans ce modèle, dont nous avons déjà vérifié le réalisme, les ions sont astreints à se déplacer le long de l'axe de symétrie Oz de la trappe. Nous reprenons également les hypothèses générales de la référence [8]. Nous supposons enfin que les conditions expérimentales situent le point caractéristique du fonctionnement de la trappe dans le domaine de l'approximation adiabatique ($a \neq 0$, $q \ll 1$).

2. **Relation génératrice.** — 2.1 PRINCIPE. — Dans le domaine de l'approximation adiabatique et en l'absence de collisions, l'état dynamique de l'ion $(z(t), \dot{z}(t))$ est régi par le système d'équations

$$\left. \begin{aligned} z(t) &= \frac{u}{\omega} \left(1 - \frac{q}{2} \cos \Omega t \right) \cos(\omega t - \varphi) \\ \dot{z}(t) &= u \left[\sqrt{2} \sin \Omega t \cos(\omega t - \varphi) - \left(1 - \frac{q}{2} \cos \Omega t \right) \sin(\omega t - \varphi) \right] \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

où Ω , ω et q sont des constantes dépendant du dispositif, et u , φ des constantes qui dépendent des conditions initiales de l'ion. L'application

$$[z(t), \dot{z}(t)] \rightarrow (u, \varphi)$$

étant bijective, il revient au même de décrire l'état de l'ion par (u, φ) , ce que nous faisons par la suite. Sous l'effet des collisions, dont la fréquence est faible, le couple (u, φ) change de valeur et chaque composante engendre ainsi une fonction temporelle en escalier. Les chocs étant aléatoires, il en est de même des fonctions en escalier notées $U(t)$ et $\Phi(t)$. Du fait de la rareté des chocs, $\Phi(t)$ est à tout instant équirépartie sur $(0, 2\pi)$ indépendamment de $U(t)$. A cause de la petitesse des durées d'interaction ion-atome devant tout autre temps d'intérêt associé à l'évolution de l'ion, $U(t)$ est un processus de Markov.

A partir des propriétés statistiques de $U(t)$ et $\Phi(t)$, il est facile de connaître celles de $Z(t)$ et $\dot{Z}(t)$, grâce au système (1). En pratique, les propriétés intéressantes énergétiques et spatiales sont reliées aux moments du second ou du quatrième ordre de $Z(t)$ ou $\dot{Z}(t)$, c'est-à-dire aux moments du second ordre ou du quatrième ordre de $U(t)$. Plus précisément, on peut citer les propriétés du second ordre suivantes : dispersion spatiale des ions, dispersion des vitesses, température des ions, et les propriétés du quatrième ordre : paramètre de forme, température d'ordre deux [9].

Ces paramètres statistiques dépendent en toute rigueur de la dimension de la trappe car u (eq. (1)) est relié à l'élongation maximale de la trajectoire de l'ion. Cependant, lorsque la dimension croît, les valeurs de ces paramètres tendent assez rapidement vers des valeurs asymptotiques qui, en pratique, sont généralement atteintes pour les trappes utilisées dans le confinement des ions lourds. On peut alors remplacer la trappe réelle par une trappe de dimension infinie sans perturber les résultats concernant les propriétés étudiées. C'est ce que nous faisons par la suite.

Sous l'effet des collisions, il se produit une perte de mémoire de l'état dynamique initial de l'ion. $U(t)$ atteint donc rapidement un régime asymptotique. Nous nous plaçons dans ce cadre. $U(t)$ n'est pas stationnaire à cause du champ radiofréquence de période T_m . Toutefois, puisque ce champ est périodique, $U(t)$ possède les mêmes propriétés statistiques pour toute suite d'instantants :

$$t_1, t_1 + T_m, t_1 + 2T_m, \dots, t_1 + kT_m, \dots \quad (k \text{ entier}).$$

Si $S(t)$ est un paramètre statistique énergétique ou

spatial, il est donc invariant pour toute translation temporelle d'un multiple de T_m .

Nous appliquerons cette propriété à la fonction caractéristique de la loi de $U(t)$:

$$\psi(\alpha, t) = E[e^{i\alpha U(t)}].$$

Un développement en série entière de α nous donnera alors accès à une relation concernant les moments de la loi de $U(t)$. Nous utiliserons cette relation, à cause de l'importance de ces moments pour la connaissance des propriétés statistiques intéressantes.

