



**HAL**  
open science

## Déformation de la surface libre en convection de Bénard-Marangoni

P. Cerisier, C. Jamond, J. Pantaloni, J.C. Charmet

► **To cite this version:**

P. Cerisier, C. Jamond, J. Pantaloni, J.C. Charmet. Déformation de la surface libre en convection de Bénard-Marangoni. *Journal de Physique*, 1984, 45 (3), pp.405-411. 10.1051/jphys:01984004503040500 . jpa-00209770

**HAL Id: jpa-00209770**

**<https://hal.science/jpa-00209770>**

Submitted on 4 Feb 2008

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Classification  
 Physics Abstracts  
 47.25Q

## Déformation de la surface libre en convection de Bénard-Marangoni

P. Cerisier, C. Jamond, J. Pantaloni et J. C. Charmet (\*)

Laboratoire de Thermophysique, Université de Provence, rue H. Poincaré, 13397 Marseille Cedex 13, France  
 (\*) Laboratoire d'Hydrodynamique, Ecole Supérieure de Physique et Chimie, 10, rue Vauquelin, 75231 Paris Cedex 5, France

(Reçu le 8 juillet 1983, accepté le 13 septembre 1983)

**Résumé.** — On étudie les déformations de la surface libre accompagnant la convection naturelle d'une couche de liquide chauffée uniformément par dessous. Les profils de la surface sont mesurés en utilisant une méthode de Poggendorf, une méthode de Michelson et une méthode d'interférences du « coin d'air ». Le profil est concave quand l'épaisseur de liquide est mince, convexe quand la couche est profonde. Pour des épaisseurs intermédiaires le profil est hybride et peu marqué avec un creux dans une bosse. On montre que le relief s'accroît avec l'écart au seuil convectif. On montre que le relief concave correspond à une prédominance des forces de tension superficielle, et le relief convexe à celle des forces de gravitation.

**Abstract.** — Free-surface deformations accompanying natural convection in a liquid layer heated uniformly from below are studied. Surface profiles are measured experimentally using a Poggendorf method, a Michelson method and the classical interferometric technique. The profile is concave when the liquid depth is small and convex when the layer is deep. For intermediate depths the profile is hybrid and little pronounced with a hollow in a hump. It is shown that the relief increases with the distance from the convective threshold. The relief is concave when surface tension forces predominate and it is convex when buoyancy forces are the most important forces.

### 1. Introduction.

Il est bien connu qu'une mince couche de liquide chauffée uniformément par le bas, et dont la surface supérieure est libre, entre en convection lorsque la différence de température verticale entre les deux surfaces limites dépasse, toutes choses égales par ailleurs, une valeur critique  $\Delta T_c$ .

Ce phénomène a été décrit pour la première fois par Bénard [1] au début du siècle. Il a montré que le phénomène convectif se fait de manière très organisée à l'intérieur d'une mono-couche de cellules prismatiques à base hexagonale, le liquide étant ascendant dans la partie centrale de chacune d'elles et descendant dans la région des six sommets. L'ensemble des cellules a l'aspect d'un nid d'abeilles. Lorsque la différence de température  $\Delta T$  augmente, les cellules se déforment, les hexagones deviennent irréguliers, des défauts de structure apparaissent et disparaissent [2]. Si  $\Delta T$  augmente encore, les cellules sont de plus en plus irrégulières, on atteint un état de pré-turbulence puis de turbulence [3]. Rayleigh [4] analysa le phénomène comme une instabilité due aux variations de densité entre le fond et la surface. Il a ainsi obtenu une épaisseur critique au-delà de laquelle l'instabilité apparaît.

Cette explication en termes de variation de densité qui est suffisante lorsque le liquide n'a pas de surface libre, ne l'est plus dans ce cas car elle ne tient pas compte des variations de tension superficielle en différents points de cette surface. En fait, le phénomène convectif est provoqué à la fois par les différences de densité à l'intérieur de la couche et par celles de tension superficielle entre les différents points de la surface libre.

Pour une couche indéfinie d'épaisseur  $e$ , de masse volumique  $\rho$ , de diffusivité thermique  $\kappa$ , de viscosité cinématique  $\nu$ , de coefficient de dilatation thermique  $\alpha$ , de tension superficielle  $\sigma = \sigma_0 - \sigma' T$ , soumise à une différence de température verticale descendante  $\Delta T$ , en un lieu où la gravité est  $g$ , on montre [5-8] que les nombres sans dimensions qui représentent respectivement les phénomènes de densité et de tension superficielle sont le nombre de Rayleigh  $R = \alpha g \Delta T e^3 / \nu \kappa$  et le nombre de Marangoni  $M = \sigma' \Delta T e / \rho \nu \kappa$ . En l'absence de gradient de tension superficielle ( $\sigma' = 0$ ) la convection apparaît pour une valeur critique du nombre de Rayleigh  $R_{0c} = 680$  et de même en apeasant, il existe un nombre de Marangoni critique  $M_{0c} = 81$ , au-delà duquel la convection s'installe.

