



HAL
open science

C. -PLASMAS COMPLÈTEMENT IONISÉSEXPOSÉEXPÉRIMENTATION DES PLASMAS EN ORDINATEUR

J. Dolique

► **To cite this version:**

J. Dolique. C. -PLASMAS COMPLÈTEMENT IONISÉSEXPOSÉEXPÉRIMENTATION DES PLASMAS EN ORDINATEUR. Journal de Physique Colloques, 1968, 29 (C3), pp.C3-137-C3-151. 10.1051/jphyscol:1968334 . jpa-00213572

HAL Id: jpa-00213572

<https://hal.science/jpa-00213572>

Submitted on 4 Feb 2008

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

C. — PLASMAS COMPLÈTEMENT IONISÉS

EXPOSÉ

EXPÉRIMENTATION DES PLASMAS EN ORDINATEUR

J. M. DOLIQUE

Faculté des Sciences de Grenoble. Laboratoire de physique des plasmas

Résumé. — Dans l'expérimentation sur ordinateur, ce dernier n'apporte pas l'aide mathématique qu'on a coutume de lui demander pour résoudre des équations devant lesquelles on serait sans lui impuissant ; il se substitue à la Nature elle-même dans l'élaboration du devenir d'un système physique. Le problème à N corps est ainsi traité de la manière suivante : partant de conditions initiales qu'on se donne, l'évolution des N corps est suivie par résolution de N équations de Newton, $F = m\Gamma$, où la force F est déduite rigoureusement de l'interaction qu'exercent sur le corps envisagé les $N - 1$ autres corps. Pour les particules chargées d'un plasma, cette interaction est l'interaction de Coulomb en $1/r^2$ — ou éventuellement l'interaction électromagnétique générale. On n'impose donc pas au système les équations microscopiques ou macroscopiques usuelles, qui contiennent toujours une part d'approximation ; on le munit des règles du jeu de la Nature, et on regarde ce qu'il devient. Il s'agit donc véritablement d'une transcription en ordinateur de l'expérience réelle.

Sous cette forme idéale, l'expérimentation en ordinateur présente sur l'expérimentation réelle un avantage insigne : on peut suivre à la vitesse que l'on veut l'évolution d'un paramètre, et ceci sans perturber l'évolution.

En fait, avec la puissance des ordinateurs actuels, on est très loin de pouvoir remplir ce programme. Il faut en particulier se résoudre à ne suivre qu'un nombre de particules n très inférieur au nombre réel N : quelque mille ou dix-mille au lieu de, disons, dix puissance quinze. Des considérations d'économie de calcul amènent par ailleurs à utiliser souvent, pour le calcul de la force, des méthodes approchées. Malgré ces limitations sévères, dont on sait encore mal quelles distorsions elles introduisent, la méthode a déjà remporté plusieurs importants succès, dans le traitement et la compréhension des phénomènes non linéaires qui jouent comme on sait un rôle essentiel loin de l'équilibre thermodynamique. Les progrès prévisibles dans la puissance des ordinateurs ne pourront que renforcer sa position face aux méthodes analytiques traditionnelles.

Abstract. — In computer experiments the computer does not provide the mathematical aid that is usually expected from it to solve equations which otherwise cannot be solved. It takes the place of Nature itself to determine the destiny of a physical system. The many-body problem, thus, is treated in the following way. From chosen initial conditions the evolution of N bodies is observed by the resolution of N Newton equations, $F = m\Gamma$, where the force F is rigorously deduced from the interactions that the other $N - 1$ bodies have with the considered body. For charged particles of a plasma this interaction is a Coulomb interaction of the form $1/r^2$, or occasionally a general electromagnetic interaction. One does not, therefore, impose on the system the usual microscopic or macroscopic equations which always contain some approximation. One programs the system into the computer with the playing rules of Nature and observes its evolution. Therefore, it is truly a transcription by the computer of the actual experiment.

Under this ideal form, computer experimentation is more advantageous than the real experiments. One can observe, at leisure, the evolution of a parameter without disturbing the evolution.

However, it is not possible to follow this method closely because of the limited power of present day computers. In particular, one is only able to follow a number of particles n very much smaller than the real number N , about one thousand or ten thousand instead of perhaps ten to the power fifteen.

Moreover, for economic reasons, one often uses approximate methods to calculate the force. In spite of these severe limitations, which introduce unknown errors, this method has already resulted in some important successes in the treatment and understanding of non-linear phenomena which play, as one knows, an essential role far from thermodynamic equilibrium. The progress which can be foreseen in computer power should reinforce its position ahead of traditional analytical methods.

Introduction. — Dans tous les laboratoires, qu'ils s'occupent de plasmas ou non, l'ordinateur comme aide mathématique est devenu d'un usage aussi commun que la règle à calcul.

Lorsque l'on parle, en physique des plasmas, en électronique, en mécanique des fluides ou en astrophysique, d'expérimentation en ordinateur, c'est de toute autre chose qu'il s'agit.

Pour mieux situer la différence, il est d'usage de remonter au XVIII^e siècle et d'opposer Lagrange à Euler. C'est à cette époque, en effet, que dans l'étude des assemblées de particules, assemblées de molécules d'un gaz ou, à l'autre bout de l'échelle, assemblées d'étoiles, deux grandes voies ont été ouvertes qu'on retrouve de nos jours :

Dans la première, les particules sont considérées individuellement. Cette méthode, déjà employée en mécanique céleste, fut approfondie par Lagrange. Les étoiles sont assimilés à des points matériels en interaction de Newton. On sait quelle cruelle limitation impose au nombre des interactions simultanées descriptibles les possibilités de l'analyse classique : le fameux problème des trois corps n'a toujours pas reçu de solution rigoureuse !

Dans la seconde voie, développée par Euler, l'assemblée de particules est traitée en fluide continu, dont les propriétés peuvent certes varier d'un point à un autre et dans le temps, mais où les comportements individuels n'apparaissent plus.

Les sévères limitations dont souffre, comme on vient de le dire, la méthode lagrangienne, en avaient cantonné le domaine d'application jusqu'à peu, à la mécanique céleste. La mécanique des fluides s'est développée sur la base eulérienne. Dans l'étude de l'équilibre thermodynamique, ou de son voisinage, la méthode d'Euler s'est montrée, comme on sait, extrêmement fructueuse. La description des états éloignés de l'équilibre thermodynamique se heurte par contre à de très grosses difficultés. On a été jusqu'à parler de faillite. Or, en physique des plasmas — domaine auquel, en principe, on se limitera dans cet article — il est de plus en plus clair que les situations les plus intéressantes sont celles où on est loin de l'équilibre. C'est dans cette conjoncture que certains ont pensé à se tourner vers la méthode lagrangienne. Celle-ci est d'autant plus séduisante pour les plasmas, que les interactions entre porteurs — qui sont les plus importantes — sont connues en toute rigueur et de plus extrêmement simples : ce sont les interactions de Coulomb en $1/r^2$. La situation serait plus difficile pour les gaz neutres ou les liquides. Restait évidemment l'obstacle essentiel signalé plus haut : le tout

petit nombre d'interactions simultanées que l'analyse mathématique classique sait traiter. La mise au point, il y a une décennie, d'ordinateurs très puissants leva cet obstacle : la voie lagrangienne était ouverte.

En principe, sa mise en œuvre est la suivante : on donne, pour commencer, à un instant initial $t = 0$, les positions et les vitesses des N particules chargées dont on se propose d'étudier l'évolution. Des positions on déduit la carte de champ ; q_j désignant la charge de la particule située en \mathbf{r}_j , m_j sa masse :

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \sum_j \frac{q_j}{4\pi\epsilon_0} \frac{\mathbf{r} - \mathbf{r}_j}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_j|^3}.$$

Puis, on détermine le mouvement des N particules en résolvant les N équations, couplées par \mathbf{E} :

$$m_j \frac{d^2\mathbf{r}}{dt^2} = \mathbf{F}_j = q_j \mathbf{E}(\mathbf{r}).$$

On voit la différence essentielle entre cette méthode et l'emploi ordinaire qui est fait des ordinateurs en physique des plasmas. Dans celui-ci la machine nous permet de résoudre rapidement un problème mathématique qui, sans elle, exigerait un temps très long ou serait même insoluble. Mais les équations elles-mêmes relèvent de telle ou telle théorie. Ce seront, par exemple, des équations de Vlasov ou de Fokker-Planck, ou encore des équations de transport. La théorie est simplement prolongée jusqu'aux résultats numériques. Dans celle-là au contraire, qui nous intéresse ici, les seules équations introduites sont des équations rigoureuses : la loi de Newton $\mathbf{F} = m\mathbf{\Gamma}$, la loi de Coulomb. L'évolution du gaz de particules chargées, telle qu'on la suit sur l'ordinateur, reproduit donc l'évolution réelle : il s'agit vraiment d'une *expérimentation sur ordinateur* ; celle-ci présente sur l'expérience réelle correspondante des avantages décisifs, qui apparaîtront plus loin.

En fait, ce programme idéal d'expérimentation sur ordinateur se heurte, comme on va le voir ci-dessous, à diverses contraintes qu'impose la machine. Les avantages de cette expérimentation s'en trouveront diminués, mais non annulés. Signalons enfin, pour terminer cette introduction, que la terminologie dans ce domaine neuf n'est pas encore fixée. Bien des auteurs qualifient d'expérimentation sur ordinateur des simulations de fluides continus eulériens, décrits par l'équation de Vlasov ou par celles de la magnétohydrodynamique.

