

Fermetures de couches dans les noyaux sphériques à grand excès de neutrons

F. Tondeur

► To cite this version:

F. Tondeur. Fermetures de couches dans les noyaux sphériques à grand excès de neutrons. Journal de Physique, 1973, 34 (10), pp.761-769. 10.1051/jphys:019730034010076100. jpa-00207440

HAL Id: jpa-00207440 https://hal.science/jpa-00207440

Submitted on 4 Feb 2008

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers. L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés. Classification Physics Abstracts 12.10

FERMETURES DE COUCHES DANS LES NOYAUX SPHÉRIQUES A GRAND EXCÈS DE NEUTRONS

F. TONDEUR (*)

Physique Nucléaire Théorique. Université Libre de Bruxelles, av. F.-D.-Roosevelt 50, 1050 Bruxelles, Belgique

(Reçu le 9 mars 1973)

Résumé. — Cet article étudie les spectres des niveaux à une particule des noyaux sphériques à grand excès de neutrons. Le potentiel utilisé est celui de Saxon-Woods. Les paramètres du potentiel sont extrapolés en utilisant d'une part les expressions généralement considérées pour les noyaux stables, et d'autre part des expressions tirées du modèle de Brueckner.

Abstract. — Single-particle spectra of spherical neutron-rich nuclei are studied. A Saxon-Wood's potential is used. The parameters of the potential are first extrapolated taking the expressions which are generally used for stable nuclei. Other expressions are also calculated on the basis of Brueckner's statistical model.

1. Introduction. — L'étude de certains processus relevant de l'astrophysique (matière superdense, processus r de nucléosynthèse) rend nécessaire la prévision de certaines propriétés des noyaux à grand excès de neutrons qui sont fortement instables dans les conditions du laboratoire. On ne dispose que de renseignements très fragmentaires sur ces noyaux. Aussi, la prévision de leurs propriétés ne peut-elle reposer que sur une base théorique.

Parmi les grandeurs qu'il est nécessaire d'évaluer, les plus importantes sont l'énergie de liaison B(N, Z), l'énergie de séparation d'un neutron $S_n(N, Z)$, la densité de niveaux nucléaires, le taux de fission et le taux de désintégration β^- . Toutes ces quantités dépendent de la structure en couches de ces noyaux qui se traduit en particulier par une correction de couches S(N, Z) à inclure dans la formule de masse.

Les études du processus r qui ont été effectuées jusqu'ici (Truran *et al.* [1], Schramm et Fowler [2], Seeger [3], [4]), prennent pour base d'évaluation des corrections de couches des valeurs valables pour les noyaux stables en supposant implicitement que la structure en couches ne subit pas de modification lorsqu'on s'éloigne de la ligne de stabilité nucléaire.

Récemment toutefois, Schramm et Fiset [5] se sont basés sur des potentiels noyau-nucléon dérivés du modèle *droplet* de Myers et Swiatecki [6] pour calculer les spectres de niveaux à une particule de noyaux riches en neutrons ; ils ont ensuite calculé les corrections de couches par la méthode de Strutinski [7], [8], [9].

Dans cet article, nous calculons les spectres des noyaux sphériques à grand excès de neutrons à partir d'un potentiel de Saxon-Woods. Deux types d'expressions ont été utilisées pour extrapoler les paramètres de ce potentiel. Une première approche consiste à utiliser les expressions généralement utilisées pour les noyaux stables. Ensuite, d'autres expressions tirées du modèle de Brueckner ont été employées.

Dans la section 2, nous donnons le premier groupe de paramètres utilisés. La section 3 explique brièvement comment des informations sur le potentiel noyaunucléon peuvent être obtenues dans le cadre du modèle de Brueckner. La section 4 donne les expressions tirées de ce modèle pour l'extrapolation du potentiel de Saxon-Woods. Enfin, les résultats du calcul des spectres des niveaux à une particule sont présentés dans la section 5.

2. Extrapolation du potentiel de Saxon-Woods. — Le potentiel moyen noyau-nucléon que nous avons choisi pour étudier la structure en couches des noyaux à grand excès de neutrons est un potentiel de Saxon-Woods :

$$V(r) = \frac{V_0}{1 + \exp\left(\frac{r-R}{a}\right)}.$$
 (1)

^(*) Boursier IRSIA.

