Mise en évidence possible d'une couche limite de perméation à un interface smectique A - solide par l'étude d'ondes transversales ultrasonores

A. Rapini

► To cite this version:

A. Rapini. Mise en évidence possible d'une couche limite de perméation à un interface smectique A - solide par l'étude d'ondes transversales ultrasonores. Journal de Physique Lettres, 1976, 37 (3), pp.49-52. 10.1051/jphyslet:0197600370304900 . jpa-00231233

HAL Id: jpa-00231233

<https://hal.science/jpa-00231233>

Submitted on 1 Jan 1976

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Classification
Physics Abstracts
7.130

MISE EN ÉVIDENCE POSSIBLE D'UNE COUCHE LIMITE DE PERMÉATION A UN INTERFACE SMECTIQUE A - SOLIDE PAR L'ÉTUDE D'ONDES TRANSVERSALES ULTRASONORES

A. RAPINI (*)

Département de physique, Université de Sherbrooke, Sherbrooke, Québec, Canada

(Reçu le 8 décembre 1975, accepté le 8 janvier 1976)

Résumé. — La réflexion d'ondes ultrasonores transversales à un interface solide-Smectique A devrait permettre une mise en évidence de la couche limite de perméation. Les ondes sonores transversales ne se propagent pas en général dans un smectique (sauf dans le plan normal à l'axe optique). Elles s'amortissent sur des longueurs du type de celles des liquides simples. Nous avons calculé l'impédance acoustique d'un tel interface. Son comportement en fréquence se révèle assez original du fait de l'existence d'une couche limite de perméation.

Abstract. — Transverse ultrasonic waves may give in some geometrical conditions a convenient way to study the permeation boundary layer in smectic A. The penetration length and the acoustic impedance of such a wave in smectic are calculated and turn out to have an original behaviour related to the existence of the boundary layer.

1. Introduction. — La réflexion d'ondes ultrasonores transversales sur un interface solide-cristal liquide a déjà fait l'objet d'études théoriques et expérimentales (sur les nématiques : P. Martinoty et S. Candau [1] ; sur les cholestériques : F. Brochard [2] et, Ph. Martinoty et S. Candau [3, 4]). Nous nous proposons ici d'étudier le cas d'un cristal liquide smectique.

Un cristal liquide smectique présente l'originalité d'être :

- *liquide à deux dimensions* : dans le plan xoy , il y a désordre des centres de gravité des molécules (Fig. 1),
- *solide à une dimension* : suivant l'axe oz , il y a périodicité dans les positions des centres de gravité,
- et d'être formé de molécules allongées orientées en moyenne suivant l'axe oz (ordre à longue distance).

Cette structure se manifeste dans deux propriétés :

- *une élasticité de solide* : l'énergie associée à l'élasticité suivant l'axe oz peut s'écrire en fonction du déplacement unidimensionnel u des couches perpendiculairement à leur plan (P. G. de Gennes [5]) :

$$F = F_0 + \frac{1}{2} B \left[\left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 + \lambda^2 \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right)^2 \right] \quad (1)$$

λ est une longueur élastique probablement de l'ordre d'une dimension moléculaire ;

(*) Adresse actuelle : Laboratoire de Physique des Solides, Université de Paris-Sud, 91405 Orsay, France.

FIG. 1. — Cristal liquide Smectique A.

— *la perméation* : l'écoulement du fluide suivant l'axe oz peut se faire en déplaçant les plans smectiques. Mais si ce déplacement n'est pas uniforme une force élastique va tenter de s'y opposer. Cette force se dérive à partir de l'énergie F (eq. (1)).

L'écoulement peut aussi se produire par une diffusion des molécules à travers les plans smectiques comme dans un milieu poreux. Le smectique est alors à la fois, le fluide et le milieu poreux. Au cours de cet écoulement $\dot{u}$ la vitesse de déplacement des couches est différente de la vitesse hydrodynamique V_z (P. C. Martin, O. Parodi et P. S. Pershan [6]) :

$$\dot{u} - V_z = D \left[\frac{\partial^2 u}{\partial z^2} - \lambda^2 \left(\frac{\partial^4 u}{\partial x^4} + \frac{\partial^4 u}{\partial y^4} + 2 \frac{\partial^4 u}{\partial x^2 \partial y^2} \right) \right] \quad (2)$$

D coefficient de diffusion de perméation est de l'ordre de 10^{-5} C.G.S. Dans beaucoup d'expériences $Dq^2 \ll \omega$ et $\dot{u} \neq V_z$: la perméation n'est pas visible.

Le cas des ondes ultrasonores transversales est intéressant car ces ondes ne se propagent dans les liquides que sur de faibles distances

$$s^{-1} \sim \left(\rho \frac{\omega}{\eta} \right)^{-1/2}$$

où ρ est la densité, η la viscosité et ω la fréquence. Dans le cas des smectiques, les conditions d'ancrage des molécules sur la surface nécessitent une couche limite où la perméation est importante. L'existence de cette couche limite modifie profondément l'impédance de surface dans une certaine gamme de fréquences sonores appliquées.