Ce qu'on vient de dire nous amène à distinguer, dans l'exposé des propriétés essentielles de l'expérimentation sur ordinateur, les propriétés *idéales* qu'au-

rait la méthode si l'on disposait d'ordinateurs infiniment puissants, et les *limitations pratiques*, telles qu'elles se présentent dans l'état actuel de la technique des grandes calculatrices.

1. Propriétés idéales. — L'expérimentation en ordinateur se situe à mi-chemin entre l'expérimentation réelle et les théories analytiques. On va la comparer successivement à celle-là et à celles-ci.

1.1 EXPÉRIMENTATION EN ORDINATEUR ET EXPÉRIMENTATION RÉELLE. — L'un des avantages décisifs de l'expérimentation en ordinateur sur l'expérimentation réelle est qu'on est maître de l'échelle des temps. On peut à volonté ralentir l'évolution pour en suivre commodément tel ou tel détail. Si l'on songe que les périodes de relaxation caractéristiques en physique des plasmas sont couramment très inférieures à la nanoseconde on mesure l'intérêt de cette possibilité.

Autre avantage : on peut, sans perturber le moins du monde l'évolution, suivre tel ou tel paramètre intéressant. En expérimentation réelle ceci ne va pas, comme on sait, sans difficultés considérables, quand bien même c'est possible.

Enfin, on peut aisément exhiber ce paramètre intéressant sous forme graphique ou même cinématographique. Des films spectaculaires ont été obtenus en expérimentation sur ordinateur, qui montrent le développement d'instabilités ou l'établissement d'un régime quasi permanent d'oscillations.

1.2 EXPÉRIMENTATION EN ORDINATEUR ET THÉORIES ANALYTIQUES. — Les théories qui vont servir ici de terme de comparaison sont les théories usuelles des plasmas, microscopiques ou macroscopiques. Comme les secondes, basées sur les équations de transport, les premières basées sur l'équation de Boltzmann — ou de Vlasov, ou de Fokker-Planck, etc. — sont de type eulérien : la référence qui y est faite aux particules individuelles n'a qu'une signification statistique.

Avant de développer la comparaison, notons tout de suite une particularité importante de l'expérimentation sur ordinateur : son caractère déterministe. Il ne s'agit pas du tout d'une méthode de type Monte-Carlo. Les seuls éléments de hasard introduits éventuellement, le sont aux parois : la simulation de l'émission thermoélectronique d'une cathode chaude, par exemple. Il résulte de ce déterminisme qu'il est parfaitement possible d'arrêter l'expérience puis de remonter le temps : on revient exactement, Dawson l'a vérifié, aux conditions initiales.

Un des avantages décisifs de l'expérimentation en ordinateur sur les méthodes analytiques, est la possi-

bilité de suivre l'évolution du système dans le temps. Non certes que les théories analytiques soient en principe impuissantes à décrire des phénomènes dépendant du temps, mais en pratique la complexité mathématique est telle qu'il faut se résoudre très souvent à chercher des solutions de régime permanent. Constitutionnellement au contraire les ordinateurs travaillent de manière séquentielle, causale. On ne s'efforce pas d'aboutir à un régime permanent. Si celui-ci existe et qu'il est stable, le système étudié convergera vers lui. Mais il peut se faire aussi que le régime permanent ne représente qu'une moyenne dans le temps, autour de laquelle le système oscille : ceci apparaîtra sur la machine. Bien des problèmes de physique des plasmas enfin, ne possédant pas de solutions de régime permanent, peuvent désormais être étudiés en expérimentation sur ordinateur, qui étaient inaccessibles aux théories analytiques.

Quand elles s'attaquent à des régimes transitoires, celles-ci le font presque toujours par le biais de signaux dont on postule au départ qu'ils oscillent sinusoidalement ou bien qu'ils croissent — ou décroissent — exponentiellement. Ces signaux sont de plus supposés petits, pour autoriser une linéarisation des équations. Rien de tel ici. On ne postule rien au départ sur la forme de l'évolution dans le temps. Aucune hypothèse de linéarité n'est à faire : le traitement de ce que, habitués au langage analytique, nous appelons non-linéarités, est absolument naturel. Comme les non-linéarités sont à l'origine — on s'en rend de mieux en mieux compte — d'un très grand nombre de phénomènes en physique des plasmas, on voit quel avantage insigne il y a là.

Même dans les situations où l'approximation linéaire est justifiée, l'expérimentation en ordinateur présente d'ailleurs sur les théories analytiques une supériorité marquée, du fait de sa démarche séquentielle, causale. On sait quelles difficultés on a rencontrées dans l'étude des ondes en petits signaux en utilisant l'équation de dispersion. Ces difficultés, les impasses mêmes auxquelles on est parfois arrivé, sont dues au caractère non causal de l'équation de dispersion. L'expérimentation en ordinateur offre dans ces cas difficiles un recours précieux.

Le tableau idyllique qu'on vient de brosser de l'expérimentation en ordinateur semble laisser peu d'avenir aux méthodes analytiques traditionnelles. En fait, outre que celles-ci seront toujours indispensables d'une part à la discussion des méthodes mêmes de l'expérimentation sur ordinateur : précision, stabilité, résolution, etc., et d'autre part à la mise en ordre synthétique des résultats, but ultime de la connaissance

scientifique, on va voir, dans ce qui suit, que les limitations pratiques imposées par les performances des ordinateurs actuels amènent à nuancer beaucoup cette première impression.

2. **Procédure de simulation.** — Pour mieux comprendre l'origine de ces limitations, on va commencer par examiner avec un peu plus de détail la procédure de simulation.

2.1 **PASSAGE DES PARTICULES AUX SUPERPARTICULES.** — Le nombre de particules impliquées dans une expérience de physique des plasmas est typiquement, de l'ordre de $N = 10^{15}$. Il est hors de question, dans l'état actuel — et même actuellement prévisible — des ordinateurs, de décrire les mouvements d'un nombre aussi grand de particules. Le maximum dépend, comme on va le voir plus loin, de la complexité du problème traité. Dans le cas le plus favorable il se situe présentement, en pensant pour fixer les idées à l'ordinateur IBM 360-40, aux environs de 10 000. Une première distorsion, et de taille, est donc introduite obligatoirement : la substitution aux N particules réelles, de $n \ll N$ *superparticules*, le coefficient de simulation n/N étant disons de l'ordre de 10^{-11} .

n maximal, vient-on de dire, dépend du problème. C'est qu'en effet la simulation se présente très différemment selon que le problème traité peut être considéré comme unidimensionnel, cas d'une diode plane, bidimensionnel, cas d'un faisceau de révolution, ou irréductiblement tridimensionnel.

Si une dimension suffit, les superparticules utilisées seront des *plans* ou des *disques*, perpendiculaires à l'axe du mouvement, ou encore, dans des problèmes à symétrie sphérique ou cylindrique, des *sphères* ou des *cylindres*. Leurs positions sont repérées par une coordonnée unique, z ou r ; on a pu en traiter jusqu'à 10 000.

Pour deux dimensions, on peut encore utiliser des plans ou des disques, qu'on autorise cette fois à se mouvoir dans une direction supplémentaire, mais en outre divers modèles spécifiques ont été employés : *tiges* et *anneaux*. Quelque 10^2 est alors le nombre maximal.

Quant aux problèmes fondamentalement tridimensionnels, dans lesquels les superparticules doivent être des *points*, ils sont encore pratiquement hors de portée des ordinateurs : les capacités actuelles ne permettent pas de traiter plus d'une dizaine de points. Il faudra, pour commencer à les aborder même modestement, attendre la prochaine génération d'ordinateurs.

Les dimensions dont il vient d'être question concernent le *mouvement* des superparticules. Mais il faut

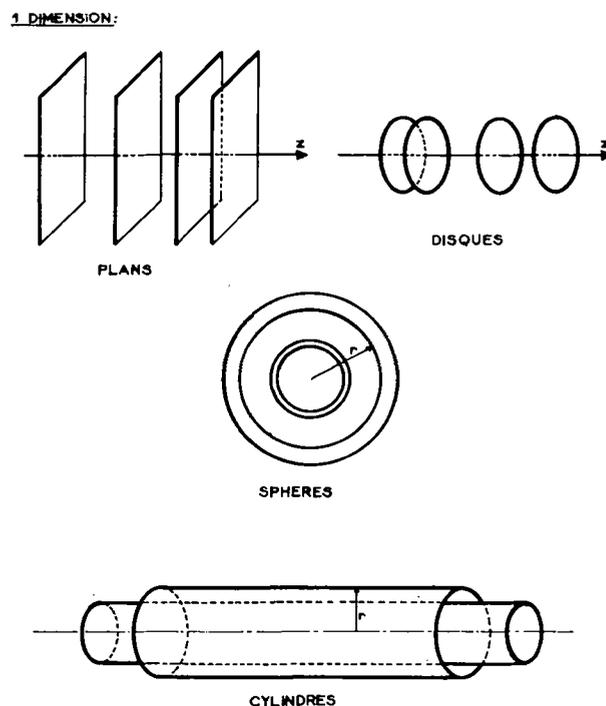


FIG. 1. — 1 dimension.

