



HAL
open science

Pompes moléculaires aux très basses pressions. Généralisation aux grandes vitesses de rotation

Claude Mercier, Pierre Benoist

► **To cite this version:**

Claude Mercier, Pierre Benoist. Pompes moléculaires aux très basses pressions. Généralisation aux grandes vitesses de rotation. J. Phys. Phys. Appl., 1956, 17 (S11), pp.182-183. 10.1051/jphysap:019560017011018201 . jpa-00212667

HAL Id: jpa-00212667

<https://hal.archives-ouvertes.fr/jpa-00212667>

Submitted on 1 Jan 1956

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

l'absence de chocs entre molécules et la réflexion diffuse sur les parois, on peut obtenir des résultats concernant les pompes moléculaires en accord avec les données expérimentales. Mais les formules obtenues alors risquent de ne plus être justifiées si la vitesse périphérique v_e du rotor n'est plus négligeable devant

la vitesse la plus probable $v_0 = \frac{1}{\beta}$ des molécules. Ces formules reposent en effet sur un développement ⁽¹⁾ en βv_e , limité au terme d'ordre 1, de la fonction $\mathcal{F}(v, \theta_r, \psi_r)$ exprimant la loi de choc sur le rotor (voir les formules 2 et 2' de la référence [2]). Pour se libérer de cette servitude et pouvoir utiliser les résultats de la théorie dans un domaine de vitesses plus étendu, de nouvelles formules ont été établies en conservant la fonction \mathcal{F} sous forme entière, sans modifier les autres hypothèses de la théorie.

L'équation intégrale à limites infinies qui régit la densité de chocs sur le stator en fonction de l'angle α a maintenant pour équation caractéristique :

$$1 - S_1(u_0, \gamma) = \cos u_0 K(u_0, \gamma) V(u_0, \gamma, \lambda).$$

Cette équation ne diffère de celle obtenue dans le premier calcul (voir la formule (8)), que par l'expression de $V(u_0, \gamma, \lambda)$

$$V(u_0, \gamma, \lambda) = \frac{e^{-\lambda^2}}{2} \int_{-1}^1 e^{\gamma u} \left[(1 + 2\lambda^2 x^2) e^{\lambda^2 x^2} \operatorname{erfc}(\lambda x) - \frac{2\lambda x}{\sqrt{\pi}} \right] dx$$

avec $\lambda = \beta v_e$

$$u \doteq \arcsin [x\sqrt{1 - x^2 \cos^2 u_0} - \cos u_0 \sqrt{1 - x^2}].$$

Les expressions de K et de S_1 sont inchangées ; le développement de K en puissances de γ est donné dans le premier article ; en pratique K est toujours voisin de 1. On peut voir facilement que le développement au premier ordre de $V(u_0, \gamma, \lambda)$ se réduit bien à l'expression obtenue dans le premier calcul :

$$K(u_0, \gamma) - \frac{2\lambda}{\sqrt{\pi}} S_2(u_0, \gamma).$$

(Les intégrales sont présentées ici sous une forme analytique différente de celle utilisée dans la référence [2].)

L'examen des racines γ de l'équation caractéristique en fonction de λ conduit à :

- a) une racine toujours nulle quel que soit λ ;
- b) une racine réelle et positive, nulle pour $\lambda = 0$, et croissant avec λ ;
- c) des couples de racines complexes conjuguées dépendant de λ ; ces racines peuvent être négligées (voir le rapport C. E. A.).

La racine réelle et positive peut pour $\lambda \leq 1$ s'exprimer par le premier terme de son développement en λ ; celui-ci a déjà été donné, ainsi que les définitions de $I(u_0)$ et $J(u_0)$, dans le précédent article :

$$\gamma = \frac{\sqrt{\pi}}{4} \lambda \frac{I(u_0)}{J(u_0)}.$$

⁽¹⁾ On a $\lambda = \beta v_e = 0,476 \cdot 10^{-6} r \omega \sqrt{M}$, où r est le rayon rotor en cm, ω la vitesse angulaire en tours par minute et M la masse moléculaire du gaz.

**POMPES MOLÉCULAIRES
AUX TRÈS BASSES PRESSIONS
GÉNÉRALISATION]
AUX GRANDES VITESSES DE ROTATION [1]**

Par Claude MERCIER et Pierre BENOIST,
Commissariat à l'Énergie Atomique,
Centre d'Études Nucléaires de Saclay,

Dans un précédent article [2], l'un des auteurs a montré qu'à partir d'hypothèses simples telles que

Pour des valeurs plus élevées de λ , on peut utiliser la formule suivante, qui fournit une meilleure approximation :

$$\gamma = \frac{\sqrt{\pi}}{4} \lambda \frac{I_1(u_0, \lambda)}{J_1(u_0, \lambda)}$$

Les expressions exactes des fonctions $I_1(u_0, \lambda)$ et $J_1(u_0, \lambda)$ sont données ci-dessous, ainsi que leur développement en λ :

$$I_1(u_0, \lambda) = I(u_0) + \frac{2}{\lambda\sqrt{\pi}} \int_0^1 u \left[(1 + 2\lambda^2 x^2) e^{-\lambda^2(1-x^2)} \operatorname{erfc}(\lambda x) + \frac{2\lambda x}{\sqrt{\pi}} e^{-\lambda^2} - \frac{4\lambda x}{\sqrt{\pi}} \right] dx$$