2.2 RELATION GÉNÉRATRICE. — Supposons connu l'état (U, Φ) de l'ion à l'instant $k_0 T_m$, et soit (u_0, φ_0) sa valeur. Notons

$$\psi(\alpha, k_0 + 1, u_0, \varphi_0)$$

la valeur de la fonction caractéristique à l'instant $(k_0 + 1) T_m$ compte tenu de cette information supplémentaire.

Soit ρ_2 et $f_{V_2}(v_2)$ la densité volumique et la densité de probabilité de la loi de distribution des vitesses des atomes. Soit s la section efficace de collision ion-atome. Soit u_1 la valeur prise par U à l'instant $(k_0 + 1) T_m$. La valeur de u_1 dépend de l'absence ou non de choc entre $k_0 T_m$ et $(k_0 + 1) T_m$, et dans ce dernier cas, elle dépend des circonstances du choc. Etudions les différents cas possibles :

1^{er} cas : En l'absence de choc (probabilité de cet événement :

$$1 - \rho_2 s T_m \int_{-\infty}^{+\infty} \int_0^{T_m} \frac{1}{T_m} f_{V_2}(v_2) |v_2 - \dot{z}| dv_2 dt),$$

$$u_1 = u_0.$$

Dans ce cas :

$$\psi(\alpha, k_0 + 1, u_0, \varphi_0) = e^{i\alpha u_0}.$$

2^e cas : $u_1 = u_1(v_2, \tau, u_0, \varphi_0)$ pour un choc intervenant entre τ et $\tau + d\tau$ avec un atome dont la vitesse est comprise entre V_2 et $v_2 + dv_2$ (probabilité élémentaire de cet événement :

$$\rho_2 s T_m \frac{1}{T_m} f_{V_2}(v_2) |v_2 - \dot{z}| dv_2 dt).$$

Dans ce cas :

$$\psi(\alpha, k_0 + 1, u_0, \varphi_0) = e^{i\alpha u_1}$$

$\psi(\alpha, k_0 + 1, u_0, \varphi_0)$ s'obtient en moyennant toutes les valeurs possibles par leur probabilité de réalisation :

$$\begin{aligned} \psi(\alpha, k_0 + 1, u_0, \varphi_0) = e^{i\alpha u_0} & \left[1 - \rho_2 s T_m \int_{-\infty}^{+\infty} \int_0^{T_m} \frac{1}{T_m} f_{V_2}(v_2) |v_2 - \dot{z}| dv_2 dt \right] + \\ & + \rho_2 s T_m \int_{-\infty}^{+\infty} \int_0^{T_m} \frac{1}{T_m} f_{V_2}(v_2) e^{i\alpha u_1} |v_2 - \dot{z}| dv_2 dt. \end{aligned} \quad (2)$$

Puisque U et Φ ne sont pas connus, la fonction caractéristique de la loi de U à l'instant $(k_0 + 1) T_m$ s'exprime à partir de $\psi(\alpha, k_0 + 1, u_0, \varphi_0)$, de la densité de probabilité de $U(k_0 T_m)$: $f_U(u_0)$ et de celle de $\Phi(k_0 T_m)$: $1/2 \pi$ par :

$$\psi(\alpha, k_0 + 1) = \int_0^{2\pi} \int_0^\infty \frac{1}{2\pi} f_U(u_0) \psi(\alpha, k_0 + 1, u_0, \varphi_0) d\varphi_0 du_0.$$

La propriété d'invariance exige que :

$$\psi(\alpha, k_0 + 1) = \psi(\alpha, k_0)$$

d'où

$$\int_0^{2\pi} \int_0^\infty \frac{1}{2\pi} f_U(u_0) \psi(\alpha, k_0 + 1, u_0, \varphi_0) d\varphi_0 du_0 = \int_0^\infty f_U(u_0) e^{i\alpha u_0} du_0. \quad (3)$$

En portant (2) dans l'éq. (3), nous obtenons la relation génératrice :

$$\int_0^{2\pi} \int_0^\infty \int_{-\infty}^{+\infty} \int_0^{T_m} \frac{1}{2\pi} f_U(u_0) \frac{1}{T_m} f_{V_2}(v_2) [e^{i\alpha u_1} - e^{i\alpha u_0}] |v_2 - \dot{z}| d\varphi_0 du_0 dv_2 dt = 0 \quad \forall \alpha. \quad (4)$$