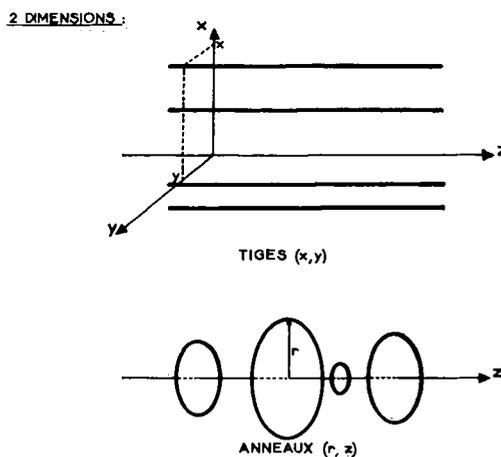


FIG. 1 (Suite). — 2 dimensions :

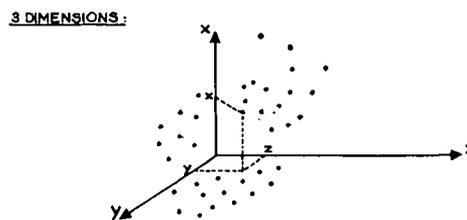


FIG. 1 (Suite). — 3 dimensions.

considérer aussi les symétries des *champs* électromagnétiques dans lesquels celles-ci évoluent. Le cas le plus simple est évidemment celui de superparticules planes, disons pour fixer les idées de superélectrons plans, soumis à leur seul champ électrique de charge d'espace, les interactions magnétiques étant négligées. On a une seule dimension pour le champ : Oz. Un tel modèle convient bien à l'étude des oscillations dans une diode plane par exemple.

Mais, même si le mouvement peut être considéré comme unidimensionnel, selon Oz, on peut avoir à tenir compte d'une dépendance radiale du champ électrique : ce cas se présentera, par exemple, dans la simulation du faisceau d'électrons d'un tube à propagation d'onde. On utilisera alors des superélectrons-disques, se déplaçant selon Oz, mais plongés dans un champ à deux dimensions (z, r). Lors de la revue générale des travaux déjà faits sur laquelle se terminera cet article, on verra bien d'autres exemples de situations où nombre de dimensions pour le mouvement des superparticules, et nombre de dimensions pour les champs, ne sont pas les mêmes. Il est clair que le nombre de superparticules traitables en ordinateur ne dépend pas seulement du nombre de dimensions de leur mouvement, mais aussi de la complexité des champs dans lesquels elles se meuvent. Les nombres cités plus haut n'ont donc valeur que d'indications. Le maximum de quelque 10^4 se rapporte à la situation la plus simple : superparticules planes se mouvant selon Oz dans un champ électrique parallèle à Oz et ne dépendant que de z .

Enfin certains modèles ne contiennent qu'une espèce de superparticules, des superélectrons en général, tandis que d'autres en contiennent plusieurs, deux le plus souvent : superélectrons et superions.

2.2 CALCUL DU CHAMP ET DISCRÉTISATION DE L'ESPACE. — Limitons-nous pour simplifier au cas le plus simple de superparticules non relativistes soumises à leur seul champ de charge d'espace, les interactions transverses — magnétiques — et le rayonnement étant négligeables.

Le mouvement des n superparticules s'obtient par résolution des n équations de Newton :

$$m_j \frac{d^2 \mathbf{r}}{dt^2} = q_j \mathbf{E}(\mathbf{r}).$$

Pour le calcul de \mathbf{E} on peut sommer les champs produits en \mathbf{r} par les n superparticules. Ainsi, pour des superparticules points, est-on conduit à sommer des champs en $1/r^2$:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \sum_j (q_j/4 \pi \epsilon_0) [(\mathbf{r} - \mathbf{r}_j)/|\mathbf{r} - \mathbf{r}_j|^3].$$

Pour les autres types de superparticules, il faut sommer des champs en $1/r$ (tiges), en $\exp(-kx)$ (disques), etc. Dans le cas de superparticules planes, le champ, constant entre deux superparticules voisines, se déduit très simplement du théorème de Gauss : il suffit de compter les superparticules situées en aval de la super-particule considérée.

On peut aussi déduire le potentiel $V(\mathbf{r})$ de l'équation de Poisson :

$$\nabla^2 V(\mathbf{r}) = -\rho/\epsilon_0$$

où la charge volumique ρ est donnée par :

$$\rho = \sum_j q_j \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_j)$$

la somme étant étendue cette fois au volume considéré comme élémentaire.

Pour deux dimensions — et ce serait vrai *a fortiori* pour trois — le calcul par sommation rigoureuse sur l'ensemble des superparticules est très long. On a donc très souvent recours à l'équation de Poisson.

Pour sa résolution, la machine remplace les équations aux dérivées partielles par des équations aux différences finies. L'espace est discrétisé en mailles, de pas H . Pour le calcul de la charge volumique ρ on bloque au centre de chaque maille la charge de toutes les superparticules qui s'y trouvent. La procédure de résolution approchée de l'équation de Poisson est d'une importance capitale pour l'économie de la méthode. Selon que, pour une distribution de charge donnée, l'on met 10 s, 1 s ou 0,1 s pour établir la carte potentiel $V(\mathbf{r})$, on pourra faire durer l'expérience pendant quelques périodes caractéristiques — périodes plasmas — quelques dizaines de périodes ou quelques centaines. Entre l'intérêt considérable qu'il y a à faire durer l'expérience, et la nécessité d'utiliser un potentiel calculé avec suffisamment de précision, on voit qu'un compromis doit être trouvé. Tout progrès sur ce point dans les méthodes de l'analyse numérique est le bienvenu. Les premières méthodes utilisées, itératives, coûtaient quelque 10 secondes. La méthode mise au point récemment par Hockney ne coûte plus que 0,9 seconde.

2.3 DISCRÉTISATION DU TEMPS. — Autre caractéristique du déroulement pratique de la méthode : on avance dans le temps par sauts discrets Δt (sauts qu'il ne faut pas confondre avec le pas ou temps élémentaire de travail de la machine ; Δt comprend en général de nombreux temps élémentaires).

Connaissant la position de toutes les superparticules à l'instant $v \Delta t$ (v entier), on en déduit le champ, puis $\ddot{\mathbf{r}}_j(v \Delta t)$ par l'équation de Newton, et on calcule les

positions des particules à l'instant $(p + 1) \Delta t$ en utilisant, par exemple, la formule approchée dite souvent « voie royale » :

$$\mathbf{r}_j[(p + 1) \Delta t] - 2 \mathbf{r}_j[p \Delta t] + \mathbf{r}_j[(p - 1) \Delta t] = \ddot{\mathbf{r}}_j(p \Delta t) \cdot (\Delta t)^2$$

qui introduit une erreur maximale de

$$\frac{1}{24} \dddot{\mathbf{r}}_j(\Delta t)^4.$$

Pour partir des données, à l'instant zéro, $\mathbf{r}_j(0)$, $\dot{\mathbf{r}}_j(0)$ et $\mathbf{E}_0(\mathbf{r})$, on initialise le procédé par une formule approchée telle que :

$$\mathbf{r}_j(\Delta t) = \mathbf{r}_j(0) + \dot{\mathbf{r}}_j(0) \Delta t + \ddot{\mathbf{r}}_j(0) \Delta t^2$$

où l'erreur est en $\frac{1}{6} \dddot{\mathbf{r}}_j(\Delta t)^3$.

A cette première discrétisation du temps, qui concerne l'évolution même des superparticules, s'ajoute très souvent une seconde, introduite par les conditions aux limites. Que le système qu'on étudie converge ou non vers un régime permanent, on lui impose en général des conditions aux limites qui, elles, sont stationnaires. Dans l'expérience réelle qu'on se propose de simuler, les particules sont introduites de façon quasi continue : ce sont par exemple des électrons issus d'une cathode continûment chauffée. Dans la simulation sur ordinateur, cette émission continue de particules est remplacée par l'introduction d'une superparticule à des instants discrets : pendant l'intervalle de temps Δt , dont il a été question ci-dessus, un certain nombre de superparticules sont émises. Souvent, pour mieux simuler le caractère stochastique de l'émission thermoélectronique — ou de la source réelle de particules, si ce n'est pas une cathode chaude — on impose à la vitesse de la superparticule d'être une variable aléatoire dont on se donne la distribution.

3. Défauts introduits par la procédure. — Chacun des trois grands types précédents de distorsions, qu'introduisent dans la simulation idéale la procédure suivie et les performances limitées de la machine, réduit sensiblement les vertus de la méthode d'expérimentation sur ordinateur telles qu'on les a exaltées au paragraphe 1.1.

Si l'on veut bien considérer que les N particules réelles (10^{15} par exemple) ont un comportement beaucoup plus proche de l'image du fluide continu qu'on leur applique souvent, que les n superparticules ($n \lesssim 10^4$), on peut dire que le passage des particules

aux superparticules, est lui aussi une discrétisation à mettre en parallèle avec les discrétisations de l'espace et du temps.

Par analogie avec la reproduction photographique on parle souvent à propos de ces trois discrétisations de *grains*. En principe la simulation sera d'autant meilleure que les grains seront plus fins : n/N aussi grand que possible, H et Δt aussi petits que possible, par rapport à une dimension caractéristique L de l'expérience et à sa durée T respectivement.

Tant que ne sera pas mise au point une théorie mathématique complète et satisfaisante — on en devine l'extrême difficulté — sur la rapidité de convergence vers l'expérience simulée de l'expérience simulatrice, il sera prudent de tester chaque nouveau modèle en étudiant ses réponses à des variations importantes des trois grains n/N , H/L et $\Delta t/T$.

Une autre assurance que l'on peut prendre consiste à voir ce qui se passe quand on fait varier les conditions initiales, les paramètres macroscopiques accessibles à la mesure physique ne changeant pas (par exemple la température de la cathode émissive). Si l'évolution de plasma simulé dépend peu des conditions initiales, il semble qu'on puisse avoir plus de confiance dans la méthode. Ceci noté, passons très rapidement en revue les effets respectifs de ces grains.