A ce potentiel doit être ajouté un terme de spin-orbite choisi de la forme

$$V_{\rm so}(r) = \frac{\bar{ls}}{\hbar^2} \frac{1}{r} \frac{\rm d}{\rm dr} \left[\frac{V_{\rm so}^0}{1 + \exp\left(\frac{r - R_{\rm so}}{a_{\rm so}}\right)} \right].$$
(2)

Pour les protons, un terme coulombien doit être inclus au potentiel. Nous l'avons approché par le potentiel produit par une sphère uniformément chargée de rayon R_c :

$$V_{\rm c}(r) = \frac{Ze^2}{2R_{\rm c}} \left[3 - \left(\frac{r}{R_{\rm c}}\right)^2 \right], \quad \text{pour} \quad r \leq R_{\rm c} \quad (3)$$

$$V_{\rm c}(r) = \frac{Ze^2}{r} \qquad \qquad \text{pour} \quad r \ge R_{\rm c} \,. \tag{4}$$

Dans une première approche, nous avons utilisé pour les sept paramètres du potentiel (V_0 , R, a, V_{so}^0 , R_{so} , a_{so} , R_c) des expressions semblables à celles généralement employées pour les noyaux stables.

Le paramètre V_0 a été mis sous la forme

$$V_0 = -52,3 \text{ MeV} \pm 34,6 \text{ MeV} \times \frac{N-Z}{A},$$
 (5)

où le signe - vaut pour les protons, le signe + pour les neutrons. Le rayon R a été exprimé par

$$R = 1,26 \ A^{1/3} \ \text{fm} , \qquad (6)$$

et le paramètre a par

$$a = \text{Cte} = 0,67 \,\text{fm}$$
. (7)

Pour le terme de spin-orbite, trois groupes de paramètres ont été utilisés parallèlement.

Un premier groupe est

$$V_{\rm so}^0 = 33,5 \text{ MeV}$$
, $R_{\rm so} = R$, $a_{\rm so} = a$. (8)

Un second groupe correspond à la forme de Thomas :

$$V_{\rm so}^{0n} = 0,74 V_{0n}, V_{\rm so}^{0p} = 0,56 V_{0p}, R_{\rm so} = R, a_{\rm so} = a.$$
 (9)

Enfin, un troisième groupe de paramètres correspond à une forme plus proche de celle de Blin-Stoyle :

$$V_{\rm so}^0 = 25,2 \text{ MeV}$$
, $R_{\rm so} = 1,17 A^{1/3} \text{ fm}$, $a_{\rm so} = 0,54 \text{ fm}$. (10)

Pour le paramètre R_c , nous avons choisi :

$$R_{\rm c} = R = 1,26 \, A^{1/3} \, {\rm fm} \, .$$
 (11)

Des calculs ont aussi été effectués avec $R_c = 1,17 \ A^{1/3}$ fm. Les résultats obtenus ne diffèrent pas de façon importante de ceux trouvés à partir de (11).

Par la suite, nous désignerons par potentiels I, II et III ceux obtenus en utilisant pour le terme de spinorbite respectivement les paramètres (8), (9) et (10). 3. Le potentiel moyen dans le modèle de Brueckner. — A priori, il n'est pas sûr que la paramétrisation que nous avons effectuée ci-dessus soit valable pour les noyaux à grand excès de neutrons. Pour tester les expressions que nous venons de considérer et pour en construire éventuellement de meilleures, nous nous sommes basés sur le modèle de Brueckner *et al.* [10], [11]. Dans ce modèle, l'énergie de liaison du noyau est exprimée par une fonctionnelle des densités $\rho_n(r)$ et $\rho_p(r)$:

$$B(N, Z) = \int \left[\delta_{MN}(\rho_n, \rho_p) + \delta'(\overline{\nabla}\rho) \right] dV , \quad (12)$$

où *B* est l'énergie de liaison, ρ_n la densité des neutrons, ρ_p celle des protons, ρ la densité totale, et où δ_{MN} est la densité d'énergie tirée de la théorie de la matière nucléaire :

$$\delta_{\rm MN} = 0.6 \ c(\rho_{\rm n}^{5/3} + \rho_{\rm p}^{5/3}) + \\ + \sum_{i=1}^{3} b_i (1 + a_i \,\alpha^2) \,\rho^{i/3 + 5/3} + \delta_{\rm c} \,, \quad (13)$$

où

$$\alpha = \frac{\rho_{\rm n} - \rho_{\rm p}}{\rho}.$$
 (14)

 \mathcal{E}_{c} est le terme coulombien à inclure à \mathcal{E}_{MN} pour les protons. Les coefficients a_{i} et b_{i} sont donnés par Brueckner *et al.* [11].