Le développement en série entière de α donne enfin les relations concernant les moments :

$$\int_0^{2\pi} \int_0^\infty \int_{-\infty}^{+\infty} \int_0^{T_m} \frac{1}{2\pi} f_U(u_0) \frac{1}{T_m} f_{V_2}(v_2) [u_1^n - u_0^n] |v_2 - \dot{z}| d\varphi_0 du_0 dv_2 dt = 0 \quad \forall n. \quad (5)$$

3. Application à l'étude des propriétés énergétiques et spatiales. — 3.1 UTILISATION DE LA RELATION GÉNÉRATRICE. — ψ caractérisant totalement la loi de U , ou bien la relation (4) est vérifiée quelle que soit $f_U(u_0)$, ou bien elle impose des conditions fortes sur $f_U(u_0)$. Les expériences numériques que nous avons faites rejettent la première supposition et confirment la seconde. Il en est de même pour la relation (5) qui est équivalente à (4).

Afin d'envisager comment utiliser (5), supposons dans un premier temps que $f_U(u_0)$ appartiennent à une famille de fonctions $g(u_0, C_1)$ dépendant d'un paramètre C_1 , c'est-à-dire qu'il existe une valeur λ de C_1 telle que

$$f_U(u_0) = g(u_0, \lambda) \quad \forall u_0.$$

Posons :

$$I(n, C_1) = \int_0^{2\pi} \int_0^\infty \int_{-\infty}^{+\infty} \int_0^{T_m} \frac{1}{2\pi} \frac{1}{T_m} f_{V_2}(v_2) \times [u_1^n - u_0^n] |v_2 - \dot{z}| g(u_0, C_1) d\varphi_0 du_0 dv_2 dt \quad (6)$$

et fixons $n = r$. Quand C_1 varie, $I(r, C_1)$ décrit une courbe qui s'annule pour $C_1 = \lambda$. Un autre choix de $n = r'$ conduit à une courbe $I(r', C_1)$ différente, mais qui s'annule encore en λ . Pour illustrer cette propriété, nous avons tracé sur la figure 1, les courbes relatives à $I(1, C_1)$ et $I(2, C_1)$ pour le couple $\text{Cs}^+ - \text{He}$, en choisissant pour g la fonction :

$$g(u_0, C_1) = \frac{u_0}{C_1^2} e^{-u_0^2/2C_1^2}.$$

Fig. 1. — Evolution de $I(1, C_1)$ et $I(2, C_1)$ en fonction de C_1 pour le couple $\text{Cs}^+ - \text{He}$. S représente l'écart-type et U.A. des unités arbitraires.

[Evolution of $I(1, C_2)$ and $I(2, C_1)$ with C_1 , for the pair $\text{Cs}^+ - \text{He}$. S represents the standard deviation and U.A. are arbitrary units.]

Nous savons en effet que dans le cas des collisions ion-atome léger, la loi de distribution de U est très

proche de celle que donnerait l'équilibre thermodynamique dans un puits de potentiel harmonique. $f_U(u_0)$ est ainsi très voisin de :

$$f_U(u_0) = \frac{u_0}{\sigma^2} e^{-u_0^2/2\sigma^2}, \quad \sigma = \sqrt{kT/m} = 136,5.$$

Nous remarquons que $I(1, C_1)$ et $I(2, C_1)$ s'annulent au même point, voisin de σ .

Le principe de la méthode que nous proposons se déduit de ce qui précède. Supposons que diverses indications conduisent à envisager une approximation de $f_U(u_0)$ à sélectionner parmi une famille de fonctions g dépendant d'un paramètre. Le choix de $n = r$ conduit à une valeur λ . Puisque $g(u_0, \lambda)$ n'est qu'une approximation de $f_U(u_0)$, une autre valeur : λ' de n aurait conduit à une autre valeur λ' . Il existe donc un certain arbitraire dans le choix de n . Notons que les propriétés statistiques les plus intéressantes sont reliées à des moments d'ordre peu élevés de U (moments d'ordre deux et quatre). Il n'y a donc aucune raison de choisir pour n une valeur élevée. Pratiquement, la valeur la plus intéressante pour les propriétés du second ordre est $n = 1$ (voir paragraphe suivant). C'est cette valeur que nous choisissons. Elle conduit à une valeur λ . La valeur qui annule $I(2, C_1)$: λ' permet de tester la qualité de l'approximation de $f_U(u_0)$ par $g(u_0, \lambda)$. Celle-ci est d'autant meilleure que la quantité :

$$\varepsilon = |\lambda - \lambda'|/\lambda \quad (7)$$

est petite.