3.1 GRAIN PARTICULES-SUPERPARTICULES. — Le passage des N particules aux n superparticules s'accompagne d'une homothétie en charge et en masse. Divisant par N/n le nombre des particules en interaction, on dote chacune des superparticules d'une masse et d'une charge (ou de densités) N/n fois plus grande, le rapport q/m étant préservé.

Le grain en charge qui en résulte a des inconvénients extrêmement fâcheux : il provoque des oscillations parasites qui sont d'autant plus gênantes qu'un des domaines d'élection de l'expérimentation en ordinateurs est précisément l'étude des oscillations collectives non linéaires, de la turbulence. Il est essentiel de pouvoir s'assurer que l'artefact ne cache pas le phénomène physique. Dans les premiers travaux on en était réduit à la méthode empirique signalée plus haut : pour évaluer le niveau de bruit parasite, on étudiait la dépendance de celui-ci avec le grain n/N . On dispose maintenant de résultats analytiques pour quelques modèles simples. Ainsi, pour des tiges se déplaçant selon deux dimensions dans leur champ de charge d'espace, Hockney a établi l'expression suivante du bruit parasite :

$$\langle \tilde{E}^2 \rangle^{1/2} = Q \left[4 \pi N \ln \left(1 + \pi^2 \frac{l_D^2}{H^2} \right) \right]^{1/2}$$

\tilde{E} est le champ électrique fluctuant parasite, de moyenne nulle, $\langle \tilde{E}^2 \rangle^{1/2}$ en est l'écart type, mesure du niveau de bruit. Q désigne la charge par unité de longueur de tige, N le nombre de celles-ci par unité de surface, l_D la longueur de Debye, H la dimension de la maille. ρ désignant la charge volumique — dans l'expérience réelle comme dans l'expérience simulée, L une dimension linéaire, on voit facilement que :

$$Q N^{1/2} \propto \left(\frac{q\rho}{L} \right)^{1/2} \left(\frac{N}{n} \right)^{1/2}.$$

Le niveau de bruit parasite décroît bien quand croît n/N . Il ressort également de la formule ci-dessus que grain particule-superparticule n/N et grain d'espace H/L interviennent solidairement dans le niveau de bruit parasite. Assez paradoxalement, la granulation d'espace paraît ici jouer un rôle favorable : $\langle \tilde{E}^2 \rangle^{1/2}$ décroît quand le grain d'espace H/l_D croît. On comprendra mieux pourquoi un peu plus loin.

Une autre difficulté qu'entraîne la granulation particules-superparticules, est la distorsion complète des phénomènes d'interaction électrique de voisinage, autrement dit des collisions de Coulomb. Négligeant la faible dépendance du logarithme coulombien avec la densité on a en effet :

$$\nu \propto \frac{q^4 N}{m^2}$$

où ν est une fréquence de collision coulombienne, N la densité, q la charge, m la masse des particules. Passant des particules aux superparticules, on multiplie q et m par N/n et N par n/N ; ν se trouve donc multiplié par N/n . Si l'on se souvient que typiquement $N/n \sim 10^{11}$, on voit à quel point les collisions de Coulomb sont exagérées.

Redhibitoire pour la simulation de celles-ci, la granulation particules-superparticules ne l'est-elle pas aussi pour la simulation des interactions électriques plus lointaines ? Ne condamne-t-elle pas tout à fait la méthode, tant du moins que le grain sera aussi grossier, N/n aussi grand ? Ici intervient un phénomène bénéfique de compensation dû à un autre grain : le grain d'espace. Par suite de ce dernier, les superparticules très proches, celles qui seraient en « collisions » de Coulomb, appartiennent à une même maille. Elles ne sont donc pas, dans la simulation, traitées en entités électriquement indépendantes ; les collisions coulombiennes sont donc tout simplement supprimées. Les interactions à plus grande distance, elles, ne sont pas sensiblement affectées par la granulation d'espace. La figure 2 empruntée à Hockney [66] montre ainsi la variation du champ électrique en fonction de la dis-

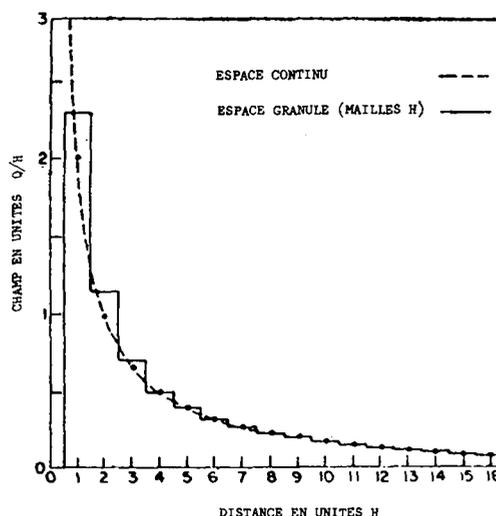


FIG. 2. — Champ électrique en fonction de la distance à une superparticule tige, dans l'espace continu et dans l'espace maillé. Q charge de la tige par unité de longueur ; H dimension de la maille. D'après Hockney [66]. *Erratum.* — En ordonnées lire $Q/4 \pi \epsilon_0 H$.

tance à une superparticule tige, portant la charge Q par unité de longueur (modèle à deux dimensions).

Pour $r > 6 H$ l'écart à la valeur théorique $Q/4 \pi \epsilon_0 r$ est inférieur à 2 %.

La granulation d'espace, du point de vue des interactions électriques, introduit donc essentiellement une coupure sanitaire du côté des faibles distances, qui rappelle celle qu'on effectue classiquement à la longueur de Debye dans la théorie des collisions coulombiennes.

En définitive, on voit que la granulation particules-superparticules, corrigée par la granulation d'espace permet une description correcte des interactions électriques à grande distance, mais non des collisions coulombiennes. Cette lacune n'est sans doute pas trop grave, car on a vu plus haut que le domaine d'élection de l'expérimentation en ordinateur est l'étude des situations éloignées de l'équilibre et qui évoluent rapidement, avec intervention d'effets violemment non linéaires. Dans ces situations, les interactions électriques à grande distance, collectives, jouent le rôle essentiel. On abandonnera donc aux méthodes analytiques l'étude des régimes permanents ou de leurs voisinages, où les collisions coulombiennes jouent un rôle important. Une conséquence importante de cette conclusion est que le gaz de superparticules doit être assez dense pour qu'on puisse y distinguer collisions coulombiennes et interactions de Coulomb lointaines, autrement dit que le gaz digital doit être effectivement un plasma (longueur de Debye petite devant les dimensions).

3.2 GRANULATION D'ESPACE. — On vient d'en voir un effet heureux. Il est par contre une vertu dont on a paré l'expérimentation en ordinateur dans le paragraphe « propriétés idéales », et que la granulation d'espace altère sérieusement : c'est le déterminisme absolu. Si on ne prend pas de précautions, l'emploi de méthodes approchées de résolution de l'équation de Poisson, qui font appel à un maillage de l'espace, prive la simulation de sa parfaite réversibilité. Plus la méthode est approchée, plus rapidement croît l'entropie.

Il est important toutefois de noter que cette irréversibilité pratique n'est pas inéluctable. Moyennant des précautions et éventuellement une marche plus lente, il est possible de conserver une rigoureuse réversibilité. Cette possibilité a été établie pour la première fois par Dawson qui a pu, en remontant le temps sur la machine, ramener précisément le plasma dans son état initial. Dans une publication plus récente, Buneman [70] a donné divers exemples d'expérimentations sur ordinateur possédant la propriété de réversibilité, bien qu'impliquant des intégrations rapides.

On peut se demander pourquoi tant d'intérêt est attaché à une réversibilité que la nature, elle, ne satisfait jamais rigoureusement, et dont, souvent, elle s'écarte beaucoup. C'est qu'il s'agit de réserver à la seule physique le droit d'introduire éventuellement une irréversibilité dans l'évolution du plasma qu'on suit. Pour déceler cette irréversibilité naturelle possible, il est important d'éviter d'en introduire artificiellement une due au code mathématique de la simulation. L'idéal est donc de pouvoir, dans un premier temps au moins, utiliser un code réversible : si une irréversibilité se manifeste on est sûr qu'elle est de nature physique. Dans un deuxième temps, on peut alors recourir, pour accélérer la simulation, à un code irréversible.

3.3 GRANULATION DU TEMPS. — Cette granulation entraîne un certain nombre d'effets fâcheux encore peu explorés. On s'est aperçu, par exemple, que le choix du nombre s de superparticules introduites dans l'intervalle de temps Δt , est critique. Si s n'est pas entier, des fluctuations se produisent, qui disparaissent pour s entier. Le phénomène a été étudié par Barnes et Dunn [70].

Malgré divers défauts qui l'éloignent sensiblement de l'idéal décrit plus haut, l'expérimentation en ordinateur n'en est pas moins opérationnelle déjà, avec la génération actuelle d'ordinateurs, pour divers problèmes à une ou deux dimensions. Ceci va ressortir

de l'inventaire des problèmes déjà traités et des succès remportés qu'on va esquisser ci-dessous.

Il va de soi enfin qu'à tout progrès dans les performances des ordinateurs correspondra une amélioration de la méthode ou un accroissement de sa puissance : grains particule-superparticule, spatial et temporel, plus fins, superparticules plus sophistiquées, durée d'expérimentation plus longue, abord de problèmes plus difficiles, etc.