Dans (12), δ' est une correction d'inhomogénéité importante à la surface du noyau :

$$\delta' = \frac{\hbar^2}{8 M} \eta(\overline{\nabla}\rho)^2 . \tag{15}$$

Les distributions de densité ρ_n et ρ_p sont obtenues en minimisant *B* sous les conditions

$$N = \int \rho_{\rm n} \, \mathrm{d}V \quad \text{et} \quad Z = \int \rho_{\rm p} \, \mathrm{d}V \,. \tag{16}$$

Dans nos calculs, nous avons minimisé B en utilisant pour ρ_n et ρ_p les fonctions dépendant chacune de quatre paramètres déjà considérées par Brueckner *et al.* [10].

Ce modèle permet également de calculer un potentiel moyen noyau-nucléon valable pour les nucléons dont l'énergie est voisine de l'énergie de Fermi (¹). Ce potentiel peut s'écrire

$$V_{\mu} = E_{\mu} - c\rho_{\mu}^{2/3}, \qquad (17)$$

où μ est mis pour *n* ou *p*, et où E_{μ} est le potentiel chimique des nucléons de type μ . Le deuxième terme du second membre de (17) est l'énergie cinétique de Fermi. Le potentiel peut encore s'écrire [13] :

$$V = V_0 \pm V_1 + V_2 + V_c, \qquad (18)$$

762

⁽¹⁾ Ces nucléons sont les principaux responsables des effets de la structure en couches sur l'énergie de liaison (cf. [9]).

où

$$V_{0} = 2 b_{1} \rho + \frac{7}{3} b_{2} \rho^{4/3} + \frac{8}{3} b_{3} \rho^{5/3} + (c_{2} \rho^{-2/3} + c_{3} \rho^{-1/3}) (\rho_{n} - \rho_{p})^{2}, \quad (19)$$

où $c_i = a_i b_i$,

$$V_1 = 2(c_1 + c_2 \rho^{1/3} + c_3 \rho^{2/3}) (\rho_n - \rho_p) \quad (20)$$

$$V_2 = -2\eta \left(\rho'' + \frac{2}{r}\rho'\right) \tag{21}$$

et où V_c est le potentiel coulombien pour les protons. Dans (18), le signe + vaut pour les neutrons, le signe – pour les protons. Il est clair, à partir de (18), que la partie purement nucléaire du potentiel des protons diffère de celle des neutrons par un terme 2 V_1 :

$$V_{\rm p}^{\rm nucl} = V_{\rm n} - 2 V_{\rm 1} . \tag{22}$$

Nous avons calculé V_n par l'expression (17), et V_p par (22). L'expression (17) n'est pas valable à faible densité. Aussi avons-nous relié V_n et V_p à un potentiel de Saxon-Woods pour $\rho_n \leq 0.015$ fm⁻³. Ceci introduit une incertitude quant à la surface du potentiel. Les résultats peuvent en effet dépendre du point où le raccordement des deux potentiels est effectué.

Les spectres obtenus à partir de ce potentiel sont malheureusement moins bons que ceux calculés pour le potentiel de Saxon-Woods. Aussi avons-nous tenté de relier le potentiel (14) au potentiel de Saxon-Woods (1). Pour cela, nous identifions le paramètre V_0 au potentiel au centre V(r = 0) et le paramètre Rau rayon défini par

$$V(R) = \frac{1}{2} V(0) . \tag{23}$$

Le paramètre a est relié au paramètre de surface t = 4,4 a défini par

$$t = R_2 - R_1, (24)$$

où

$$V(R_1) = 0.9 V(0)$$
 et $V(R_2) = 0.1 V(0)$. (25)

Pour les protons, nous avons pris en considération le potentiel purement nucléaire $V_p - V_c$. Par analogie avec les expressions (3) et (4), le potentiel coulombien a été caractérisé par le rayon R_c de la sphère uniformément chargée produisant le même potentiel au centre.