On peut évidemment généraliser cette méthode au cas où $f_U(u_0)$ est à chercher parmi une famille de deux (ou plus de deux) paramètres. On cherchera par exemple λ_1 et λ_2 tels que :

$$I(1, \lambda_1, \lambda_2) = I(2, \lambda_1, \lambda_2) = 0 \quad (8)$$

et on testera la validité de l'approximation faite par la quantité :

$$\varepsilon = |\lambda_1 - \lambda'_1|/\lambda_1 \quad (9)$$

où λ'_1 , est tel que

$$I(3, \lambda'_1, \lambda_2) = 0.$$

Le paragraphe qui suit permettra de tester la validité de cette méthode.

3.2 APPLICATION A L'ÉTUDE DES PROPRIÉTÉS STATISTIQUES DU SECOND ORDRE. — Nous savons que les collisions avec un gaz très léger conduisent à des densités de la forme :

$$\frac{u_0}{\sigma^2} e^{-u_0^2/2\sigma^2}, \quad \sigma \neq \sqrt{kT/m}$$

et que les collisions avec un gaz plus lourd perturbent cette forme par accroissement de l'aile de cette distribution. Nous cherchons donc dans un premier temps

les différentes densités de probabilité parmi la famille de fonctions :

$$g(u_0, C_1) = \frac{u_0}{C_1^2} e^{-u_0^2/2C_1^2}.$$

Ceci nous permettra de tester la validité des résultats pour le cas où g est une bonne approximation (couple $\text{Cs}^+ - \text{He}$, $\text{Cs}^+ - \text{Ne}$) et de juger de l'erreur qui peut être consentie pour l'étude du second ordre. Les résultats correspondent aux paramètres expérimentaux suivants : température du gaz : 300 K, $T_m = 10^{-6}$ s, $a = 0$, $q = 0,2$. L'intégration de (6) est faite par une méthode de Monte-Carlo et la hauteur des barres correspond à deux fois l'écart-type (l'incertitude probable correspond au double de cette hauteur).

La figure 2a montre l'évolution de $I(1, C_1)$ avec C_1 pour les différents couples : $\text{Cs}^+ - \text{He}$, $\text{Cs}^+ - \text{Ne}$,

Fig. 2. — Evolution de $I(1, C_1)$ et $I(2, C_1)$ pour une approximation gaussienne de la loi de U : a) $I(1, C_1)$, b) $I(2, C_1)$, c) valeurs de λ et λ' . S représente l'écart-type et U.A. des unités arbitraires.

[Evolution of $I(1, C_1)$ and $I(2, C_1)$ for a Gaussian approximation of the distribution law of U . a) $I(1, C_1)$, b) $I(2, C_1)$, c) values of λ and λ' . S represents the standard deviation and U.A. are arbitrary units.]

Cs^+-Ar , Cs^+-Kr , Cs^+-Xe . La figure 2b décrit l'évolution de $I(2, C_1)$ et la figure 2c indique les valeurs qui annulent $I(1, C_1) : \lambda$ et $I(2, C_1) : \lambda'$. Sur la figure 3 sont portées les valeurs de la dispersion spatiale des ions : $\sigma_s(kT_m)$, obtenues classiquement et par la présente méthode. La figure 4 permet une comparaison analogue en ce qui concerne la température des ions : $T_i(kT_m)$. Nous remarquons la très bonne concordance des résultats concernant Cs^+-He , Cs^+-Ne , Cs^+-Ar , Cs^+-Kr . Ceci est d'autant plus remarquable, que dans ce dernier cas, ε est de l'ordre de 30 %. Les résultats diffèrent uniquement dans le cas du couple Cs^+-Xe . Nous remarquons également que l'utilisation de λ' aurait conduit à de moins bonnes valeurs lorsque ε est important. Pour l'étude des propriétés statistiques du second ordre, on peut donc se permettre une approximation grossière de la loi de U à condition de se référer à la valeur qui annule $I(1, C_1)$.