Pour ce qui est de la durée cependant une réserve importante est à faire. Il existe comme on sait, dans les plasmas, diverses périodes caractéristiques d'ordres de grandeur très différents : périodes de plasma et cyclotroniques électronique ou ionique, périodes de relaxation diverses. On ne peut guère dans l'état actuel que s'attacher à un phénomène particulier auquel est associée une période caractéristique, et travailler sur quelques dizaines ou centaines de ces périodes. Tout au plus, pour les périodes de plasma électronique et ionique peut-on les rapprocher en augmentant artificiellement le rapport masse électronique/masse ionique, pour les superparticules (quelque 10^{-1} au lieu de quelque 10^{-3}). Supposé que l'économie de la simulation permette de travailler très longtemps, on risquerait fort, à trop prolonger l'expérience, d'obtenir au bout d'un certain temps des résultats illusoire. De nouveaux phénomènes commencent en effet dans l'expérience réelle à jouer un rôle important, qu'on n'a pas simulés sur la machine. Une durée raisonnable paraît être de quelques centaines de périodes caractéristiques au plus.

4. Exemples d'applications. — La première expérience sur ordinateur au sens qu'on donne maintenant à cette expression, remonte à 1943. A l'aide d'une calculatrice de bureau Hartree et Nicolson étudièrent avec 30 superélectrons plans, se déplaçant selon une dimension, et soumis non seulement à leur champ de charge d'espace, mais aussi à un champ électrique continu imposé, et à un champ magnétique transverse, le problème du courant anormal du magnétron.

Mais il s'agit là plutôt de préhistoire. L'histoire commence avec l'avènement des ordinateurs à grande vitesse, environ 1954. Un premier travail de Tien fut consacré aux grands signaux dans les amplificateurs à propagation d'onde. Depuis, l'expansion a été très rapide.

Il n'est donc pas question ici de détailler les problèmes abordés, ni les résultats obtenus. On se bornera à présenter brièvement quelques exemples significatifs et à classer les principaux travaux d'après le modèle utilisé et le sujet.

4.1 TRÈS BRÈVE ANTHOLOGIE. — Les mobiles des expérimentateurs en ordinateurs sont variés, distribués entre deux attitudes extrêmes. Pour les uns, qu'on a pu qualifier d'expérimentateurs en ordinateurs « théoriciens », il s'agit de vérifier dans le détail les prévisions d'une théorie analytique. On sait comme la confrontation à l'expérience réelle est, en physique des plasmas, particulièrement délicate. L'expérimentation en ordinateur présente de ce point de vue, des avantages décisifs qu'on a évoqués plus haut : possibilité de suivre aussi lentement que l'on veut, le paramètre choisi et de l'isoler sans perturber les autres, principalement.

A l'opposé, les « expérimentateurs » cherchent dans la méthode un simple outil heuristique, plus commode, plus facile à interroger que l'expérience réelle, mais avec lequel ils ne veulent que monter des expériences « pour voir », sans *a priori* théorique. Deux célèbres travaux dus, l'un à Dawson, l'autre à Buneman, sont bien représentatifs de ces deux attitudes. C'est par eux que l'on va commencer. On examinera ensuite une expérience intermédiaire.

a) *Le modèle de plasma à une dimension de Dawson* [27]. — Simulant un plasma par des superélectrons plans se déplaçant selon une dimension dans une mer neutralisante d'ions fixes, Dawson a testé les prédictions théoriques de la mécanique statistique concernant, dans un plasma au voisinage de l'équilibre thermodynamique : la distribution des vitesses, l'effet d'écran de Debye, le ralentissement d'une particule rapide (supersonique) ou lente (subsonique) et la diffusion dans l'espace des vitesses, l'amortissement Landau, la distribution du microchamp électrique, ... Toutes les prévisions sauf une — le ralentissement d'une particule lente — se sont trouvées vérifiées.

Du même type de plasma digital, Dawson a étudié depuis le comportement non linéaire : amortissement Landau d'une oscillation de plasma à grande amplitude, turbulence produite par l'instabilité à deux faisceaux, en particulier. L'accord avec les théories linéaire et quasilinear est cette fois moins bon, ce qui n'a rien de surprenant. L'expérimentation sur ordinateur cesse alors d'être vérification ; exhibant des effets nouveaux, elle incite à un renouvellement, à un enrichissement de la théorie.

b) *Neutralisation des faisceaux d'ions pour la propulsion ionique* (Buneman [35], Dunn et Ho [34]). — On sait les avantages que présenterait pour les missions spatiales lointaines la propulsion ionique, propulsion par éjection d'un faisceau d'ions. Pour que l'engin ne se charge pas, l'éjection d'ions doit être accompagnée de celle d'électrons, en un courant égal. Plus, pour que les ions ne soient pas en grande partie

réfléchis vers l'engin dès leur sortie, il est nécessaire de neutraliser leur charge d'espace — qui est grande si l'on veut une poussée notable — en amont de l'anode virtuelle qui apparaîtrait sans cela. Autrement dit, les ions ayant été accélérés dans l'engin à la vitesse choisie, il faut, tout de suite en aval de l'électrode accélératrice, transformer leur faisceau en un faisceau de plasma, où ions et électrons mêlés aient même vitesse moyenne et même densité. Les théories analytiques de la synthèse d'un tel faisceau de plasma, postulant le régime permanent, ne conduisent pas, pour la propulsion ionique — les électrons éjectés sont dans ce cas beaucoup plus rapides que les ions — à des solutions satisfaisantes. L'expérience, faite au laboratoire puis dans l'espace, montre cependant que l'injection d'électrons — issus tout simplement d'une cathode émissive plongée dans le faisceau d'ions — conduit bien au faisceau de plasma souhaité. Dans cette conjoncture de divorce entre expérience et théories analytiques, compte tenu également d'un calcul de Derfler établissant l'impossibilité d'avoir pour ce phénomène

FIGURES 3. — Modèle de Buneman pour la neutralisation d'un faisceau d'ions par injection d'électrons thermiques.

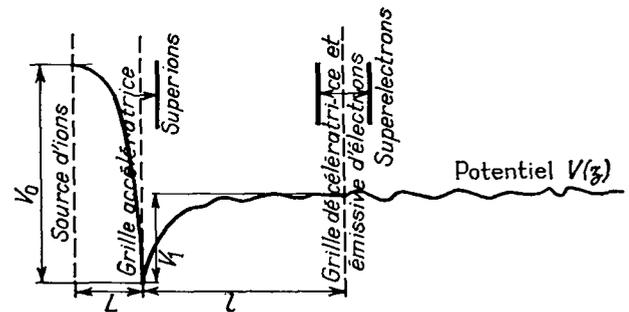
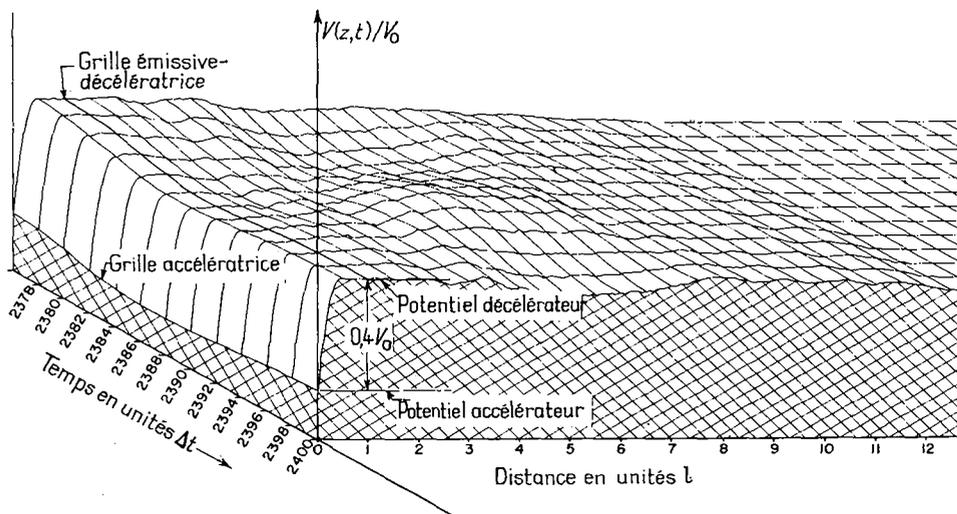
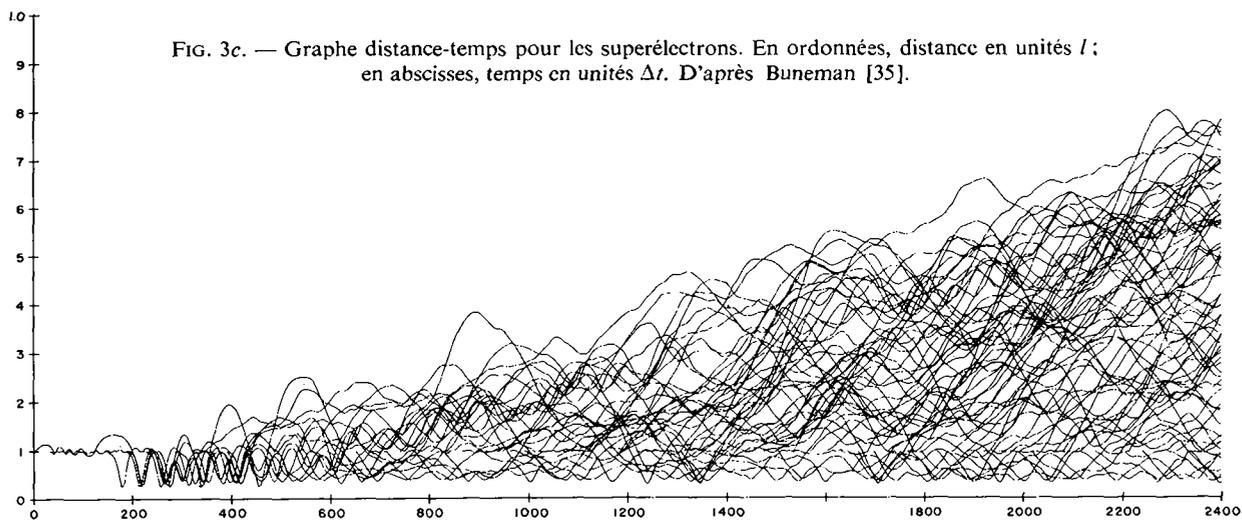
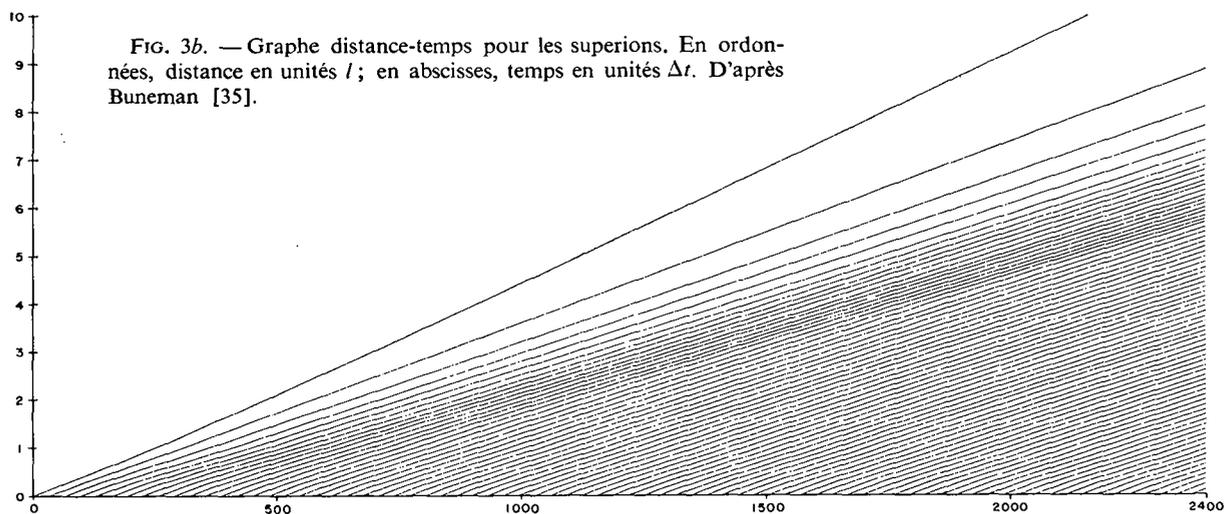


