Turbulence développée : intermittence et modèle $n = -2$ des phénomènes critiques

M. Papoular

► To cite this version:

M. Papoular. Turbulence développée : intermittence et modèle $n = -2$ des phénomènes critiques. Journal de Physique Lettres, 1976, 37 (7-8), pp.191-192. 10.1051/jphyslet:01976003707-8019100 . jpa-00231271

HAL Id: jpa-00231271

<https://hal.science/jpa-00231271>

Submitted on 1 Jan 1976

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Classification
 Physics Abstracts
 1.650 — 6.315 — 7.480

TURBULENCE DÉVELOPPÉE : INTERMITTENCE ET MODÈLE $n = -2$ DES PHÉNOMÈNES CRITIQUES

M. PAPOULAR

C.N.R.S., Centre de Recherches sur les très basses températures, B.P. 166, 38042 Grenoble Cedex, France

(Reçu le 12 avril 1976, révisé le 27 avril 1976, accepté le 10 mai 1976)

Résumé. — On remarque que les exposants caractéristiques de la turbulence développée résultent du modèle $n = -2$ avec forces à longue distance de portée appropriée. Les implications de cette correspondance sont brièvement discutées.

Abstract. — It is shown that the exponents for fully developed turbulence are given by the $n = -2$ model for critical phenomena, with appropriate long range forces. This correspondence is briefly discussed.

La description de la turbulence développée comme phénomène critique avec exposants caractéristiques fait problème dans la mesure où le degré d'universalité de ces exposants n'est pas encore fermement établi expérimentalement, et surtout dans la mesure où cette description met en correspondance un état fortement hors d'équilibre et des grandeurs généralement définies à l'équilibre thermodynamique. Ici, nous laissons d'emblée ce problème de côté, et nous partons de la description de Nelkin [1] qui relie, par l'intermédiaire d'une loi d'échelle de type Josephson, l'exposant μ caractéristique de l'intermittence de la dissipation, aux exposants η et ν de la fonction de corrélation (la vorticité $\Omega = \nabla \times \mathbf{v}$ jouant le rôle de paramètre d'ordre).

1. Dans le modèle de Nelkin, où la viscosité λ joue le rôle de $(T - T_c)$, la fonction d'autocorrélation de vorticité $\langle \Omega(r) \Omega(0) \rangle$ (variant en $r^{-(2-\eta)}$ en régime inertiel) et la longueur de corrélation l (échelle interne de turbulence, proportionnelle à λ^ν), ont pour exposants :

$$\eta = \frac{2}{3} + \zeta, \quad \nu = \left(\frac{4}{3} - \zeta\right)^{-1} \quad (1)$$

ζ est une petite correction (voir plus loin). Dans la mesure où T_c correspond à $\lambda = 0$, seule la phase haute température a un sens ici. Noter aussi que le régime inertiel : $r > l$, où la viscosité ne joue pas, est l'analogue du domaine critique des transitions de phase, où la longueur de corrélation n'intervient pas. Bien entendu, toute transposition : phénomène critique-turbulence, implique une transposition : longueur $\mathbf{r}$ -vecteurs d'onde $\mathbf{q}$, puisque (en turbulence tridimensionnelle) la cascade d'énergie descend vers

les petites longueurs. La loi d'échelle de Fisher : $\gamma = (2 - \eta) \nu$ est bien vérifiée pour

$$\gamma = 1 \quad (2)$$

en accord avec Navier-Stokes qui veut que : $\Omega^2 \sim \lambda^{-1}$. Supposant, pour les fluctuations de dissipation (intermittence) une longueur de corrélation identique à l , Nelkin obtient, entre les exposants α et μ de l'autocorrélation de dissipation $\langle \Omega^2(r) \Omega^2(0) \rangle$ ($\sim r^{-\mu}$ en régime inertiel, $\sim \lambda^{-\alpha}$ en régime dissipatif), deux nouvelles lois d'échelle qui représentent en fait la transposition des relations de Fisher et de Josephson :