Fig. 3. — Dispersion spatiale des ions dans une trappe R.F. aux instants $kT_m(\sigma_s(kT_m) = \sigma_s(0))$. M.A. représente la masse atomique.

[Mean spatial dispersion of the ionic population confined in a R.F. trap for the instants $kT_m(\sigma_s(kT_m) = \sigma_s(0))$. M.A. represents the atomic weight.]

3.3 APPLICATION A L'ÉTUDE DES PROPRIÉTÉS STATISTIQUES DU QUATRIÈME ORDRE. — Ces propriétés (par exemple le paramètre de forme : p_f) font intervenir simultanément les moments du deuxième et du quatrième ordre de la loi de U . Ainsi :

$$p_f = \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{\sqrt{\langle U^4 \rangle}}{\langle U^2 \rangle}.$$

Fig. 4. — Température des ions aux instants $kT_m(T(kT_m) = T(0))$. M.A. représente la masse atomique.

[Ion temperature for the instants $kT_m(T(kT_m) = T(0))$. M.A. represents the atomic weight.]

Il faut donc approcher la loi de U par une fonction dépendant de deux paramètres au moins. Nous avons cherché une telle approximation pour les couples Cs^+-Ar et Cs^+-Kr parmi la famille de fonctions

$$g(u_0, C_1, C_2) = K(C_2) \frac{u_0}{C_1^2} e^{-(u_0/C_1)C_2}$$

où $K(C_2)$ est un facteur de normalisation. Il faut noter que les valeurs de p_f calculées classiquement sont assez incertaines, surtout celle concernant Cs^+-Kr . En effet, ces valeurs (asymptotiques) ont été estimées par extrapolation.

Pour le couple Cs^+-Ar , les courbes $I(1, C_1, C_2)$, $I(2, C_1, C_2)$ et $I(3, C_1, C_2)$ s'annulent simultanément (aux incertitudes numériques près imposées par la méthode de Monte-Carlo) pour la valeur $C_1 = 138$, $C_2 = 1,25$ (voir Fig. 5a). La fonction $g(u_0, 138, 1,25)$ est donc une très bonne approximation de $f_U(u_0)$. Cette approximation donne pour les paramètres du second ordre une valeur très voisine de la valeur classique (écart relatif de la température de l'ordre de 1,5 %). Elle permet de plus une estimation du paramètre de forme. La valeur trouvée est voisine de 2,015 pour une valeur classique de l'ordre de 1,99.

Une étude analogue a été faite pour le couple Cs^+-Kr . $I(1, C_1, C_2)$ et $I(2, C_1, C_2)$ s'annulent simultanément pour les valeurs $C_1 = 45$, $C_2 = 0,7$. On trouve une valeur de la température d'ions

$$(508 \leq T \leq 606)$$

Fig. 5. — Evolution de $I(1, C_1, C_2)$, $I(2, C_1, C_2)$ et $I(3, C_1, C_2)$ pour la valeur de C_2 qui annule simultanément $I(1, C_1, C_2)$ et $I(2, C_1, C_2)$. a) correspond au couple $\text{Cs}^+ - \text{Ar}$, b) au couple $\text{Cs}^+ - \text{Kr}$. S représente l'écart-type et U.A. des unités arbitraires.

[Evolution of $I(1, C_1, C_2)$, $I(2, C_1, C_2)$ and $I(3, C_1, C_2)$ for the value of C_2 which cancels simultaneously $I(1, C_1, C_2)$ and $I(2, C_1, C_2)$. a) corresponds to the pair $\text{Cs}^+ - \text{Ar}$, b) to the pair $\text{Cs}^+ - \text{Kr}$. S represents the standard-deviation and U.A. are arbitrary units.]

légèrement supérieure à l'estimation classique ($466 \leq T \leq 516$). La valeur de p_f (centrée sur 2,78) est compatible avec la valeur incertaine trouvée classiquement ($p_f \neq 3$). Ces résultats sont très satisfaisants surtout si on tient compte de l'écart ε de l'ordre de 30 % (voir Fig. 5b).