FIG. 3a. — Géométrie schématique. — kT_e , énergie électronique moyenne ; η_e, η_i , nombres de superélectrons et de superions injectés par unité Δt de temps ; I , nombre de superions entre la grille accélératrice et la grille décelératrice-émissive, en moyenne dans le temps ; ω_p , pulsation de plasma.

$$L/l = 1/3 ; m_i/m_e = 1800 ; kT_e/eV_0 = 1/180 ; V_1/V_0 = 0,4 ; \eta_e/\eta_i = 2 ; I = 120 ; \omega_p \Delta t = 1/4.$$

— toujours dans le domaine de valeurs numériques intéressant la propulsion ionique — un régime permanent stable, Buneman et al. entreprirent l'expérimentation sur ordinateur.

Ions et électrons sont simulés en une dimension z par des plans, puis en deux dimensions r, z , par des tiges. Les superions sont injectés dans un faisceau monokinétique, cependant que les superélectrons, simulant



les électrons issus d'une cathode émissive, sont injectés avec une vitesse aléatoire, distribuée selon la loi correcte.

L'évolution ultérieure des superélectrons et des superions est suivie sur quelques dizaines de périodes de plasma. Les résultats sont : $z_e(t), r_e(t); z_i(t), r_i(t); r_e(z_e), r_i(z_i)$, le potentiel dans le plasma en fonction du temps et de l'abscisse. La figure 3 montre les graphes temps-distance pour ions et électrons, et $V(z, t)$ dans le modèle unidimensionnel.

De cette expérience, il ressort que la neutralisation a lieu, mais qu'elle se fait en un régime dépendant du temps avec thermalisation des électrons par l'intermédiaire de potentiels électriques fluctuants très intenses (grands devant le potentiel de gaine $k\theta/e$, où θ est la température de la cathode ; typiquement

$$k\theta/e = 0,15 \text{ volt, } V_{\sim} = 100 \text{ volts.})$$

Ces travaux semblent donner une description qualitativement correcte des faits expérimentaux — à l'importante réserve près qu'ils ne concernent que le tout début du fonctionnement d'un propulseur ionique, puisqu'après dix périodes de plasma le faisceau éjecté n'a que quelques centimètres.

Contrairement à l'expérience de Dawson précédente, on voit qu'il ne s'agissait pas ici de vérifier une théorie, défailante en l'occurrence, mais d'expérimenter « pour voir ».

c) *Electrodes virtuelles dans les faisceaux de particules chargées* (Dunn et Ho). — On sait que, dans

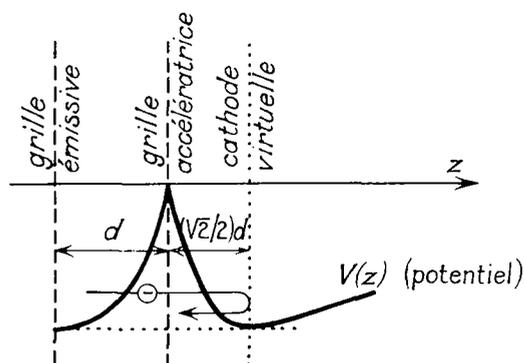
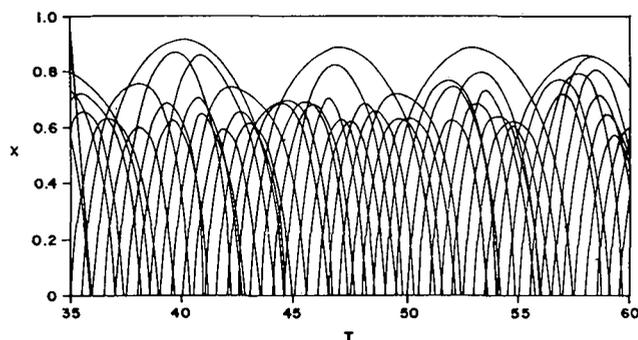


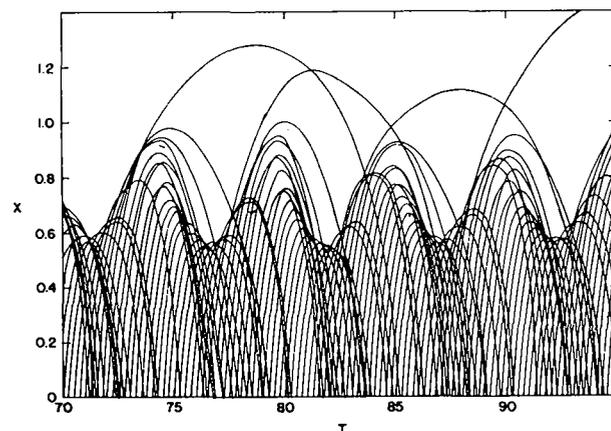
FIG. 4. — Cathode virtuelle.

certaines conditions, les particules chargées d'un faisceau sont, à une distance de l'électrode accélératrice de l'ordre de grandeur de la distance d'accélération, réfléchies totalement ou partiellement : c'est le phénomène de l'électrode virtuelle. Ainsi, dans un faisceau d'électrons, par exemple, éjecté dans un espace

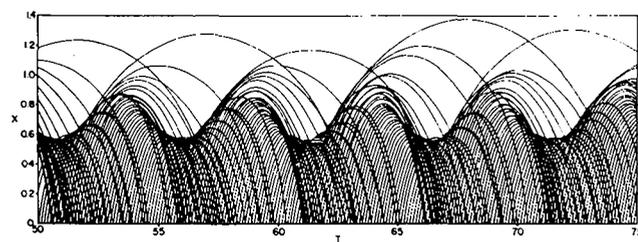
vide indéfini, la théorie classique prévoit, en régime permanent et dans l'approximation unidimensionnelle, une réflexion de tous les électrons à une distance $(\sqrt{2}/2) d \approx 0,707 d$ de l'électrode accélératrice, où d est



a) $\Delta t/T = 0,5$



b) $\Delta t/T = 0,25$



c) $\Delta t/T = 0,125$.

FIG. 5. — Réflexion des superélectrons en une abscisse qui oscille autour de la « cathode virtuelle ». D'après Dunn et Ho [34].

Résultats pour trois grains dans le temps.

En ordonnées, distances en unités d ; en abscisses, temps en unités Δt .

la distance d'accélération. Ce plan au niveau duquel a lieu la réflexion est appelé cathode virtuelle.

La réflexion des électrons est bien observée expérimentalement, la position de la cathode virtuelle, pour un faisceau réel en trois dimensions, n'étant évidemment pas la même que pour une dimension : en trois dimensions, la charge d'espace s'atténue avec la distance par suite de la divergence du faisceau ; il n'y a réflexion, cathode virtuelle, que pour des ouvertures relatives du faisceau, diamètre/distance d'accélération, grandes devant 1.

Mais il est clair en tout cas que l'existence d'un plan de réflexion défini est irréaliste : la densité y serait infinie. Utilisant, dans un modèle à une dimension, des superparticules planes, Dunn et Ho [32, 34] ont étudié ce problème : les trajectoires qu'ils obtinrent sont figurées en 5.