2. Géométrie H (Homéotrope = axe optique normal à la surface). — La réflexion d'ondes ultrasonores transversales sur un interface solide-smectique homéotrope est du même type de celle d'un liquide simple (Fig. 2).

— En incidence normale, l'axe oy est choisi suivant la direction de la vitesse incidente. Dans le smectique, on pose :

$$V_y = V_{oy} e^{-sz} e^{i\omega t} \quad (3)$$

FIG. 2. — Géométrie H (Homéotrope).

oz est la direction de l'axe optique du smectique et la normale à l'interface. $z = 0$ sur l'interface. Les équations hydrodynamiques donnent alors pour s la valeur (partie réelle de s positive pour avoir un mode amorti)

$$s = (1 + i) \left(\frac{\rho\omega}{2\eta_3} \right)^{1/2} \quad (4)$$

($s \sim 10^4 \text{ cm}^{-1}$ pour une fréquence de l'ordre de 10 MHz). Ce qui correspond à une profondeur de pénétration de liquide simple de viscosité η_3 (notation de Martin, Parodi, Pershan [6]).

— En incidence oblique, la profondeur de pénétration sera faiblement fonction de θ l'angle d'incidence :

$$s^2(\theta) = s^2(\theta = 0) + \frac{\eta_2}{\eta_3} q^2 \sin^2 \theta \quad (5)$$

où q est le vecteur d'onde dans le solide ($q \sim 10^2 \text{ cm}^{-1}$ pour $\omega \sim 14 \text{ MHz}$), η_2 est une autre viscosité (M.P.P. 1972).

— Remarquons que cette géométrie permettrait la détermination de deux viscosités dans un smectique C suivant que l'on considère une onde incidente polarisée dans le plan contenant les molécules du smectique ou dans un plan perpendiculaire.

3. Géométrie N (Normal = axe optique dans le plan de l'interface) (Fig. 3). — On s'attend à des comportements très différents suivant la polarisation de l'onde incidente :

• Le cas où la vitesse incidente est portée par l'axe ox (Fig. 3) est totalement analogue à la géométrie H et au cas des liquides simples avec une viscosité effective η_2 au lieu de η_3 .

FIG. 3. — Géométrie N (Normale).

• Mais le cas où la vitesse incidente est portée par l'axe oz , c'est-à-dire l'axe d'anisotropie du smectique, est très différent. Considérons maintenant cette dernière polarisation avec une incidence normale. Il s'agit de déterminer la tension de surface T_z

$$T_z = -\sigma_{zy} = -\eta_3 V_{z,y} |_{y=0} \quad (6)$$

où σ_{ij} est le tenseur des contraintes du fluide et

$$V_{z,y} = \frac{\partial V_z}{\partial y}.$$

L'impédance acoustique sera alors donnée par

$$T_z = Z \cdot V_z. \quad (7)$$

Une hypothèse raisonnable est que les molécules sont parfaitement ancrées sur l'interface d'où :

$$\frac{\partial u}{\partial y} = 0 |_{y=0} \quad (8)$$

(les molécules restent dans le plan de la surface),

$$\dot{u} = V_z |_{y=0} \quad (9)$$

(les molécules suivent le déplacement du support solide).

Si l'on néglige aussi la perméation dans le smectique, on est conduit à :

$$\dot{u} = V_z \text{ pour tout } y$$

alors

$$\frac{\partial u}{\partial y} = 0 \text{ } |_{y=0} \text{ entraîne } V_{z,y} = 0 \text{ } |_{y=0}$$

c'est-à-dire

$$\sigma_{zy} = -T_z = 0.$$

Ce résultat montre que l'on ne peut négliger partout la perméation. Les conditions de surface imposent une couche limite où la perméation est importante.

Prenons V_z sous la forme :

$$V_z = \sum_k A_k e^{-s_k y} e^{i\omega t}. \quad (10)$$

Les équations hydrodynamiques du smectique donnent 3 valeurs possibles pour s_k

$$s_3^2 \neq \frac{i\rho\omega}{\eta_3} \quad (11)$$

qui correspond à une profondeur de pénétration de liquide simple avec une viscosité effective η_3 . Pour ce mode $\dot{u} \neq V_z$ dans tout le volume.

s_1 et s_2 sont solutions de l'équation :

$$s^4 - \kappa^2 s^2 + i\omega\tau_d \kappa^4 = 0 \quad (12)$$

où

$$\kappa^2 = \frac{B}{D\eta_3} \quad \text{et} \quad \frac{1}{\tau_d} = D(\lambda\kappa)^2 \kappa^2 = \frac{K}{\eta_3} \kappa^2 \sim 10^7 \text{ s}^{-1} \quad (13)$$

s_1 et s_2 définissent la couche limite de perméation dans laquelle se produit l'ajustement avec les conditions de surface. κ^{-1} est l'épaisseur de cette couche limite et τ_d est un temps de relaxation élastique de la couche de perméation

$$\frac{\partial u}{\partial y} = 0 \text{ } |_{y=0}$$

donne alors

$$\frac{A_1}{(s_1/\kappa)} + \frac{A_2}{(s_2/\kappa)} + \left(\frac{s_3}{\kappa}\right) \frac{A_3}{i\omega\tau_d} = 0 \quad (14)$$

et

$$\begin{aligned} \dot{u} - V_z &= 0 \text{ } |_{y=0} \\ A_1 s_1^2 + A_2 s_2^2 &\neq 0. \end{aligned} \quad (15)$$