Dans le cas général les deux phénomènes déstabilisants sont couplés, les quatre nombres sont liés par la relation :

$$\frac{R}{R_{0c}} + \frac{M}{M_{0c}} \simeq 1 + \varepsilon \quad (1)$$

dans laquelle, lorsque la convection apparaît,  $\varepsilon = 0$ ,  $R = R_c$  et  $M = M_c$  où  $R_c$  et  $M_c$  sont les valeurs critiques de  $R$  et  $M$  pour les conditions physiques de l'expérience. Au-delà du seuil la valeur de  $\varepsilon > 0$  caractérise l'écart au seuil. En fait, récemment Sarma [9] a montré que la relation 1 n'est valable que

pour un nombre de crispation  $\left(C_r = \frac{\rho v \kappa}{\sigma e}\right)$  nul ou extrêmement petit. Dès que  $C_r$  s'écarte un peu de zéro l'instabilité convective apparaît pour des valeurs de  $\varepsilon$  qui sont positives, et qui peuvent atteindre ou même dépasser l'unité. Toutefois la relation 1 a été établie théoriquement [5] et vérifiée [8] dans des conditions expérimentales telles que  $C_r < 10^{-4}$ . Comme nous avons travaillé dans les mêmes conditions notons dès maintenant que nous pourrions nous appuyer sur cette relation chaque fois que cela sera nécessaire.

Les variations de température, et les phénomènes qui en découlent, provoquent une déformation de la surface du liquide. Celle-ci est suffisamment faible (de l'ordre de quelques microns tout au plus) pour que tous les calculs supposant une surface plane comme condition aux limites soient pleinement justifiés et acceptables.

Dès 1901 Bénard avait montré que la surface hexagonale d'une cellule convective est concave au-dessus des courants chauds ascendants et convexe dans les régions des six sommets où le liquide froid descend. D'autres observations expérimentales du relief superficiel ont été effectuées, mais soit le signe de la déformation (concave ou convexe au centre de l'hexagone) n'a pas été précisé [10], soit les conditions expérimentales ne sont pas toujours bien définies. C'est ainsi que Volkovisky [11] observa une déflexion dans le sens trouvé par Bénard [1]. Par contre Spangenberg [12] et Davidhazy [13] trouvent une surface convexe. L'étude théorique du signe de la déformation superficielle a été entreprise par différents auteurs. C'est ainsi que Jeffreys [14], le premier semble-t-il, s'est penché sur le problème, et en s'appuyant d'une part sur l'approximation linéaire de l'hydrodynamique et d'autre part sur les travaux de Rayleigh (qui ne tient pas compte de la tension superficielle), aboutit à la conclusion que la surface est convexe (au centre de la cellule), ce qui était en contradiction avec les résultats de Bénard et qu'« il fallait les reprendre ». Par la suite Pearson [15] puis Scriven et Sternling [6] ont étudié l'influence de la tension superficielle sur la convection. Les seconds ont calculé la déformation résultante de la surface et ils ont trouvé que la surface est concave en conformité avec les résultats de Bénard. Ils ont également proposé un critère en comparant leurs résultats et ceux de Jeffreys, permettant de déterminer

lequel des deux mécanismes déstabilisants, différences de densité ou différences de tension superficielle, est principalement responsable de l'instabilité convective : si celle-ci est provoquée par la tension superficielle, il y a une dépression au-dessus du liquide ascendant et une élévation au-dessus du liquide descendant (ce que nous appellerons par la suite surface ou déformation ou relief concave). Si l'instabilité est provoquée par la poussée d'Archimède on observe l'inverse.

Des modèles extrêmement simples ont été proposés pour calculer la différence de hauteur  $h_m$  entre le centre et le bord d'une cellule. Hershey [16], Anand et Balwinski [17] ont proposé des expressions qui prévoient l'ordre de grandeur de la déformation correctement mais ils ne peuvent prédire la variation de  $h_m$  avec l'épaisseur de la couche liquide et surtout ils ne tiennent pas compte des forces de gravitation.

A notre connaissance aucune étude systématique de l'influence sur le relief des diverses grandeurs physiques  $e$ ,  $\Delta T$ , etc., intervenant dans les nombres  $R$  et  $M$  n'a été entreprise jusqu'à ce jour si l'on excepte un intéressant travail de Kayser et Berg [18]. Ceux-ci ont étudié à la fois expérimentalement et par calcul numérique les déformations de la surface libre d'une couche de liquide chauffée par le bas par un filament rectiligne (et non par une surface). Ils ont pu ainsi montrer que cette convection provoque une concavité au-dessus du courant chaud ascendant lorsque l'épaisseur est faible et une convexité lorsqu'elle est importante. La transition pour des épaisseurs intermédiaires présente un relief hybride. Un modèle mathématique a été développé. Il a fourni des résultats « en accord qualitatif » avec l'expérience et a permis de préciser le rôle de  $\alpha$ ,  $\sigma'$ ,  $\nu$ ,  $\sigma$ ,  $e$  et de la puissance calorifique fournie, sur le signe et l'amplitude du relief.

Afin de vérifier si ces conclusions sont transposables à la convection de Bénard-Marangoni, nous nous sommes proposés dans ce travail, essentiellement d'ordre expérimental, d'étudier l'influence de  $e$  et de  $\Delta T$  sur la déformation de la surface supérieure.

## 2. Méthodes expérimentales.

Il existe de nombreuses techniques permettant de relever des profils de surfaces déformées. Cependant dans le cas des surfaces liquides, l'emploi des techniques optiques est une nécessité pratique. Il a été envisagé d'employer des méthodes d'optique géométrique du type Moiré (Moiré par réflexion ou Moiré de pentes) [19], mais les plus employées semblent être des méthodes de Schlieren [18, 20, 21] ou interférométriques [12, 17]. En vue de cette étude nous avons employé trois appareillages différents : le premier utilise la méthode de Pogendorf, les deux autres sont basés sur l'interférométrie entre deux surfaces réfléchissantes. Dans tous les cas l'épaisseur de la couche est déterminée à l'aide de deux palpeurs au 1/100<sup>e</sup> mm utilisés comme suit : la pointe du premier est mise successivement en contact avec la surface supérieure du liquide (le contact est détecté à l'aide d'un microscope

à faible grossissement) puis avec le fond de la cuve. Le second palpeur mesure les déplacements du premier. La reproductivité des mesures est de  $\pm 0,05$  mm. Les températures des surfaces supérieure et inférieure du liquide sont déterminées à l'aide des deux thermocouples soudés à des petits disques plans, minces et horizontaux (le rôle de ceux-ci est de fournir une température moyenne dans un plan horizontal).