Par ailleurs, l'ampleur du calcul numérique nécessaire pour obtenir les distributions de densité ρ_n et ρ_p rend malaisée l'application de ce procédé à un grand nombre de noyaux.

Nous avons dès lors cherché à obtenir à partir du potentiel (17) des expressions approchées permettant d'extrapoler les paramètres du potentiel de Saxon-Woods. Le calcul complet du potentiel dans le modèle de Brueckner n'a été effectué que pour douze noyaux qui sont repris dans le tableau I.

TABLEAU I

Densités centrales, excès relatif de neutrons au centre et excès relatif de neutrons global pour douze noyaux

(A, Z)	$ ho_{\rm c}({\rm fm}^{-3})$	α _c	$\frac{N-Z}{A}$
56,28	0,199	0,018	0,000
48,20	0,195	0,132	0,167
40,12	0,183	0,267	0,400
90,40	0,198	0,106	0,111
80,30	0,198	0,190	0,250
70,20	0,189	0,266	0,428
142,60	0,196	0,143	0,155
127,45	0,198	0,216	0,292
112,30	0,194	0,305	0,464
208,82	0,184	0,194	0,211
198,72	0,191	0,223	0,272
188,62	0,189	0,260	0,341

Dans ce tableau sont également indiquées les valeurs obtenues pour la densité au centre du noyau $\rho_{\rm c}$ et pour l'excès relatif de neutrons au centre

$$\alpha_{\rm c} = \frac{\rho_{\rm n}(0) - \rho_{\rm p}(0)}{\rho_{\rm c}} \,.$$

Deux remarques sont à formuler à propos de ces grandeurs.

Tout d'abord, il apparaît que la densité centrale varie peu dans la région du plan (N, Z) considérée. Aussi ferons-nous dans ce qui suit l'approximation ρ_c = Cte. Par ailleurs il apparaît que pour les noyaux stables,

$$\alpha_{\rm c}\simeq \frac{N-Z}{A}(^2)$$

Par contre, pour les noyaux à grand excès de neutrons

$$\alpha_{\rm c} < \frac{N-Z}{A}$$

la figure 1 montre que α_c peut être approché par

$$\alpha_{\rm c} \simeq 0.44 \left(\frac{N-Z}{A} \right)_{\rm s} + 0.56 \left(\frac{N-Z}{A} - 0.01 \right), \quad (26)$$

où
$$\left(\frac{N-Z}{A}\right)_s$$
 est la valeur de $\left(\frac{N-Z}{A}\right)$ correspondant

⁽²⁾ Ce résultat diffère de celui obtenu par Myers et Swiatecki dans leur modèle *droplet* [6].

au noyau de même nombre de masse situé sur la ligne de stabilité nucléaire :

$$\left(\frac{N-Z}{A}\right)_{S} \simeq \frac{0.4 A}{A+200} \,. \tag{27}$$



FIG. 1. — Relation entre α_c et $\frac{N-Z}{A}$. Les points indiquent les valeurs calculées. La droite en trait discontinu indique l'approximation faite (expression 18).

4. Paramétrisation du potentiel. — 4.1 POTENTIEL AU CENTRE. — Il est possible d'exprimer analytiquement le potentiel au centre (non compris le potentiel coulombien) en fonction de ρ_c et α_c :

$$V(0) = A(\rho_{\rm c}) \pm B(\rho_{\rm c}) \,\alpha_{\rm c} + C(\rho_{\rm c}) \,\alpha_{\rm c}^2 \,.$$
 (28)

Comme ρ_c varie peu, le potentiel V(0) ne dépend en première approximation que de α_c . De plus, le terme quadratique en reste toujours petit. Il est dès lors possible d'approcher V(0) par une fonction linéaire en α_c (Fig. 2) :

$$V_{\rm n}(0) \simeq V_1(1 - 0.615 \,\alpha_{\rm c}) \,,$$
 (29)

$$V_{\rm p}(0) \simeq V_1(1+0.766\,\alpha_{\rm c})$$
 (30)



FIG. 2. — Relation entre α_c et V_{0n} et V_{0p} . Les points indiquent les valeurs calculées ; les deux droites en trait plein indiquent l'approximation faite (expressions 22 et 23).