Le régime qui s'établit est, on le voit, non un régime permanent, mais un régime oscillatoire dans le temps. S'il y a réflexion, c'est en une abscisse fluctuante, dont seule la valeur moyenne est $(\sqrt{2}/2) d \simeq 0,707 d$. La fréquence des fluctuations est la fréquence de plasma.

Ces très intéressants résultats ont été confirmés par des expériences de Sellen sur des faisceaux d'ions.

La figure 5 montre par ailleurs l'évolution des trajectoires en fonction du grain dans le temps $\Delta t/T$ (Ici,

$T = d/v_0$, v_0 désignant la vitesse d'injection des superparticules). Elle montre de manière frappante la sensibilité au grain et l'amélioration de la simulation quand le grain $\Delta t/T$ devient plus fin.

4.2 TABLEAU DES PRINCIPAUX TRAVAUX CLASSÉS PAR SUJETS ET PAR MODÈLES. — On a utilisé, pour le dresser, la mise au point récente de Birdsall [70]. Les sujets ont été répartis en deux groupes : électronique et physique des plasmas, auxquels correspondent deux tableaux : I et II.

4.3 QUELQUES PREMIÈRES. — Parmi les travaux précédents, il en est un certain nombre qui ont apporté des résultats entièrement nouveaux, que n'avaient encore trouvés ni la théorie analytique, ni l'expérience. Citons, en physique des plasmas, le ralentissement rapide d'un faisceau d'électrons dans un plasma, la mise en évidence d'instabilités de basse fréquence dans les plasmas confinés magnétiquement, le régime oscillant de la réflexion du vent solaire sur le champ magnétique terrestre, l'instabilité électronique excitant dans un convertisseur thermoionique à plasma une relaxation des ions ; en électronique : les oscillations de

TABLEAU I. — *Electronique*

Modèle	Plans		Disques	Anneaux	Tiges		Superélectrons
	1 D	2 D	1 D	1 D	2 D		Mouvement
Sujet	1 D	1 D	2 D	2 D	2 D		Champ électrique de charge d'espace
		oui		pos- sible			Cisaillement
		oui				oui oui	E continu appliqué
		oui, $E \perp B$					oui
Diode (bruit, stabilité)	1, 4, 12, 13, 15, 16, 20, 24, 25, 31, 69	25,39	24,31				
Klystron			5, 6, 7, 9, 10				
Magnétron						11,50	
Tube à propagation d'ondes			2, 3, 14, 21, 44	44,57			
Divers	17		36,68		40,65	52	

TABLEAU II. — *Physique des plasmas*

Sujet	Plans		oui	Tiges		Superélectrons
	oui	Plans		Tiges	Electrons fixes (fond continu)	
Modèle	1 D	1 D	3 D	2 D		Superions
	1 D	1 D	1 D	2 D		Ions fixes (fond continu)
			oui		oui	Mouvement
						Champ électrique de charge d'espace
						B continu appliqué
Confrontation à la théorie cinétique	18, 27, 30, 41, 28, 29, 37, 64	38				
Interaction faisceau-plasma ; courants dans les plasmas : instabilité à deux faisceaux		8,23				
Diffusion anormale				66,67		
Plasma engendré par un faisceau		33,61				
Propulsion ionique		32, 34, 35		47,49 51,54		
Conversion thermoionique par diode à plasma		45, 42, 46, 55, 58, 63				
Chocs magnétohydrodynamiques			19,26 59,60			
Divers	53	22,56	43, 48, 62			

grande amplitude dans la diode, l'explication du courant extraordinaire dans le magnétron.

Conclusion. — Les résultats déjà obtenus établissent surabondamment l'intérêt considérable de l'expérimentation en ordinateur. Son extension est très rapide : au premier colloque qui lui fut consacré, en avril dernier, à Williamsburg (U. S. A.), quelques soixante-dix participants écoutèrent et discutèrent quarante communications, consacrées en majorité à la physique des plasmas, mais aussi à la physique stellaire et même aux gaz neutres. La bibliographie compte une centaine de titres.

Sur l'avenir de la méthode et, plus précisément, sur l'importance de la concurrence qu'elle est appelée à faire à la théorie analytique, en physique des plasmas (ou plus généralement dans l'étude des problèmes à

N-corps), les avis sont partagés. Pour certains, cette concurrence sera très sévère, l'expérimentation en ordinateur ne concédant à la théorie analytique que les problèmes linéaires. Pour d'autres, il s'agira plutôt d'une collaboration, l'expérimentation en ordinateur se substituant à l'expérimentation réelle toutes les fois que celle-ci sera trop difficile à mettre en œuvre, ne permettra pas une exploitation ou un contrôle assez souple. Et ceci dans les deux missions traditionnelles de l'expérience : l'exploration, d'une part, la vérification ou éventuellement la correction des théories analytiques, d'autre part.

Tous, cependant, s'accordent à lui promettre un avenir d'autant plus brillant que les ordinateurs actuels n'ont qu'une mémoire et une rapidité vraisemblablement dérisoires au regard de leurs successeurs futurs.

Bibliographie

- [1] HARTREE (D. R.), Some calculations of transients in an electronic valve, *Appl. Sci. Res.*, 1950, **B 1**, 379-390.
- [2] TIEN (P. K.), WALKER (L. R.), and WOLUNTIS (V. M.), A large signal theory of traveling-wave amplifiers, *Proc. I. R. E.*, 1955, **43**, 269-277.
- [3] TIEN (P. K.), A large signal theory of the traveling-wave amplifier including the effects of space charge and finite coupling between the beam and the circuit, *B. S. T. J.* 1956, **35**, pp. 349-374.
- [4] TIEN (P. K.) and MOSHMAN (J.), Monte-Carlo calculation of noise near the potential minimum of a high-frequency diode, *J. Appl. Phys.*, sept. 1956, **27**, 1067-1078.
- [5] (a) WEBBER (S. E.), Ballistic analysis of a two-cavity finite beam klystron, *I. R. E. Trans. Electron Devices* **ED-5**, avril 1958, pp. 98-108.
- [6] (b) Large signal analysis of the multicavity klystron, *I. R. E. Trans. Electron Devices*, oct. 1958, 306-315.
- [7] Large signal bunching of electron beams by standing-wave and traveling wave systems, *I. R. E. Trans. Electron Devices*, **ED-6**, oct. 1958, pp. 365-372.
- [8] BUNEMAN (O.), Dissipation of currents in ionized media. *Phys. Rev.*, 1958, **115**, 503-517.
- [9] (a) MIHRAN (T. G.), The effect of space charge on bunching in a two cavity klystron, *IRE Trans. Electron Devices*, **ED-6**, janv. 1958, pp. 54-64.
- [10] (b) Harmonic current growth in velocity-modulated electron beams *J. Appl. Physics*, sept. 1958, **30**, pp. 1346-1350.
- [11] HULL (J. F.) and KOOYERS (G. P.), Experimental and theoretical characteristics of injected beam type forward-wave amplifiers, *Proc. Intl. Congr. on Microwave Tubes*, 1960, pp. 151-158.
- [12] DAYEM (A. H.), Monte-Carlo calculation of diode noise in the multivelocitv region, *Bell Tel. Labs.*, 1960, MM 60-124-32 (theory).
- [13] LAMBERT (C. A.), Monte-Carlo calculation of noise propagation in two open-circuit diodes (computations). *Bell Tel. Labs.*, 1960, MM-60-124-38.
- [14] WEBBER (S. E.), Some calculations on the large signal energy exchange mechanisms in linear beam tubes, *IRE Trans. Electron Devices*, **ED-7**, 1960, 154-162, july.
- [15] BRIDGES (W. B.), and BIRDSALL (C. K.), Transient behavior of an electron stream at and beyond limiting current, Rept. 60-303, E. R. L., Univ. of Calif., Berkeley, août 1960, 2.
- [16] LOMAX (R. J.), Transient space-charge flow, *J. Elec. and Cont.*, août 1960, **9**, 127-140.
- [17] TWOMBLY (J. C.), and LAUER (J. E.), A study of self-actuated transients in high-perveance planar electron tubes, Tech. Rept. N° 2, Contract Nonr-1147 (06), Univ. of Colo., Engr. Exp. Sta. Boulder, décembre 1960, 1.
- [18] DAWSON (J. M.), The breaking of large amplitude plasma oscillations, MATT-31, P. P. L., Princeton Univ., Princeton, N. J., février 1960.
- [19] AUER (P. L.), HURWITZ (H.), Jr. and KILB (R. W.), Low Mach number magnetic compression waves in a collision-free plasma. *Phys. Fl.* sept. 1961, **4**, 1105-1121.
- [20] BIRDSALL (C. K.) and BRIDGES (W. B.), Space charge instabilities in electron diodes and plasma converters, *J. Appl. Phys.*, déc. 1961, **32**, 2611-2618.
- [21] HESS (R. L.), Large-signal traveling-wave tube operation; concepts and analysis, Tech. Rept. N° 60-361, juil. 1961, E. R. L., Univ. of Calif., Berkeley.
- [22] HARTMAN (C. W.), COLGATE (S. A.), KELLOGG (P. J.), (counter-streaming plasmas) *Bull. Am. Phys. Soc.*, 1961, **6**, 299.
- [23] BUNEMAN (O.), Maintenance of equilibrium by instabilities, *J. Nucl. Energy*, Part C, 1961, **2**, 119-134.
- [24] BRIDGES (W. B.) and BIRDSALL (C. K.), An electron stream instability Tech. Rept. No. 60-443, E. R. L., Univ. of Calif., Berkeley, mars 1962, 23.
- [25] POLLACK (M. A.), Noise transport in the crossed field diode, Tech. Rept. No. 60-485, E. R. L., Univ. of Calif., Berkeley, oct. 1962. (Voir aussi Pollack, M. A., and Whinnery, J. R., *ibid.*, I. E. E. E. Trans. Electron Devices, **ED-11**, 81-89, march 1964.)
- [26] AUER (P. L.), HURWITZ (H.), Jr. and KILB (R. W.), Large amplitude magnetic compression of a collision-free plasma. II. Development of a thermalized plasma. *Phys. Fl.* mars 1962, **5**, 298-316.
- [27] (a) DAWSON (J.), One-dimensional plasma model, *Phys. Fl.* **5**, 445-458, Kilb, R. W., (III) Plasma magnetic shock waves with initial temperature, Gen. Elec. Co., Report No. 62-RL-3169 E 1962. (Voir Jones & Rossow, 1965.)
- [28] (a) ELDRIDGE (O. C.), and FEIX (M.), One-dimensional plasma model at thermodynamic equilibrium, *Phys. Fl.* sept. 1962, **5**, 1076-1080.
- [29] (b) Fokker-Planck coefficients for a one-dimensional plasma (letter, addition to Dawson (above, 1962)). *Phys. Fl.* oct. 1962, **5**, 1307-1308.
- [30] (b) DAWSON (J. M.), Investigation of the double-stream instability, *Nuclear Fusion*, 1962 Supplement, Part 3, 1033-1043, 1107. (Aussi MATT-63, P. P. L., Princeton Univ., 1961.)
- [31] BRIDGES (W. B.), and BIRDSALL (C. K.), Space-charge instabilities in electron diodes. II, *J. Appl. Phys.*, oct. 1963, **34**, 2946-2955.
- [32] (a) DUNN (D. A.), and Ho (I. T.), Longitudinal instabilities in an electrostatic propulsion beam with injected current neutrality, A. I. A. A. Preprint 63-041, mars 1963.
- [33] (b) Computer model of a beam generated plasma, Stanford, Elc. Labs. Rept. 0309-2, décembre 1963.
- [34] (c) DUNN (D. A.) and Ho (I. T.), Computer experiments on ion beam neutralization with initially cold electrons, *A. I. A. A. J.*, déc. 1963, **1**, 2770-2777.
- [35] BUNEMAN (O.), and KOOYERS (G. P.), Computer simulation of the electron mixing mechanism in ion propulsion, *A. I. A. A. J.*, **1**, 1963, 2525-2528.
- [36] YU (S. P.) and MIHRAN (T. G.), Nonlinear rf behavior of electron beams with velocity distribution. I. General Analysis, *J. Appl. Phys.*, oct. 1963, **34**, 2972-2975.