$$\alpha = \mu \nu, \quad d\nu = 2 + \alpha. \quad (3)$$

Noter que, dans la deuxième de ces relations, α est affecté du signe +. Cela tient d'abord à la définition de α : exposant de la chaleur spécifique dans un cas, d'une fonction de corrélation d'ordre supérieur dans l'autre ; il n'est pas aisé d'identifier, pour la turbulence, une grandeur analogue à l'énergie libre (voir réserves évoquées au début de l'article). Ensuite, la transposition $\mathbf{r} \rightarrow \mathbf{q}$ affecte la dimensionnalité d'espace d en tant que paramètre : ainsi, le régime critique non trivial correspond maintenant à $d > d_c$ [1]. Pour $d < d_c$ (mais $d \leq 2$ exclu), on obtient le régime de champ moyen avec $\zeta = 0$, donc $\eta = \frac{2}{3}$ et $\nu = \frac{3}{4}$ (exposants de Kolmogorov) et $\mu = \alpha = 0$ (pas d'intermittence : turbulence homogène). La dimensionnalité caractéristique s'obtient à partir de la loi de Josephson (équ. (3b)) : $d_c = \frac{8}{3}$ [1].

Expérimentalement [2], on a, à 3 dimensions : $\mu(3) \simeq 0,5$ et $0 < \zeta(3) \lesssim 0,1$. Ainsi, la renormalisation due aux fluctuations de dissipation affecte surtout le spectre de dissipation.

2. L'objet de cette note est principalement de faire remarquer que tous ces résultats dériveraient formellement du modèle $n = -2$ de Balian et Toulouse [3], avec interactions de longue portée en $r^{-(d+\sigma)}$ et

$$\sigma = \frac{4}{3} - \zeta(d) \quad (4)$$

où $\zeta(3) \lesssim 0,1$ et $\zeta(d < \frac{8}{3}) = 0$. Dans la théorie des phénomènes critiques, n est le nombre de composantes du paramètre d'ordre dont on étudie les fluctuations critiques. $n = -2$ correspond évidemment à une continuation analytique à partir de valeurs entières positives. Le modèle $n = -2$ est apparenté, mais non équivalent au modèle gaussien. Les interactions de longue portée introduisent dans l'énergie libre $F(q)$ un terme en q^σ . Ce terme est *pertinent* pour $\sigma < 2$: il définit un nouveau point fixe et de nouveaux exposants caractéristiques. Le raccordement avec le cas des forces de courte portée se fait pour $\sigma = 2$.

D'une part, on retrouve ici les valeurs gaussiennes des exposants γ , η et ν , comme pour $n = -2$:

$$\gamma = 1, \quad \eta = 2 - \sigma, \quad \nu = \sigma^{-1} \quad (5)$$

(α est laissé de côté pour les raisons évoquées plus haut). Dans le modèle $n = -2$, ces exposants ont même valeur au-dedans et au-dehors de la région critique. Celle-ci est définie comme l'intervalle ΔT (ici $\Delta\lambda$) où tous les exposants prennent leur valeur asymptotique. Expérimentalement en turbulence, ils se distinguent mal, en raison de la petitesse de ζ , des exposants de Kolmogorov.

D'autre part, et surtout, il y a bien par contre, comme pour $n = -2$, une renormalisation des exposants caractéristiques des corrélations d'ordre supérieur [3], en particulier pour $\langle \Omega^2(r) \Omega^2(0) \rangle$ qui représente ici le spectre de dissipation : la valeur *critique* de l'exposant μ ($\mu = 0,5$ à $d = 3$) se distingue bien de sa valeur en champ moyen ($\mu = 0$), et aussi de sa valeur hors de la région critique (c'est-à-dire pour les nombres de Reynolds les moins élevés) : celle-ci n'est pas clairement estimée dans la littérature ; elle est voisine de zéro, sinon nulle.