La dépendance différente en α_c obtenue pour les protons et pour les neutrons provient du fait que le terme en α_c^2 n'a pas été inclus dans l'expression de V(0). Pour de petites valeurs de α_c , l'expression

$$V(0) \simeq V_1(1 \pm 0.68 \alpha_c)$$
 (31)

est meilleure que (29) et (30). Comme pour les noyaux stables α_c reste faible et proche de $\frac{N-Z}{A}$, on obtient une expression qui est en très bon accord avec celle précédemment employée (5).

Pour les noyaux à grand excès de neutrons par contre, on a $\alpha_c < \frac{N-Z}{A}$. L'expression (5) ne concorde plus avec celle que nous venons d'établir.

La grandeur V_1 a été maintenue comme paramètre ajustable. L'expression (17) conduit en effet à des potentiels trop profonds ($V_1 = 59,4$ MeV). En ajustant V_1 de façon à retrouver la valeur donnée par (5) pour la profondeur du puits de potentiel des neutrons dans le Pb²⁰⁸, on trouve :

$$V_1 = 50.8 \text{ MeV}$$
. (32)

4.2 RAYONS. — L'analyse des résultats obtenus pour les rayons R_n et R_p définis par (23) pour les potentiels V_n et V_p montre que ceux-ci sont liés aux rayons \mathcal{R}_n et \mathcal{R}_p définis de façon similaire pour les distributions de densité ρ_n et ρ_p (Fig. 3) :

$$R_n - \mathcal{R}_n \simeq \varphi\left(\frac{E_\mu}{V_\mu(0)}\right),$$
 (33)



Fig. 3. — Relation entre $R - \Re$ et E/V(0). Les points indiquent les valeurs calculées ; la courbe en trait discontinu correspond à l'expression (27).

où μ est mis pour *n* ou *p*, où E_{μ} est le potentiel chimique des nucléons de type μ , et où $V_{\mu}(0)$ est le potentiel au centre pour ces nucléons (y compris le potentiel coulombien pour les protons). De plus, la fonction peut être approchée par une parabole :

$$\varphi(x) \simeq r_0(0,48 + 0,55 x + 2,5 x^2).$$
 (34)

(36)

L'expression (33) découle de (17) pour un potentiel du type

$$V(r) = V(0) F(r - R)$$
(35)

ce qui est le cas pour le potentiel de Saxon-Woods quand le paramètre a est constant. En effet, de (35) et (17) on tire :

 $\rho_{\rm c} = \left(\frac{E - V(0)}{c}\right)^{3/2},$

et

$$\rho(\Re) = \frac{1}{2} \left(\frac{E - V(0)}{c} \right)^{3/2} = \left(\frac{E - V(0) F(\Re - R)}{c} \right)^{3/2}$$
(37)

dont on peut extraire $\Re - R$ en fonction de E/V(0). A l'approximation d'une densité centrale constante,

A rapproximation d'une densité centrale constante, $E_n/V_n(0)$ ne dépend que de α_c :

$$\frac{E_{\rm n}}{V_{\rm n}(0)} \simeq 1 + c\rho_{\rm c}^{2/3} \frac{(1+\alpha_{\rm c})^{2/3}}{2^{2/3} V_1(1-0.615 \,\alpha_{\rm c})} \,. \tag{38}$$

Pour les protons, il faut ajouter un terme coulombien au dénominateur du second terme du second membre de (38):

$$\frac{E_{\rm p}}{V_{\rm p}(0)} \simeq 1 + c\rho_{\rm c}^{2/3} \frac{(1-\alpha_{\rm c})^{2/3}}{2^{2/3} \left[V_1(1+0,766\ \alpha_{\rm c}) + \frac{3\ Ze^2}{2\ R_{\rm c}} \right]} \,.$$
(39)

