



HAL
open science

Sur les oscillations d'un quartz excité par un générateur modulé en fréquence

Hermann Mayer

► **To cite this version:**

Hermann Mayer. Sur les oscillations d'un quartz excité par un générateur modulé en fréquence. J. Phys. Phys. Appl., 1954, 15 (S1), pp.8-11. 10.1051/jphysap:019540015010800 . jpa-00212619

HAL Id: jpa-00212619

<https://hal.science/jpa-00212619>

Submitted on 4 Feb 2008

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

SUR LES OSCILLATIONS D'UN QUARTZ EXCITÉ PAR UN GÉNÉRATEUR MODULÉ EN FRÉQUENCE

Par HERMANN MAYER,
Institut de Physique, Sarrebruck.

Sommaire. — On étudie l'oscillation de plusieurs cristaux de quartz de différentes qualités « Q », excités par un générateur modulé en fréquence. On compare les résultats obtenus par l'expérience à ceux prévus par la théorie. Les résultats expérimentaux sont tels que la théorie les avait prévus.

1. Description de l'appareil d'observation.
— Au cours d'un travail dont le but est d'établir une nouvelle méthode pour étudier le facteur « Q » des cristaux piézoélectriques en poudre, nous avons pu observer un phénomène intéressant dont la description fait l'objet de cet article.

Le phénomène observé sur l'écran de l'oscillographe cathodique est produit avec l'appareil suivant (*fig. 1*).

Celui-ci comprend tout d'abord un oscillateur

haute fréquence (L_1) genre Franklin dont le schéma est dû à Létienne [1]. Cet oscillateur a sa fréquence F modulée par une lampe de glissement (L_2). Celle-ci agit comme une capacité variable dont la valeur est déterminée par la tension de glissement produite par un générateur de tensions en dent de scie [2] dérivé de l'intégrateur de Miller et construit spécialement dans ce but. Ce générateur n'est pas représenté. Il se trouve branché dans le circuit grille de la lampe L_2 , aux bornes indiquées B.F. La fréquence F

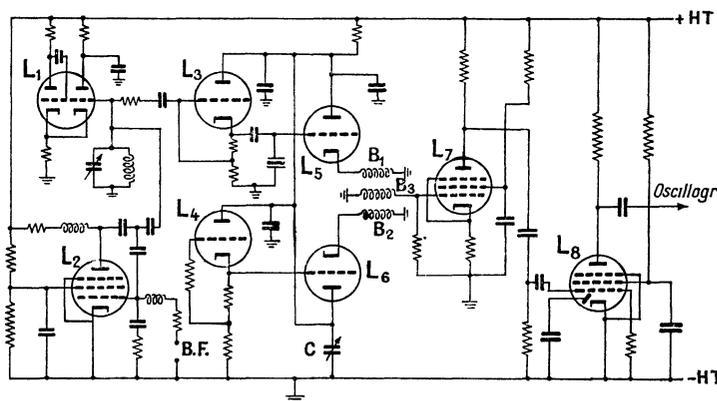


Fig. 1.

varie ainsi linéairement avec le temps. L'oscillateur HF modulé en fréquence débite dans deux lampes à cathode asservie L_3 et L_4 montées de manière à réaliser un dispositif symétrique. A la sortie de L_3 se trouve le quartz qui est ainsi excité et oscille. Les oscillations du générateur L_1 et celles du quartz arrivent par l'intermédiaire d'une nouvelle lampe à cathode asservie L_5 à la bobine B_1 . Par contre, seules les oscillations du générateur arrivent, par l'intermédiaire de L_6 , à la bobine B_2 . Celle-ci est identique à B_1 mais bobinée en sens inverse. Les deux bobines B_1 et B_2 agissent sur B_3 . Les oscillations dues à L_1 et induites dans B_3 par B_1 et B_2 sont en opposition de phase et ainsi s'annulent par compensation. D'éventuelles différences de

phase sont compensées à l'aide d'un petit condensateur variable C . Il ne reste donc aux bornes de B_3 qu'une tension provenant de l'oscillation éventuelle du quartz. Quand il oscille, cette tension est amplifiée par L_7 , puis détectée par L_8 et de nouveau amplifiée par la partie pentode de la même lampe.