4. Critique et conclusions. — Cette méthode ne donne pas la densité de probabilité de U de façon strictement déductive. Quoiqu'envisageable, son utilisation en l'absence de toute donnée complémentaire semble donc très difficile. Par contre elle est très utile si des indications préalables permettent de rechercher une approximation de la densité de probabilité de U parmi une famille de fonctions dépendant d'un petit

nombre de paramètres. Ainsi, les tests que nous avons effectués sur les couples $\text{Cs}^+ - (\text{gaz rare})$ montrent que pour l'étude des propriétés statistiques les plus intéressantes, il n'est pas nécessaire d'avoir une excellente approximation de la loi de probabilité de U pour obtenir de bons résultats. L'exemple du couple $\text{Cs}^+ - \text{Ar}$ est éloquent : on obtient de très bonnes propriétés du second ordre avec une approximation gaussienne, alors que la densité de probabilité réelle semble plus proche d'une fonction à décroissance exponentielle dont l'argument est proportionnel à $(-u_0)^{1,25}$. On peut donc envisager l'utilisation de cette méthode dans un assez grand nombre d'applications, conjointement ou postérieurement à la méthode générale.

Dans le cas d'une étude systématique, par exemple, on peut amorcer la recherche de $f_U(u_0)$ classiquement, puis compléter par la méthode que nous décrivons. On peut également envisager son emploi pour l'étude d'un effet perturbateur qui se superpose à un effet principal déjà étudié (par exemple, influence des collisions inélastiques résiduelles, influence d'une faible charge d'espace), ou pour l'étude de légères modifications dans la nature de l'effet principal (par exemple, influence de la forme du potentiel d'interaction ion-atome).

Cette méthode, de même que la méthode classique, peut se traiter par une technique de Monte-Carlo. En effet, l'intégrale de la relation (6) représente une espérance mathématique. Toutefois, il faut utiliser un grand nombre d'échantillons pour obtenir des résultats ayant une précision acceptable et la mise au point de techniques de réduction de variance est souhaitable. Par contre, elle présente sur la méthode classique l'avantage d'un espace-mémoire très réduit lors du traitement numérique. Ceci permet d'envisager favorablement son emploi dans des cas où la méthode classique est quasi inutilisable (par exemple l'étude tridimensionnelle stricte [9]).

Enfin, quoique cette méthode soit plus simple à utiliser avec la représentation de l'état dynamique de l'ion : (u, φ) , elle est également envisageable dans le cadre de la représentation $(z, \dot{z})$. Si les travaux que nous allons effectuer sur ce point confirment cet espoir, il y aura possibilité d'accéder à des études statistiques pour des configurations de trappes ou des densités ioniques pour lesquelles la représentation (u, φ) n'est pas adaptée.

Bibliographie

- [1] WUERKER, R. F., SHELTON, H., LANGMUIR, R. V., *J. Appl. Phys.* **30** (1959) 342.
- [2] FISCHER, E., *Z. Phys.* **156** (1959) 26.
- [3] SCHUESSLER, H. A., FORTSON, E. N., DEHMELT, H. G., *Phys. Rev.* **187** (1969) 6.
- [4] JEFFERTS, K. B., *Phys. Rev. Lett.* **20** (1968) 39.
- [5] MAJOR, F. G., WERTH, G., *Phys. Rev. Lett.* **30** (1973) 1155.
- [6] DUCHÈNE, J. L., AUDOIN, C., SCHERMANN, J. P., *C.R. Hebd. Séan. Acad. Sci. Séance du 24 mai* (1976).
- [7] ANDRÉ, J., VEDEL, F., *Physica C* **81** (1976) 376.
- [8] ANDRÉ, J., *J. Physique* **37** (1976) 719.
- [9] ANDRÉ, J., VEDEL, F., *J. Physique* **38** (1977) 1381.
- [10] ANDRÉ, J., Thèse de Doctorat d'Etat, Université de Provence, 1978, chap. VII.
- [11] VEDEL, M., *J. Physique Lett.* **37** (1976) L-339.
- [12] ANDRÉ, J., Thèse de Doctorat d'Etat, Université de Provence, 1978, chap. VI.