Quant aux rayons \mathcal{R}_n et \mathcal{R}_p nous les avons approchés par les expressions

$$\Re_{n} \simeq r_{0} \times \left\{ \left[1 + 0.05 \left(\frac{N - Z}{A} - \alpha_{c} \right) \right] A^{1/3} - 0.94 A^{-1/3} \right\}$$
 (40)

et

$$\Re_{\rm p} \simeq 0.99 \ r_0 \times \left\{ \left[1 - 0.38 \left(\frac{N - Z}{A} - \alpha_{\rm c} \right) \right] A^{1/3} - 0.70 \ A^{-1/3} \right\}$$
(41)

dont les paramètres ont été déterminés par moindres carrés. Le terme en $A^{-1/3}$ correspond à une correction due à la courbure de la surface, tandis que le terme en $\left(\frac{N-Z}{A}-\alpha_{\rm c}\right)$ donne l'effet de la non-proportionnalité des densités $\rho_{\rm n}$ et $\rho_{\rm p}$. Comme l'expression (17) conduit à des rayons trop faibles ($r_0 \simeq 1,11$ fm), nous avons laissé dans (34), (40) et (41) un paramètre ajustable r_0 . Celui-ci a été fixé de façon à reproduire le rayon donné par le potentiel I pour les neutrons dans le Pb²⁰⁸, ce qui donne

$$r_0 = 1,19 \text{ fm}$$
. (42)

Le journal de physique. — t. 34, N° 10, octobre 1973.

Le rayon R_c caractérisant le potentiel coulombien a été approché par une expression semblable à celles utilisées pour \mathcal{R}_n et \mathcal{R}_p . Il diffère de façon sensible de \mathcal{R}_p :

$$R_{\rm c} \simeq 0.97 \, r_{\rm 0} \times \\ \times \left\{ \left[1 - 0.51 \left(\frac{N - Z}{A} - \alpha_{\rm c} \right) \right] A^{1/3} + 1.76 \, A^{-1/3} \right\}.$$
(43)

4.3 SURFACES. — Les paramètres de surface t_n et t_p du potentiel (17), définis par (24) et (25), ont été approchés par moindres carrés au moyen des expressions empiriques suivantes :

$$t_{n} = t_{0} \left[1 - 10^{-4} A - 1,47 \left(\frac{N-Z}{A} \right) + 3,34 \left(\frac{N-Z}{A} \right)^{2} \right], \quad (44)$$

et

$$t_{\rm p} = t_0 \times 0.85 \left[1 + 1.4 \times 10^{-3} A - 1.6 \left(\frac{N-Z}{A} \right) + 3.34 \left(\frac{N-Z}{A} \right)^2 \right]$$
(45)

qui reproduisent assez bien les variations observées d'un noyau à l'autre. Nous avons choisi pour t_0 une valeur plus faible que celle donnée par le modèle de Brueckner : $t_0 = 3,75$ fm au lieu de 4,1 fm. On passe du paramètre t au paramètre a du potentiel de Saxon-Woods par t = 4,4 a. Comme nous l'avons dit plus haut, une certaine incertitude pèse sur la détermination de t_n et t_p . D'autre part, le modèle de Brueckner donne un assez mauvais comportement du potentiel en surface. Il est dès lors possible que les expressions (44) et (45) ne reflètent pas correctement les variations de la surface du potentiel. Aussi avons-nous effectué des calculs en utilisant un potentiel semblable à celui que nous venons de décrire, mais à part le paramètre de surface qui a été choisi constant. Nous désignerons par potentiel IV le potentiel dont le paramètre de surface varie, et par potentiel V celui dont le paramètre de surface est constant. Ces deux potentiels contiennent un terme de spinorbite dont nous allons discuter maintenant.

4.4 POTENTIEL DE SPIN-ORBITE. — Le paramètre a_{so} du potentiel de spin-orbite a été choisi proportionnel au paramètre de surface t_s de la densité totale :

$$a_{\rm so} \simeq 0.15 t_0 \left[1 - 0.27 \left(\frac{N-Z}{A} \right) + 1.62 \left(\frac{N-Z}{A} \right)^2 \right].$$
(46)

En ce qui concerne le rayon R_{so} , l'analyse des doublets spin-orbite dans le spectre des neutrons pour le Pb²⁰⁸ montre que les meilleurs résultats sont obtenus pour

$$R_{\rm so} \simeq \Re_{\rho} + 0.3 \, \rm fm \,, \tag{47}$$

où \Re_{ρ} est le rayon de la distribution de densité totale approché par

$$\Re_{\rho} \simeq 0.99 r_{0} \times \\ \times \left\{ \left[1 - 0.18 \left(\frac{N - Z}{A} - \alpha_{c} \right) \right] A^{1/3} - 0.71 A^{-1/3} \right\}.$$
(48)