**2.1 RÉFLEXION D'UN FAISCEAU LASER SUR LA SURFACE DÉFORMÉE (MÉTHODE DE POGGENDORF) (Fig. 1).** —

— Un faisceau laser, La, étroit ( $\varnothing = 2$  mm) après avoir traversé un système optique S est réfléchi par un petit miroir M sur la surface du liquide en P où il tombe normalement. Du fait de la déformation de la surface il est dévié et, après réflexion sur M, il tombe sur un écran E' situé à grande distance (10 m) où une déviation est observée par rapport au point O correspondant à la déflexion par la surface plane de liquide.

Au début d'une mesure, le point P correspond au centre d'une cellule. La plaque chauffante (P.C.) supportant le liquide est ensuite déplacée avec le maximum de précautions, suivant une direction Px (ou Py). Pour chaque position x (ou y) de la plaque on relève le déplacement X (ou Y) du spot par photographie de l'écran E'. Un exemple de la variation de  $X = f(x)$  obtenue expérimentalement est représentée sur la figure 2. On montre qu'à deux points distants de  $\Delta x$  sur la cellule, correspondent deux positions du spot telles que  $\Delta X = -\frac{2L}{r} \Delta x$  où r est le rayon de cour-

bure moyen (compté positivement lorsque la surface est concave) et L la distance à l'écran. Comme le début de la mesure correspond au centre d'une cellule, où la surface est horizontale, il est facile de calculer et de tracer de proche en proche le profil de la cellule.

Pour examiner le réseau de cellules et pointer convenablement le laser on utilise un procédé d'ombroscopie. La lampe ponctuelle (L.P.) éclaire en incidence quasi normale la cuve dont le fond constitue un miroir. L'ombre du réseau de cellules est observé sur l'écran E.

Le rayon de courbure de la surface varie rapidement quand on s'éloigne du centre, d'où la présence d'aberrations qui peuvent être importantes. On verra plus loin qu'on peut considérer qu'il existe grosso modo deux sortes de cellules convectives : celles à grandes dimensions (largeur > 5 mm) et à surface convexe, celles à petites dimensions (< 5 mm) et à surface concave. Dans le premier cas le spot observé sur l'écran E' a la forme d'une ellipse (Fig. 3b) légèrement plus grande que le spot correspondant à une surface plane (Fig. 3a). Nous avons considéré que le centre de l'ellipse correspond au rayon moyen. Dans le second cas (Fig. 3c) et lorsqu'on vise dans la région du bord d'une cellule le spot a la forme de plusieurs rubans lumineux juxtaposés, il faut alors s'attacher à toujours viser le même groupe de rayons lumineux.

En fait, l'air situé au-dessus du liquide est en mouvement incessant et pour le réduire, nous avons placé

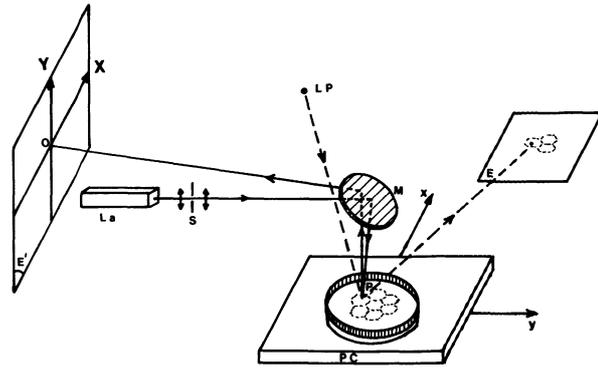


Fig. 1. — Détermination du rayon de courbure par réflexion d'un faisceau laser sur la surface. La : laser - S : système optique - M : miroir - P.C. : plaque chauffante - L.P. : lampe pointolithe - E : écran d'observation - E' : écran de mesure.

[Determination of the radius of curvature from the reflexion of a laser beam on the surface. La : laser - S : optical system - M : mirror - P.C. : heating device - L.P. : lamp giving a pinhole beam of light - E : screen for observation - E' : screen for measurement.]

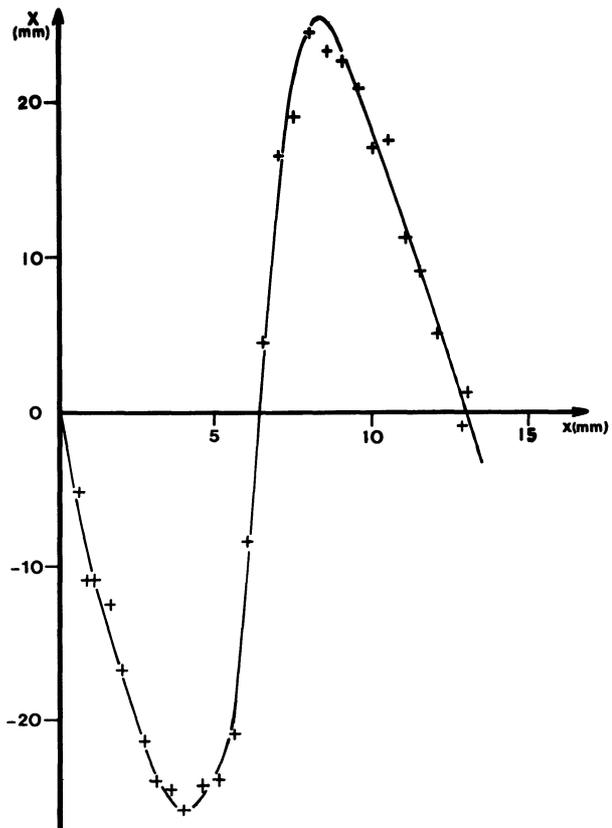


Fig. 2. — Déviation (X) du faisceau laser sur l'écran E' situé à 10 m en fonction de la distance (x) d'une cellule convective.