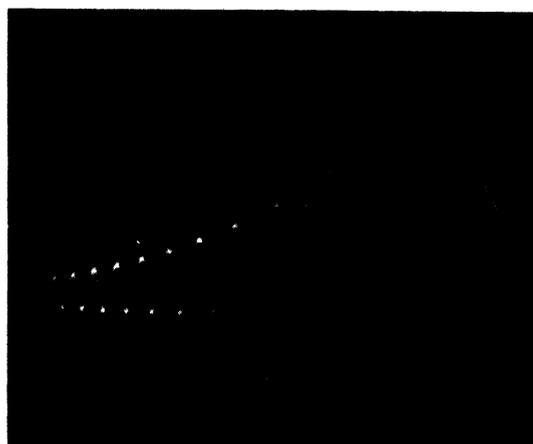
2. Description des phénomènes observés. — Si l'on varie la fréquence f du générateur HF jusqu'à ce que l'on arrive à la résonance avec le quartz, celui-ci se met à vibrer. En utilisant des quartz d'amortissements différents, on obtient sur l'écran de l'oscillographe cathodique les courbes représentées sur la figure 2 dont le décroissement α augmente de a vers c . Le quartz étant excité par

l'oscillateur haute fréquence L_1 et ayant peu de pertes, effectue une oscillation périodique amortie. Après détection, on voit que les battements du quartz et de L_1 sont modulés en amplitude (fig. 2 a, b, c). Ils

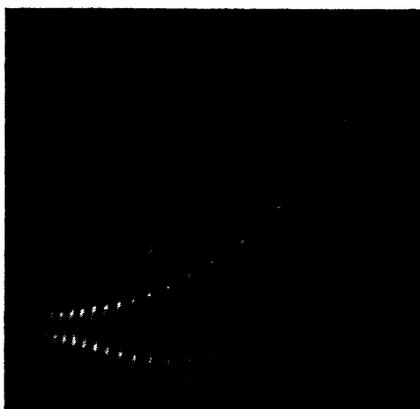
sont aussi modulés en fréquence, comme le montre le fait que les maxima d'amplitude ne sont pas équidistants. Au lieu de remplacer chaque fois le quartz par un autre quartz d'une fréquence propre différente, nous aurions pu varier la période du générateur en dents de scie qui module la haute fréquence F , pour obtenir les différentes figures (en ordre renversé et chaque coordonnée divisée par $\sqrt{\varepsilon}$). Ceci est prévu, comme nous allons le voir, par la théorie du phénomène.

3. Théorie du phénomène. — Gunnar Hok [3] a traité théoriquement la réponse d'un système résonnant à une excitation qui varie linéairement avec le temps, ce qui est justement le phénomène que nous venons de décrire.

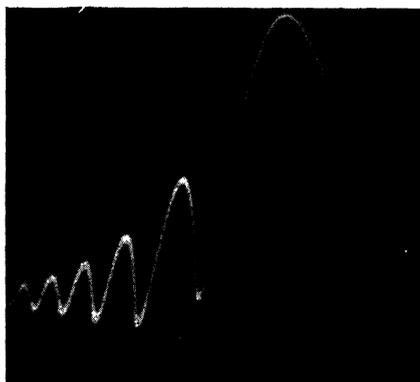
Pour faciliter les calculs qui sont assez compliqués,



(a)



(b)



(c)

Fig. 2. — Sur les trois clichés, le temps croît de droite à gauche.

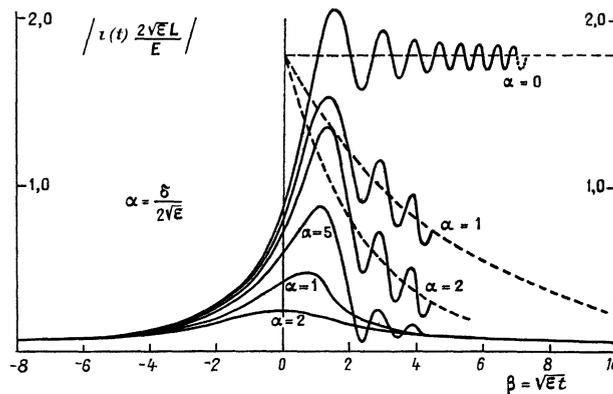


Fig. 3.