Il en résulte une valeur de Z :

$$Z = \eta_3 s_3 \frac{s_1 s_2}{\kappa^2 + s_1 s_2} = \eta_3 s_3 \left(\frac{\sqrt{\omega\tau_d} e^{-i\pi/4}}{1 + e^{-i\pi/4} \sqrt{\omega\tau_d}} \right). \quad (16)$$

Dans le cas général d'une incidence oblique et d'une polarisation quelconque, il apparaît la possibilité

de modes propagés (modes du type second son). Ceci est lié à l'existence d'une élasticité de solide suivant l'axe oz . Néanmoins, ces modes ont une contribution négligeable dans l'impédance acoustique et Z est donné par :

$$\begin{aligned} Z &\neq e^{i\pi/4} \sqrt{\rho\omega\eta_2} \sin^2 \varphi + \\ &\text{impédance associée à } V_x \\ &+ \sqrt{\rho\omega\eta_3} \cos^2 \varphi \left(\frac{\sqrt{\omega\tau_d}}{1 + e^{-i\pi/4} \sqrt{\omega\tau_d}} \right) \quad (17) \\ &\text{impédance associée à } V_z \end{aligned}$$

où φ est l'angle entre la vitesse incidente et l'axe d'anisotropie du smectique (axe oz).

• Quand $\omega\tau_d \gg 1$, τ_d est grand devant la période sonore, l'épaisseur de la couche limite qui permet de satisfaire les contraintes de surface sur u devient très petite ($(s/\kappa)^4 \sim \omega\tau_d$). Les modes de pénétration 1 et 2 n'interviennent plus dans l'impédance

$$(\eta_3 s_1 A_1 \sim (\eta_3 s_3 A_3) (\omega\tau_d)^{-1/2});$$

il ne reste que le mode le plus pénétrant : le mode 3. On retrouve l'impédance d'un liquide simple mais de viscosité anisotrope.

• Par contre, dans la limite $\omega\tau_d \sim 1$, le comportement prévu ici est inhabituel.

4. Remarques et conclusions. — Les fréquences utilisées habituellement sont dans la bonne gamme pour mettre en évidence le temps de diffusion τ_d : $\omega \cdot \tau_d$ est de l'ordre de 1 pour des fréquences de l'ordre de la dizaine de MHz.

Mais notre calcul repose sur des hypothèses qui ne sont actuellement que des conjectures :

— orientation possible d'un smectique suivant la géométrie N,

— ancrage parfait des molécules sur le solide.

Nous pouvons remarquer que la limite inverse où les molécules ne suivent pas nécessairement la surface ($\dot{u} \neq V_z$ en $y = 0$) pourrait correspondre au cas d'une surface libre. Quant à la situation intermédiaire où l'énergie d'ancrage est faible mais finie, elle peut se traiter avec une relation linéaire flux, force, en surface, du type Onsager. Cette relation introduit un coefficient nouveau δ relié à l'énergie d'ancrage :

$$\dot{u} - V_z = \delta \left(\frac{\partial^3 u}{\partial y^3} \right) \text{ en } y = 0 \quad (\text{éq. (9')}).$$

Nous n'avons pas envisagé ce cas en détail.

• D'autre part, nous n'avons pas tenu compte d'une éventuelle relaxation des viscosités η_2 et η_3 .

Il nous paraît souhaitable que là aussi des expériences précèdent et orientent des raffinements de cette analyse simple.

Dans la limite des grandes fréquences ($\omega\tau_d \gg 1$) ou dans le voisinage d'une transition Smectique A

→ Nématique faiblement du premier ordre (κ^{-1} donc τ_d deviennent alors très grands). Ces expériences permettront la détermination des viscosités η_2 et η_3 .

La limite $\omega\tau_d \sim 1$, elle pourrait permettre, dans un premier temps, de tester la qualité de l'ancrage.

Bibliographie

- [1] MARTINOTY, Ph. et CANDAU, S., *Mol. Cryst. et Liq. Cryst.* **4** (1971) 243.
 - [2] BROCHARD, F., *J. Physique* **32** (1971) 685.
 - [3] MARTINOTY, Ph. et CANDAU, S., *J. Physique Colloq.* **33** (1972) C6-81.
 - [4] MARTINOTY, Ph. et CANDAU, S., *Phys. Rev. Lett.* **28** (1972) 1361.
 - [5] DE GENNES, P. G., *J. Physique Colloq.* **30** (1969) C4-65.
 - [6] MARTIN, P. C., PARODI, O. et PERSHAN, P. S., *Phys. Rev.* **6** (1972) 2401.
-