[Deviation (X) of the laser beam on the screen E' (situated at 10 m) as a function of distance (x) from the centre of a convective cell.]

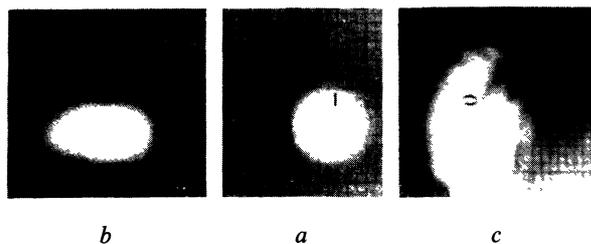


Fig. 3. — Spot du laser sur l'écran E' réfléchi par une surface liquide. *a* : plane, *b* : convexe, *c* : concave dans la région marginale.

[Spot of laser on screen E' reflected by a liquid surface. *a* : plane, *b* : convex, *c* : concave in the marginal area.]

au-dessus de la surface, à environ 8 mm, une lame de verre percée d'un trou laissant passer les rayons incident et réfléchi. Ce dispositif atténue considérablement, mais pas totalement, la mobilité du spot. Le bruit de fond n'est pas gênant lorsque les déviations sont importantes ( $> 1$  cm à 10 m). Par contre, lorsque le relief est peu marqué il est de l'ordre de grandeur du phénomène observé : la limite de résolution correspond à des reliefs de 0,1 à 0,2  $\mu\text{m}$  environ.

La connaissance simultanée de  $x$  (ou  $y$ ) et  $r$  permet donc d'établir le profil de la surface dans la direction  $P_x$  (ou  $P_y$ ). Cette méthode, dont le principal mérite est la simplicité de mise en œuvre, présente néanmoins un certain nombre d'inconvénients. Outre le bruit de fond et la modification de la forme du spot, déjà signalés ci-dessus, on voit qu'elle ne peut fournir le profil superficiel que dans une direction à la fois. Il faut répéter l'expérience pour chaque profil désiré. Or, d'une part seuls les profils situés dans un plan de symétrie de la surface cellulaire peuvent être étudiés, d'autre part lorsqu'on est loin du seuil les cellules ne sont pas régulières, elles se déplacent, se déforment et l'obtention du relief complet peut être impossible ou tout au moins entachée d'une incertitude importante. Enfin, le dépouillement des résultats est relativement long comparé à celui des méthodes interférométriques.

## 2.2 MÉTHODES INTERFÉROMÉTRIQUES.

2.2.1 La première méthode utilisée est classique. Elle a d'ailleurs été employée par Bénard lui-même [1]. On réalise un système de franges d'interférences d'égale épaisseur de la lame d'air comprise entre la surface du liquide et la face inférieure d'une lame de verre plane et horizontale. Comme l'avait déjà noté Bénard, il est pratiquement impossible d'obtenir des franges totalement immobiles « car elles traduisent les plus petites déformations résultant des moindres courants d'air superficiels » [1]. Nous avons employé une lame de Pérot-Fabry, non métallisée, à faces non parallèles pour éliminer les interférences sur la seconde face. Elle est placée dans le voisinage immédiat de la surface liquide. Dans ces conditions, les franges obtenues sont à peu près immobiles, mais ce montage pré-

sente un certain nombre d'inconvénients : des déformations inévitables de la lame perturbent le système de franges ; la mesure précise de la différence de température moyenne et plus encore de l'épaisseur de liquide devient difficile, le contraste des franges est faible à cause des indices optiques notablement différents de l'huile et du verre, enfin il faut chauffer fortement et parfois même de façon excessive le liquide pour déclencher la convection, et dans tous les cas les  $\Delta T$  restent petits. Pour éliminer ces inconvénients, nous avons principalement utilisé un autre montage.

2.2.2 La méthode interférométrique de Michelson a été adaptée à l'étude d'une surface liquide. En pratique pour améliorer le contraste des franges, les interférences sont réalisées entre les faisceaux réfléchis sur la surface d'un liquide en convection d'une part et sur la surface d'un liquide immobile de même nature, d'autre part. Les deux faisceaux tombent chacun normalement sur la surface liquide grâce à deux miroirs  $M_1$  et  $M_2$  inclinés à  $45^\circ$ . Les positions des deux surfaces liquides en l'absence de convection sont telles que les chemins optiques des deux faisceaux interférents sont égaux.