Gunnar Hok a calculé des courbes réduites que nous reproduisons (fig. 3). La ressemblance de ces courbes avec celles que nous avons photographiées est frappante.

Nous allons rappeler brièvement la théorie de Hok et l'appliquer à notre cas particulier. Admettant le cas général d'une excitation non périodique, Gunnar Hok utilise la transformation de Laplace.

Comme la fréquence varie linéairement en fonction du temps, on peut écrire

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt} = \omega_0 + 2\varepsilon t, \quad (4)$$

avec

$$\omega = 2\pi f \quad \text{et} \quad \varepsilon = \frac{1}{2} \frac{\omega - \omega_0}{t} = \frac{\pi(f - f_0)}{t},$$

où f est la fréquence et $\varepsilon \dots \pi$ -fois la variation de fréquence par unité de temps. Il en résulte, par intégration de (1), pour l'angle de phase :

$$\varphi = \omega_0 t + \varepsilon t^2$$

et le vecteur d'excitation est de la forme

$$E e^{j\varphi(t)} = E e^{j(\omega_0 t + \varepsilon t^2)}. \quad (2)$$

Nous considérons le cas particulier d'un seul quartz dont le schéma équivalent a la forme représentée figure 4 où C représente la capacité, L l'inductance et R la résistance ohmique du circuit.

Dans ce cas, la capacité statique du quartz, que l'on désigne habituellement par C_0 , est comprise dans C . Appliquant la deuxième loi de Kirchhoff à la figure 4, on obtient :

$$L \frac{di}{dt} + Ri + \frac{1}{C} \int i dt = E e^{j(\omega_0 t + \varepsilon t^2)}. \quad (3)$$

Signalons d'abord qu'en opérant le changement de variable suivant :

$$t = \tau - \frac{\varepsilon}{\omega_0} \tau^2$$

et en tenant compte de ce que

$$\frac{\varepsilon}{\omega_0} t^2 \neq \frac{\varepsilon}{\omega_0} \tau^2,$$

on obtient une équation différentielle de la même forme que (3).

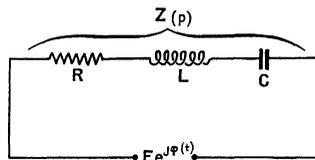


Fig. 4.

Ceci montre qu'au lieu de prendre différents cristaux nous pouvons varier la fréquence du générateur qui excite le cristal. Nous avons confirmé expérimentalement ce fait.

Pour résoudre l'équation différentielle (3), on se sert de la transformation de Laplace.

D'après la figure 4, on obtient au moyen de la transformation directe de Laplace

$$i(p) = \frac{e_m}{Z(p)} = \frac{1}{Z(p)} \int_z^{+\infty} E e^{j(\omega_0 t + \varepsilon t^2)} e^{-pt} dt, \quad (4)$$

où $Z(p)$ est l'impédance du circuit et e_m la tension instantanée. En général

$$\frac{1}{Z(p)} = \frac{g(p)}{h(p)} = \sum_{\nu=1}^n \frac{p_\nu}{h'(p_\nu)(p-p_\nu)},$$

où p_1, p_2, \dots, p_n sont les racines de l'équation

$$h(p) = 0,$$

$h(p)$ et $g(p)$ étant polynomes en p . On obtient alors

$$i(p) = \sum_{\nu=1}^n \frac{g(p_\nu)}{h'(p_\nu)(p-p_\nu)} \int_{-\infty}^{+\infty} E e^{j(\omega_0 T + \varepsilon T^2)} e^{-pT} dT. \quad (5)$$