3. Comme l'a montré Toulouse [3, 4], la condensation de Bose-Einstein idéale à pression constante fournit une illustration du modèle $n = -2$. Alors y a-t-il une correspondance *directe* entre turbulence développée et condensation de Bose ? L'analogie est peut-être à rechercher plutôt entre les effets des *contraintes* imposées aux deux systèmes : pression constante pour la condensation, condition d'incom-

pressibilité pour la turbulence, ces contraintes entraînant des caractéristiques d'homogénéité spatiale [4] qui relèvent du modèle $n = -2$, avec $\sigma = \frac{4}{3} - \zeta(d)$ pour la turbulence.

La longue portée des interactions dans $n = -2$ correspond, partiellement, à la longue portée des champs hydrodynamiques (*backflow*) compte tenu de la condition d'incompressibilité. Dans l'équation de Navier-Stokes, le terme en ∇p tend à homogénéiser la turbulence mais, pour $d > \frac{8}{3}$, il serait contrecarré par les non-linéarités convectives en $(\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v}$ [1]. D'où les effets d'intermittence avec exposants fonctions de d , et dans la correspondance avec $n = -2$, un exposant σ également fonction de d .

Cette dépendance en d soulève la question de la différence entre exposants en champ moyen ($d < \frac{8}{3}$: Kolmogorov, $\zeta = 0$, $\mu = 0$; et $\sigma = \frac{4}{3}$) et exposants *classiques* (au sens : $d > \frac{8}{3}$, mais hors de la région critique). Il serait très utile d'affiner les mesures à $d = 3$ pour déterminer si les valeurs *classiques* des exposants η et ν (c'est surtout η qui a fait l'objet de la littérature expérimentale) coïncident avec leurs valeurs en champ moyen ou au contraire avec leurs valeurs critiques. C'est seulement dans le deuxième cas que l'*isomorphisme* avec le modèle $n = -2$ s'avérerait vraiment intéressant. De même, la valeur classique de μ est-elle seulement voisine de zéro, ou strictement nulle comme en champ moyen ? Bien entendu, la détermination de la largeur de la région critique elle-même (à travers la variation de μ) constituerait aussi un objectif important.

4. Dans la description statistique moderne de la turbulence développée (voir réf. [2]), l'exposant μ gouverne la variance du logarithme de la dissipation :

$$\sigma_{\ln \epsilon_r}^2 = A + \mu \ln \frac{L}{r} \quad (6)$$

(distribution dite log-normale ; L est l'échelle externe de turbulence et $r > l$). Cette relation linéaire entre μ et $\sigma_{\ln \epsilon_r}^2$ couvre un très large domaine de longueurs d'onde [2]. Il serait intéressant de rechercher, pour les phénomènes critiques en général et $n = -2$ en particulier, des relations équivalentes entre fonctions de corrélation d'ordre supérieur et distributions de variables aléatoires. Dans cette optique, la démarche à adopter devrait certainement s'inspirer des idées de Jona-Lasinio [5] sur une approche probabiliste du groupe de renormalisation.

Je tiens à remercier G. Toulouse pour une discussion des remarques présentées ici.

Bibliographie

- [1] NELKIN, M., *Phys. Rev. A* (1975) 1737.
- [2] GIBSON, C. H. et MASIELLO, P. J., *Statistical Models and Turbulence*, éd. M. Rosenblatt et C. Van Atta (Springer) 1972, p. 427.
- [3] BALIAN, R. et TOULOUSE, G., *Ann. Phys.* **83** (1974) 28 ; *Phys. Rev. Lett.* **30** (1973) 544 ; v. aussi
- TOULOUSE, G. et PFEUTY, P., *Introduction au Groupe de Renormalisation et à ses Applications* (Presses Universitaires de Grenoble) 1975.
- [4] LACOUR-GAYET, P. et TOULOUSE, G., *J. Physique* **35** (1974) 425.
- [5] JONA-LASINIO, G., *Nuovo Cimento B* **26** (1975) 99 (Communication privée de TOULOUSE, G.).