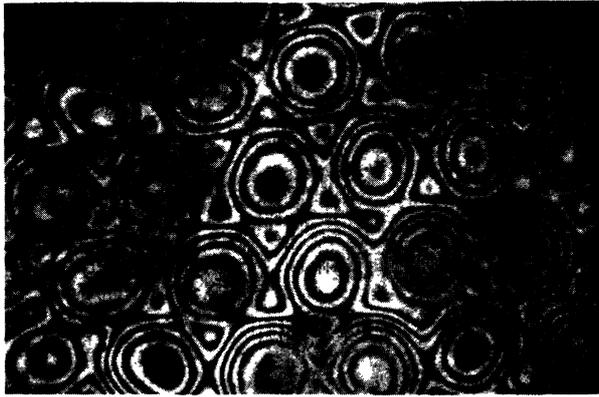
Tous les inconvénients de la méthode précédente sont supprimés, par contre les franges sont plus mobiles à cause de la circulation de l'air situé au-dessus du liquide chaud. En pratique cette mobilité est gênante seulement dans le cas où le relief est peu marqué (ce qui correspond à une ou deux franges observées) et on peut s'en affranchir en utilisant des temps de pose brefs, et éventuellement en multipliant les clichés (Fig. 4).

2.2.3 Les deux méthodes interférométriques précédentes donnent l'amplitude du relief mais non son signe. Pour l'obtenir on a employé la méthode de Foucault dont on connaît le principe. On forme dans le plan focal d'une lentille l'image d'un diaphragme situé à l'infini. Le trajet du faisceau lumineux comporte une réflexion sur la surface libre du liquide. On obtient une image à contours estompés par suite des déviations différentes des divers rayons lumineux. En plaçant un petit écran opaque sur la partie marginale de l'image on supprime ainsi les rayons les plus inclinés. Il en résulte sur la photographie un phénomène d'ombrage (Fig. 5), qui permet, à partir de la position de l'écran par rapport à l'axe optique de trouver la nature exacte du relief.

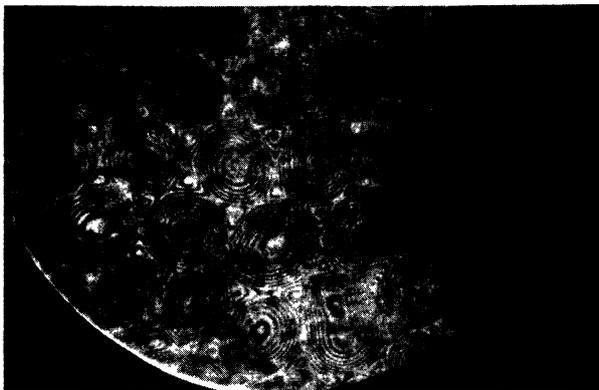
## 3. Résultats.

Le liquide utilisé est de l'huile aux silicones Rhodorsil 47V100. Pour chaque méthode on a déterminé l'amplitude et le signe du relief pour des épaisseurs de la couche du liquide comprises entre un et sept millimètres. Pour chaque épaisseur on a fait varier la puissance de chauffe ce qui induit une variation importante de  $\Delta T$ , une modification moindre de  $T$ , et un changement relativement faible de  $\rho$ ,  $\nu$ ,  $\kappa$  et  $e$ .

3.1 INFLUENCE DE L'ÉPAISSEUR. — Si on appelle  $h_m$  la différence de hauteur entre le centre d'une cellule



a



b

Fig. 4. — Franges d'interférences correspondant aux courbes de niveau de la surface (le grandissement des deux photos est différent). a : cellules concaves, b : cellules convexes.

[Interference fringes corresponding to the contours of the surface (the magnification of two photographs is different). a : concave cells, b : convex cells.]

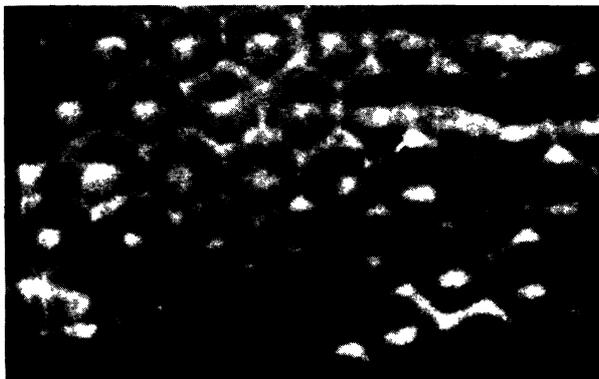


Fig. 5. — Cellules à relief hybride. Aspect de l'ombrage obtenu par foucaultage. On distingue nettement la déformation concave à l'intérieur du relief convexe.

[Cells with a hybrid relief. Aspect of the shadow obtained with Foucault's technique (the concave deformation within the convex relief is easily seen).]

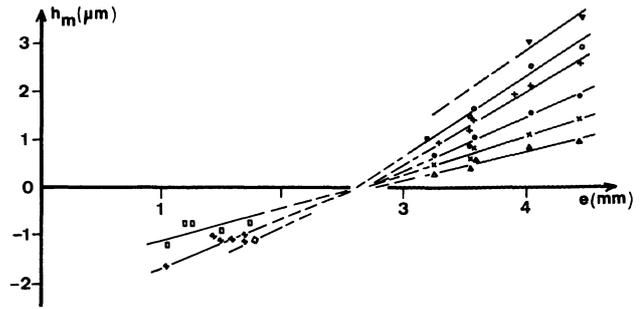


Fig. 6. — Variation de la différence de hauteur  $h_m$  entre le centre et le bord d'une cellule en fonction de l'épaisseur de la couche. Fortes épaisseurs pour différentes valeurs de  $\varepsilon$  :  $\Delta$  : 0,5;  $\times$  : 0,8;  $\bullet$  : 1,3;  $+$  : 2,3;  $\circ$  : 3,3;  $\nabla$  : 6,5. Faibles épaisseurs :  $\square$  : 0,25;  $\boxtimes$  : 0,6;  $\diamond$  : 1,3.