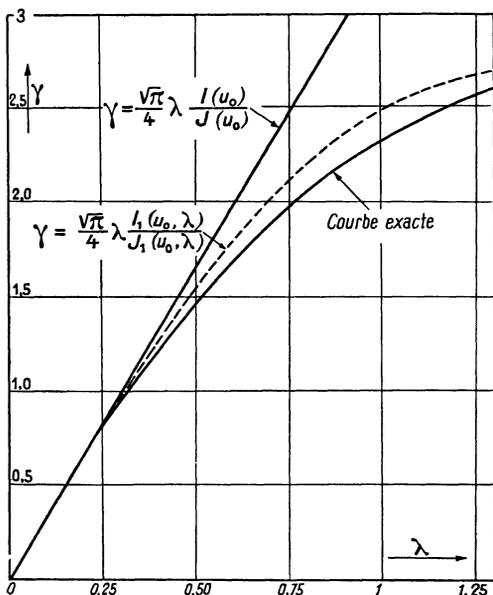
$$\simeq I(u_0) + \frac{\lambda^2}{\pi} \operatorname{tg}^4 u_0 \left[\frac{\pi}{2} - u_0 \left(1 + \frac{1}{3} \cotg^4 u_0 \right) + \frac{\cos u_0}{\sin^3 u_0} \left(\frac{4}{3} \cos^2 u_0 - 1 \right) \right]$$

$$J_1(u_0, \lambda) = J(u_0) + \frac{1}{4} \int_0^1 u^2 [(1 + 2\lambda^2 x^2) e^{-\lambda^2(1-x^2)} - 1] dx$$

$$\simeq J(u_0) + \frac{\lambda^2}{18 \cos^3 u_0} [-6u_0 \sin^3 u_0 + 2 \cos u_0 (5 \cos^2 u_0 - 3) - (11 \cos^2 u_0 - 7) E(\cos u_0) + (3 \cos^2 u_0 - 1) \sin^2 u_0 K(\cos u_0)]$$

$E(\cos u_0)$ et $K(\cos u_0)$ étant les intégrales elliptiques complètes.

La figure représente, pour la valeur $u_0 = 0,484$, la



Courbe de variation de γ en fonction de $\lambda = \frac{v_e}{v_0}$ pour $u_0 = 0,484$.

courbe exacte de γ en fonction de λ , ainsi que les courbes obtenues à partir des deux approximations ci-dessus.

Pompe sans dégazage.

Les densités de chocs sur le stator et sur le rotor s'écrivent comme auparavant, à condition d'utiliser la nouvelle valeur de γ .

L'expression du débit reste également inchangée (voir la formule 14'), au remplacement près de la fonction $I(u_0)$ par la fonction $I_1(u_0, \lambda)$ définie ci-dessus :

$$\mathcal{Q} = 1,1 \cdot 10^7 \beta \frac{r}{M} \lambda \frac{I_1(u_0, \lambda)}{1 - e^{-\gamma \alpha_s}} \left(1 - \frac{P_s}{P_e} \right) e^{-\gamma \alpha_s}$$

(débit en litres par seconde à la pression d'aspiration, et par centimètre de largeur de la veine).

Pompe avec dégazage.

Les expressions des densités de choc et du débit ne subissent pas de modification, si ce n'est le remplacement des fonctions $I(u_0)$ et $J(u_0)$ par les fonctions $I_1(u_0, \lambda)$ et $J_1(u_0, \lambda)$ et l'emploi de la nouvelle valeur de γ .

Le débit dépend de l'angle α et s'écrit (voir la formule 16')

$$\mathcal{Q}(\alpha) = 1,1 \cdot 10^7 \beta \frac{r}{M} \lambda \frac{I_1(u_0, \lambda)}{1 - e^{-\gamma \alpha_s}} \left(1 - \frac{P_s}{P_e} e^{-\gamma \alpha_s} \right) e^{-\gamma \alpha_s} - 1,65 \cdot 10^4 \frac{C_s}{P_e} \frac{r}{M} T(s, u_0, \alpha, \lambda)$$

avec

$$T(s, u_0, \alpha, \lambda) = \frac{4 + s \cos u_0}{\cos u_0} \left[\frac{4}{\lambda\sqrt{\pi}} \frac{J_1(u_0, \lambda)}{I_1(u_0, \lambda)} - \frac{\alpha_s}{e^{\gamma \alpha_s} - 1} - \alpha - \frac{\sqrt{\pi}}{2} \frac{s \cos u_0}{1 + s \cos u_0} \lambda J_1(u_0, \lambda) \right]$$

Des calculs numériques ont été effectués et ont montré que les formules établies dans le premier calcul étaient utilisables pour des valeurs de λ assez élevées. Ils ont montré par ailleurs l'intérêt pratique des grandes vitesses de rotation :

- 1) le débit est plus important ;
- 2) il reste stationnaire pour des variations plus grandes du rapport de la pression de refoulement à la pression d'aspiration ;
- 3) la valeur limite du rapport de ces deux pressions croît d'une manière extrêmement rapide avec la vitesse de rotation.

Manuscrit reçu le 1^{er} juin 1956.

BIBLIOGRAPHIE

[1] Voir le rapport C. E. A. N° 560. Il contient une discussion plus poussée de certaines hypothèses ainsi qu'un certain nombre de résultats numériques.
 [2] MERCIER (C.), Théorie des pompes moléculaires aux très basses pressions. *J. Physique Rad.*, 1956, **17**, 1 A.