- [37] ELDRIDGE (O. C.) and FEIX (M.), Numerical experiments with a plasma model, *Phys. Fl.*, mars 1963, **6**, 398.
- [38] SMITH (C.) and DAWSON (J. M.), Some computer experiments with a one-dimensional plasma model Rept. MATT-151, P. P. L., Princeton Univ. Princeton, N. J., janvier.
- [39] WADHWA (R. P.), and ROWE (J. E.), Monte-Carlo calculation of noise transport in electric and magnetic fields, *I. E. E. E. Trans.* ED-10, nov. 1963, pp. 378-388.
- [40] TWOMBLY (J. C.), Dynamic behavior of a long thin electron beam beyond critical permeance, Univ. of Colo., TR. No. 3, Contract Nonr-1147 (06), décembre 1963.
- [41] DAWSON (J. M.), Thermal relaxation in a one-species, one-dimensional plasma, *Phys. Fl.*, mars 1964, **7**, 419-425. (Aussi MATT-213, P. P. L., Princeton Univ., juil. 1963.)
- [42] (b) BURGER (P.), Nonexistence of dc states in low pressure thermionic converters, *J. Appl. Phys.*, oct. 1964, **35**, 3048-3049.
- [43] HASEGAWA (A.) and BIRDSALL (C. K.), Sheet-Current Plasma model for ioncyclotron waves, *Phys. Fl.* oct. 1964, **7**, 1590-1600. (Voir aussi Rept. 64-5 E. R. L., Univ. of Calif., Berkeley, 1964.)
- [44] SAUSENG (O. G.), Applied Research on efficiency improvement in O-type traveling-wave tubes, series of reports, Contr. AE 33 (615)-1951, thru 1966. (See attached listing from Hughes Microwave Tube Div. for their programs.)
- [45] (a) BURGER, PETER, The opposite stream plasma diode, Stanford Elec. Lab. TR. 0254-1, avril 1964.
- [46] (c) Computer simulation technique for the one-dimensional low-pressure thermionic converter, Therm. Conv. Specialist Conf., Cleve., octobre 1964.
- [47] WADHWA (R. P.) and KOOYERS (G. P.), Analysis of Electron-ion mixing in ion engines, Litton Industries, Rept. on Contract No. NAS 3-2503, mars 1964.
- [48] HASEGAWA (A.), and KAMIMURA (T.), Computer experiments on ion cyclotron heating, *J. Phys. Soc., Japan*, 1965, **20**, 1525.
- [49] WADHWA (R. P.), BUNEMAN (O.) and BRAUCH (D. F.), Two-dimensional computer experiments on ion-beam neutralization, *A. I. A. A. J.*, juin 1965, **3**, 1076-1081.
- [50] YU (S. P.), KOOYERS (G. P.) and BUNEMAN (O.), A time dependent computer analysis of electron-wave interaction in crossed-fields, *J. Appl. Phys.*, août 1965, **36**, 2550-2559.
- [51] BRAUCH (D. F.), BUNEMAN (O.) and WADHWA (R. P.), Computer studies of plasma boundaries and lens effects created by immersed and withdrawn neutralizers. (Communication présentée à l'A. I. A. A., San Francisco, juil. 1965.)
- [52] LUNDGREN (R. E.), The instability of centrifugal-electrostatic-focused flow, Tech. Rept. 65-22, E. R. L., Univ. of Calif., Berkeley, Calif., août 1965.
- [53] HELLBERG (M. A.), A theoretical investigation of the resonance probe, Tech. Rept. CLM-M49, Culham Lab., Abingdon, Berks., England.
- [54] WADHWA (R. P.) and BRAUCH (D. F.), Analysis of electron-ion mixing in ion engines, Litton Industries final report on Contract NAS 3-5757, juil. 1965.
- [55] (a) BURGER (P.), Theory of large amplitude oscillations in the one-dimensional low-pressure cesium thermionic converter, *J. Appl. Phys.*, juin 1965, **36**, 1938-1943.
- [56] BURGER (P.), DUNN (D. A.) and HALSTED (A. S.), Computer experiments on the randomization of electrons in a collisionless plasma, *Phys. Fl.*, déc. 1965, **8**, 2263-2272.
- [57] (a) ROWE (J. E.), *Nonlinear Electron Wave Interaction Phenomena*, Academic Press, N. Y.
(b) Collision effects in nonlinear beam-plasma interactions, Proc. Intl. Conf. on the Micr. Behavior of Ferrimagnetics and Plasmas, London, 80-1 to 80-3, septembre 1965.
- [58] (b) BURGER, PETER, Computer simulation methods for plasma diodes with collisions, Therm. Conv. Specialist Conf., San Diego, novembre 1965.
- [59] JONES (W. P.) and ROSSOW (V. J.), Graphical results for large amplitude unsteady one dimensional waves in magnetized collision-free plasmas with discrete structure, (Ames Lab.), NASA TND-2536.
- [60] ROSSOW (V. J.), Magnetic compression of collision-free plasmas with charge separation, *Phys. Fl.*, 1965, **8**, 358.
- [61] HALSTED (A. S.), Equilibrium conditions and beam focusing effects in a beam-generated plasma, Stanford Univ., SUIPR No. 10, Chaps. 4, 5, juin 1965.
- [62] TSUDA (R.) and OBAYASHI (T.), Computer experiment on thermal conduction in a collision-free plasma across a magnetic field, Ionosphere Res. Lab. Inst. of Elec., Kyoto Univ. Int. Doc. No. 1, novembre 1965.
- [63] CUTLER (W. H.) and BURGER (P.), Oscillations in the thermal cesium plasma diode, *J. Appl. Phys.*, juin 1965, **37**.
- [64] SHANNY (R. A.), DAWSON (J. M.) and GREENE (J. M.), Numerical experiments in plasma physics, PPL, Princeton Univ. MATT-441, mars 1966.
- [65] TWOMBLY (J. C.), Dynamic behavior of a long thin electron beam, *I. E. E. E. Tran. Electron Devices*, ED-13, 1966.
- [66] (a) HOCKNEY (R. W.), Computer simulation of anomalous plasma diffusion and numerical solution of Poisson's equations, Stanford Univ., SUIPR No. 53, may 1966.
(b) A computer experiment of anomalous diffusion, submitted to *Phys. Fl.*
(c) Minimum multiplication Fourier analysis, submitted to *Numerische Mathematik*.
- [68] MIHRAN (T. G.), Nonlinear limiting of the double stream instability, *J. Appl. Phys.*, fév. 1966, **37**, 624-630.
- [69] BIRDSALL (C. K.), and BRIDGES (W. B.), *Electron Dynamics of Diode Regions*, Academic Press, N. Y. (See Chap. 3, Stability of flow; nonlinear solution of multiparticle model.)
- [70] Symposium on computer simulation of plasma and Many-Body Problems. Williamsburg-Virginia, USA, 19-21, avril 1967.