[Variation of the height  $h_m$  between the centre and the edge of a cell as a function of the layer depth. Great depths for various values of  $\varepsilon$  :  $\Delta$  : 0.5;  $\times$  : 0.8;  $\bullet$  : 1.3;  $+$  : 2.3;  $\circ$  : 3.3;  $\nabla$  : 6.5. Small depths :  $\square$  : 0.25;  $\boxtimes$  : 0.6;  $\diamond$  : 1.3.]

et le centre d'un des six côtés, l'influence de l'épaisseur sur la nature du relief est clairement mis en évidence sur la figure 6. On constate en effet, et ceci quel que soit  $\varepsilon$ , que le relief est concave (comme l'avait trouvé Bénard) mais pour les faibles épaisseurs seulement ( $e < 2$  mm). Les sommets géométriques du polygone sont également des sommets géographiques et les côtés sont des crêtes. Pour les fortes épaisseurs ( $e > 3$  mm) le relief est inversé : la région centrale de la cellule est convexe, les sommets géométriques sont des puits reliés par des vallées. Pour les épaisseurs intermédiaires qui sont approximativement comprises entre 1,8 et 2,7 mm, on observe un relief hybride peu marqué (2 à 3 dixièmes de micron) à la fois concave et convexe : la surface de la cellule apparaît comme légèrement convexe avec un creux peu marqué dans la partie centrale (Fig. 5).

Malgré la dispersion liée aux incertitudes expérimentales la loi de variation de  $h_m$  avec l'épaisseur  $e$  :

- apparaît comme linéaire pour les fortes épaisseurs ( $e > 3$  mm);
- semble suivre une loi hyperbolique en  $e^{-1}$  pour les faibles épaisseurs ( $e < 2$  mm).

Ce résultat est conforme aux prévisions théoriques de Louergue, Manneville et Pomeau [22].

3.2 INFLUENCE DE  $\Delta T$ . — L'influence de  $\Delta T$  sur l'amplitude du relief  $h_m$  est mise en évidence sur la figure 7 (en fait, on a représenté les variations de  $h_m$  en fonction de  $\varepsilon$ , pour tenir compte des variations de  $T$  donc de  $\rho$ ,  $\nu$ ,  $\kappa$ , etc., qui sont inséparables de celles de  $\Delta T$ . Mais pour une couche donnée de liquide, c'est la variation de  $\Delta T$  qui conditionne pour la majeure partie celle de  $\varepsilon$ ). Dans le cas des fortes épaisseurs (où la convection est contrôlée principalement par la poussée d'Archimède comme on le verra dans le paragraphe 4)  $h_m$  augmente rapidement au voisinage du seuil puis beaucoup plus lentement. On peut penser

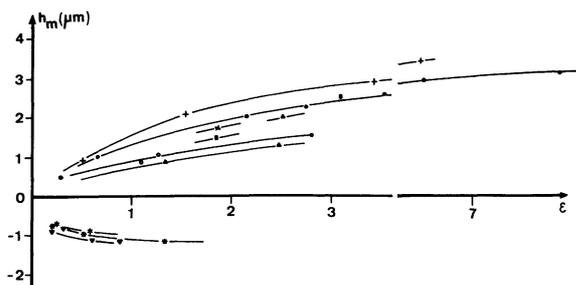


Fig. 7. — Variation de la différence de hauteur  $h_m$  entre le centre et le bord d'une cellule en fonction de l'écart au seuil  $\varepsilon$  pour différentes épaisseurs (en mm). \* : 1,21 -  $\nabla$  : 1,26 -  $\blacktriangledown$  : 1,49 -  $\diamond$  : 1,74 -  $\blacktriangle$  : 3,55 -  $\circ$  : 3,58 -  $\blacksquare$  : 3,65 -  $\times$  : 3,9 -  $\bullet$  : 4,04 -  $\triangle$  : 4,30 -  $+$  : 4,45 -  $\square$  : 4,65.

[Variation of the height  $h_m$  between the centre and the edge of a cell as a function of the distance from the threshold  $\varepsilon$  for various depths (mm).]

que dans le voisinage immédiat du seuil,  $h_m$  croît linéairement avec  $\varepsilon$  conformément aux prédictions de Louergue *et al.* [22]. Par contre, lorsque  $\varepsilon$  devient plus important, il apparaît un phénomène de saturation dont la théorie linéaire ne peut évidemment rendre compte. Dans le cas des faibles épaisseurs (où ce sont les forces thermocapillaires qui régissent la convection), il semble que la variation de  $h_m$  avec  $\varepsilon$  suive une loi plus complexe du type bifurcation inverse comme prévu par Busse [23].

**3.3 PROFIL DU RELIEF.** — Le profil superficiel entre deux côtés opposés d'un hexagone, distants de  $\lambda_x$ , est montré dans deux cas types sur la figure 8. On a constaté que l'analyse en série de Fourier limitée au fondamental décrivant le profil de manière sinusoïdale semble bien rendre compte de la déformation de la surface lorsque le relief est concave. Par contre la

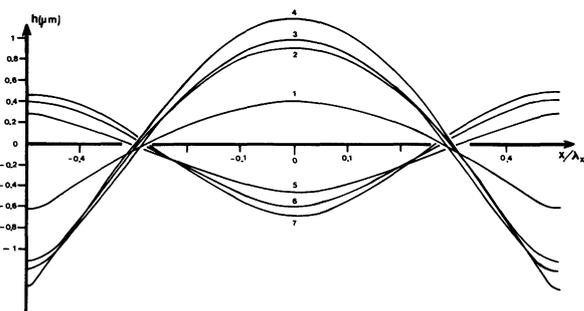


Fig. 8. — Profil du relief superficiel pour différentes valeurs de l'écart au seuil. Relief convexe : (1) :  $\varepsilon = 0,32$  - (2) :  $\varepsilon = 1,82$  - (3) :  $\varepsilon = 2,41$  - (4) :  $\varepsilon = 3,26$  (épaisseur de la couche 4,04 mm). Relief concave : (5) :  $\varepsilon = -0,04$  - (6) :  $\varepsilon = 0,18$  - (7) :  $\varepsilon = 0,98$  (épaisseur de la couche 1,75 mm).