La transformation inverse de Laplace donne

$$i(t) = \sum_{\nu=1}^n \frac{g(p_\nu)}{h'(p_\nu)} \int_{-\infty}^t E e^{j(\omega_0 T + \varepsilon T^2)} e^{-p_\nu(t-T)} dT \quad (6)$$

en introduisant la variable

$$\gamma = \alpha + j\beta = \frac{1}{2} \varepsilon^{-\frac{1}{2}} j(\omega_0 - p_\nu) + j \varepsilon^{\frac{1}{2}} T,$$

et en remarquant que, quand γ est porté en dehors de l'intégrale (6), T est remplacé par t , on obtient enfin

$$i(t) = E e^{j(\omega_0 t + \varepsilon t^2)} \sum_{\nu=1}^n \frac{g(p_\nu)}{\varepsilon^{\frac{1}{2}} h'(p_\nu)} \text{Fr}(\gamma)$$

où $\text{Fr}(\gamma)$ représente l'intégrale de Fresnel.

Dans notre cas simplifié de la figure 4, nous avons

$$Z(p) = \frac{1}{pC} + pL + R$$

et

$$\frac{1}{Z(p)} = \frac{pC}{p^2 CL + pCR + 1},$$

où $p = j\omega$.

Les racines du dénominateur sont :

$$\begin{aligned} p_{1,2} &= -\frac{R}{2L} \pm \sqrt{\frac{R^2}{4L^2} - \frac{1}{CL}} \\ &= -\frac{R}{2L} + j \left(\frac{1}{CL} - \frac{R^2}{4L^2} \right)^{\frac{1}{2}} = -\delta + j\omega_1, \end{aligned}$$

d'où

$$\delta = \pm j\omega_1 - p_{1,2}.$$

Pour notre cas particulier, nous avons donc :

$$\gamma_1 = \frac{1}{2} \delta \varepsilon^{-\frac{1}{2}} + j \varepsilon^{\frac{1}{2}} t$$

et

$$\gamma_2 = \frac{1}{2} \delta \varepsilon^{-\frac{1}{2}} - j \left(\omega_0 \varepsilon^{-\frac{1}{2}} + \varepsilon^{\frac{1}{2}} t \right)$$

en admettant $\omega_1 \neq \omega_0, \dots, \omega_0$ étant la fréquence de résonance du circuit. En prenant $t = 0$ à l'instant où la fréquence d'excitation coïncide avec la fréquence de résonance du système, on voit que la partie imaginaire de γ_2 tend vers $-\infty$ et l'intégrale correspondante tend vers zéro. On obtient donc en calculant

$$\sum_{\nu=1}^n \frac{g(p_\nu)}{\varepsilon^{\frac{1}{2}} h'(p_\nu)}$$

pour notre cas particulier l'expression :

$$i(t) = \frac{E}{2\sqrt{\varepsilon}L} e^{j(\omega_0 t + \varepsilon t^2)} \text{Fr}(\gamma),$$

avec

$$\gamma = \alpha + j\beta = \frac{1}{2} \delta \varepsilon^{-\frac{1}{2}} + j \varepsilon^{\frac{1}{2}} t$$

En représentant $i(t) \frac{\sqrt{\varepsilon} L}{E}$, c'est-à-dire l'amplitude de la fonction $\text{Fr}(\gamma)$ en fonction de $\beta = \sqrt{\varepsilon} t$, on obtient les différentes courbes de la figure 3 pour différentes valeurs de α .

$$\sigma = \frac{\delta}{2\sqrt{\varepsilon}}$$

représente le décrement logarithmique divisé par $2\sqrt{\varepsilon}$.

Je tiens à remercier M. R. Guillien, directeur de l'Institut de Physique de l'Université de la Sarre, pour ses conseils très utiles.

Manuscrit reçu le 8 juin 1953.

BIBLIOGRAPHIE.

[1] LÉTIENNE R. — *C. R. Acad. Sc.*, 1948, **227**, 506.

[3] GUNNAR HOK. — *J. appl. Physics*, 1948, **19**, 242-251.

[2] MAYER H. — *Annales Universitatis Saraviensis*, II, 1953, p. 106-111.