[Profile of the superficial relief for various values of the distance from threshold. Convex relief : (1) :  $\varepsilon = 0,32$  - (2) :  $\varepsilon = 1,82$  - (3) :  $\varepsilon = 2,41$  - (4) :  $\varepsilon = 3,26$  (layer depth 4,04 mm). Concave relief : (5) :  $\varepsilon \approx 0,04$  - (6) :  $\varepsilon = 0,18$  - (7) :  $\varepsilon = 0,98$  (layer depth 1,75 mm).]

figure 8 met bien en évidence la présence d'harmoniques impaires dans l'équation du profil, et l'analyse théorique limitée au fondamental ne peut rendre compte avec précision, ni de la forme du profil ni de son amplitude.

#### 4. Discussion.

Considérons (Fig. 9) un système d'axes où l'on porte  $R/R_{0c}$  en abscisse et  $M/M_{0c}$  en ordonnée. Il a été montré [5, 8] que la courbe AB, qui est très proche d'une droite, sépare le quadrant en deux régions : l'une (S) intérieure à OAB correspond à des conditions physiques où la couche de liquide est stable, la seconde (I) au-delà de AB représente la zone d'instabilité du liquide. La ligne AB qui sépare les deux régions marque le seuil convectif.

Le point représentatif P de l'état du fluide se trouve sur une droite Oz de pente  $\sigma' R_{0c}/\rho\alpha g e^{-2} M_{0c}$ . Lorsque  $\Delta T$  croît depuis la valeur zéro, et si on néglige les petites variations de  $\rho$  et  $e$  avec  $T$ , le point P décrit la droite fixe Oz.

Il en résulte que si  $e$  est petit, la droite Oz est voisine de l'axe ( $M/M_{0c}$ ) ce qui signifie que les phénomènes de tension superficielle sont prépondérants par rapport aux phénomènes de gravitation, or lorsque  $e$  est petit le relief est concave. Inversement si  $e$  est grand la droite Oz est voisine de l'axe ( $R/R_{0c}$ ) où la prépondérance des phénomènes déstabilisants est inversée, or lorsque  $e$  est grand le relief est convexe.

On peut donc conclure que le relief est concave lorsque les phénomènes de tension superficielle sont prépondérants, c'est-à-dire lorsque l'épaisseur est faible. Par contre le relief est convexe lorsque les phénomènes de gravitation l'emportent, c'est-à-dire lorsque  $e$  est grand.

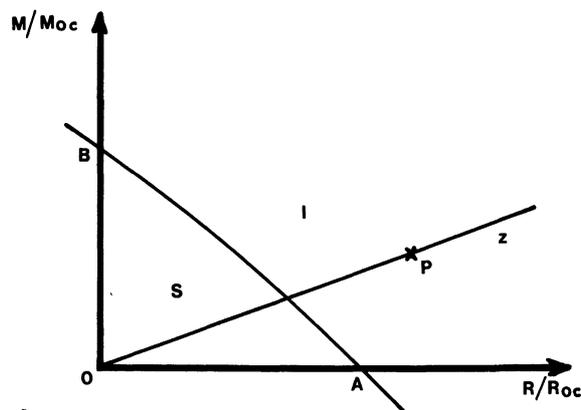


Fig. 9. — Etat hydrodynamique du liquide en fonction des nombres de Rayleigh et de Marangoni. S : zone de stabilité - I : zone d'instabilité - AB : ligne correspondant au seuil convectif.

[Hydrodynamical state of the liquid as a function of Rayleigh and Marangoni numbers. S : stable liquid - I : unstable liquid - AB : line corresponding to the threshold.]

Cette conclusion est tout à fait en accord avec celle de Louergue [25] à l'issue d'une étude très récente sur un phénomène voisin : la convection forcée de Bénard-Marangoni. Cet auteur chauffe la surface supérieure d'une couche de liquide à l'aide d'un réseau de raies lumineuses parallèles et équidistantes, ce qui provoque l'apparition d'une convection en rouleaux. Il a montré que pour chaque valeur du pas du réseau il existe une épaisseur critique  $e_c$  en deçà de laquelle la convection et le relief (dépression) sont gouvernées par les forces de tension superficielle ; par contre lorsque  $e > e_c$  ce sont les forces de gravitation qui régissent la convection et la déformation de la surface (gonflement).

Nous avons évalué approximativement dans le cas de la convection libre la valeur de l'épaisseur critique pour laquelle les deux phénomènes déstabilisants ont une importance comparable. En utilisant la théorie linéaire de Nield [5] nous avons montré qu'il existe au voisinage du seuil convectif, la relation suivante entre le gradient vertical moyen de température dans la couche ( $\overline{\text{grad}} T_v$ ) et le gradient superficiel moyen de température sur la surface libre ( $\overline{\text{grad}} T_s$ ) :

$$|\text{grad } T_s| = 0.45 k_c |\text{grad } T_v| / \pi \quad (2)$$

où  $k_c$  est le nombre d'onde critique adimensionné. En considérant un grand nombre de photos de la surface on a déduit  $k_c = 2,4$ . On montre facilement que la différence de pression entre deux points de la surface libre due au gradient de tension superficielle est

$$\Delta P_\sigma \sim \sigma' |\text{grad } T_s| \quad (3)$$

et que la différence de pression due à l'inhomogénéité de densité entre deux points extrêmes de la couche situés sur une même verticale est

$$\Delta P_\rho \sim \alpha g \rho e^2 |\text{grad } T_v|. \quad (4)$$

En combinant les relations 2, 3 et 4 on obtient pour l'épaisseur critique :

$$e_c \sim (0.35 \sigma' / \alpha \rho g)^{1/2}. \quad (5)$$

Les valeurs proposées pour  $\sigma'$  qui vont de  $2.7 \times 10^{-2}$  cgs [8] à  $6,8 \times 10^{-2}$  cgs [22] donnent respectivement  $e_c \sim 1,2$  mm et  $e_c \sim 1,9$  mm, ce qui dans tous les cas est en bon accord avec la valeur expérimentale ( $2,5$  mm  $< e_c < 2,8$  mm).

La relation 5, malgré son caractère approximatif, montre donc que le signe du relief dépend essentiellement de  $\sigma'$ ,  $\alpha$  et  $\rho$ . D'autres facteurs comme  $\nu$  ou  $\sigma$  n'interviennent pas, sinon peut être de manière secondaire. Par contre il est bien évident que  $\sigma$  doit avoir une incidence majeure sur l'amplitude du relief : toutes choses égales par ailleurs, de deux liquides qui ont des  $\sigma$  différents, celui qui aura la plus faible tension superficielle sera le plus déformé.

#### Remerciements.

Les auteurs expriment leurs remerciements à M. Detaille, ingénieur au Laboratoire d'Astronomie Spatiale qui les a fait bénéficier de ses avis et discussions fructueuses et leur a prêté du matériel, et à B. de Gasquet (technicien CNRS) pour son aide appréciée dans la préparation du matériel d'expérience.

#### Bibliographie

- [1] BÉNARD, H., *Rev. Gen. Sci. Pur. Appl.* **11** (1900) 1261, *Ann. Chim. Phys.* **23** (1901) 62, Thèse, Université de Paris (1901).
- [2] PANTALONI, J. et CERISIER, P., Mécanisme de propagation des défauts dans une structure convective de Bénard-Marangoni; Réunion de la S.F.P. Les Embiez, septembre 1980.
- [3] NORMAND, C., POMEAU, Y. and VELARDE, M. G., *Rev. Mod. Phys.* **49**, 3 (1977) 581.
- [4] RAYLEIGH (Lord), *Philos. Mag.* **32** (1916) 529.
- [5] NIELD, D. A., *J. Fluid. Mech.*, **19** (1964) 1941.
- [6] SCRIVEN, L. E. and STERNLING, C. V., *J. Fluid. Mech.* **19** (1964) B 321.
- [7] TAKASHIMA, M., *J. Phys. Soc. Japan* **29** (1970) 531.
- [8] PANTALONI, J., BAILLEUX, R., SALAN, J., VELARDE, M. G., *J. Non-Equil. Thermod.* **4** (1979) 201.
- [9] SARMA, G. S. R., Fourth International Conference on Physico-Chemical Hydrodynamics. New York (1982).
- [10] BLOCK, M. J., *Nature* **178** (1956) 650.
- [11] VOLKOVISKY, V., *Publ. Sci. Tech. Ministere de l'Air*, **151** (1939).
- [12] SPANGENBERG, W. B. and ROWLAND, W. R., *Phys. Fluids* **4**, 6 (1961) 743.
- [13] DAVIDHAZY, A., *Photographic Sci. Engng.* **13** (1969) 156.
- [14] JEFFREYS, H., *Quart. J. Mech.* **4** (1951) 283.
- [15] PEARSON, J. R. A., *J. Fluid Mech.* **4** (1958) 489.
- [16] HERSHEY, A. V., *Phys. Rev.* **56** (1939) 204.
- [17] ANAND, J. N. and BALWINSKI, H. J., *J. Colloid Interface Sci.* **31** (1969) 196.
- [18] KAYSER, W. V. and BERG, J. C., *J. Fluid. Mech.* **57**, 4 (1973) 739.
- [19] CERISIER, P., PANTALONI, J., CHARMET, J. C. et EID, B., Congrès Société Française de Physique, Clermont Ferrand (1981).
- [20] OWDER OZBELGE, H., LIGHTFOOT, E. N. and MILLER, E. E., *J. Phys. E* **14** (1981) 1381.
- [21] SELLIN, R. H. J., *J. Sci. Instrum.* **40** (1963) 355 ; *Nature* **217** (1968) 536.
- [22] LOULERGUE, J. C., MANNEVILLE, P. et POMEAU, Y., *J. Phys. D* **14** (1981).
- [23] BUSSE, F. H., *Rep. Prog. Phys.* **41** (1978) 1929.
- [24] PALMER, H. J. and BERG, J. C., *J. Fluid. Mech.* **47** (1971) 779 ; *J. Fluid. Mech.* **51** (1972) 385 ; *A. I. Ch. E. J.* **19** (1973) 5, 1082.
- [25] LOULERGUE, J. C., Thèse Université de Paris (1983).