Il est difficile d'établir une détermination de V_{so}^0 qui soit indépendante de celle de a_{so} . Nous avons choisi

$$V_{\rm so}^0 = 25,2 \,\,{\rm MeV}$$
 (49)

qui correspond au choix (46) pour a_{so} . En fait, des résultats similaires peuvent être obtenus pour des valeurs plus élevées de V_{so}^0 et a_{so} . Il semble qu'il importe plus d'avoir un rapport correct entre ces paramètres plutôt que d'établir leurs valeurs avec précision.

5. **Résultats.** — L'équation de Schrödinger pour un nucléon dans un des potentiels définis ci-dessus a été résolue par diagonalisation de l'Hamiltonien calculé dans une base de fonctions d'oscillateur $\varphi_{v,l}$; les fonctions d'onde $\psi_{n,l,j}$ sont développées sur une base $\varphi_{v,l}$ limitée à dix fonctions ($v \leq 9$).

Nous avons choisi pour le paramètre d'oscillateur la valeur habituelle $\hbar \omega = 41 \ A^{-1/3}$ MeV. Des valeurs plus élevées pour les protons, et plus faibles pour les neutrons seraient souhaitables pour les noyaux à grand excès de neutrons. Toutefois, avec une base de dix fonctions, les énergies propres obtenues dépendent peu du paramètre d'oscillateur : l'erreur introduite est en général du même ordre de grandeur que celle due à la troncature de la base. Notre programme a été testé par comparaison de nos résultats avec ceux de Faessler et Sheline [12].

Nos calculs concernent les noyaux situés aux fermetures de couches habituelles, c'est-à-dire N = 20, 28, 50, 82, 126 pour les neutrons et Z = 20, 28, 50, 82 pour les protons. Nous avons aussi considéré les nombres magiques hypothétiques N = 184 et Z = 114.

5.1 SPECTRES POUR LES NEUTRONS. — Les figures 4 à 8 présentent les spectres obtenus pour les neutrons avec le potentiel I, pour N fixé et Z variant entre les valeurs correspondant aux noyaux stables et la valeur pour laquelle le dernier niveau occupé cesse d'être lié. Les spectres obtenus avec les potentiels II, III, IV et V présentent des caractéristiques générales similaires à celles des spectres reproduits dans les figures : les niveaux montent quand Z décroît, de façon d'autant plus marquée que leur moment orbital est élevé.

Des inversions de niveaux apparaissent et aussi des variations plus ou moins marquées des énergies de gap dans les spectres correspondant aux séparations entre couches.



Fig. 4. — Spectres des niveaux neutroniques obtenus pour N = 20 avec le potentiel I portés en fonction de Z. Les points donnent les valeurs expérimentales de l'énergie de séparation d'un neutron S_n (N = 20, Z).



FIG. 5. — Même figure que la figure 4, mais pour N = 28.



FIG. 6. — Même figure que la figure 4, mais pour N = 50.

766



FIG. 7. — Même figure que la figure 4, mais pour N = 82.



Les variations les plus importantes des spectres sont obtenues pour les noyaux les plus légers : c'est dans cette région que les domaines de variation de $\frac{N-Z}{A}$ (dont dépend la profondeur du puits de potentiel) et de $A^{1/3}$ (dont dépend le rayon) sont les plus étendus. Par ailleurs, le comportement des gaps situés aux fermetures de couches est différent d'une région du plan (N, Z) à l'autre. Les valeurs de ces gaps sont indiquées dans le tableau II. La partie supérieure du tableau donne les valeurs obtenues pour la région stable, tandis que la partie inférieure correspond à la région où le dernier niveau non

TABLEAU II

Valeurs en MeV des gaps situés aux fermetures de couches (neutrons)

	Potent.	Potent.	Potent.	Potent.	Potent
N	Ι	II	III	IV	V
					—
		Noya	ux stables		
20	53	46		49	51
28	3,9	4,1	3,9	3,8	4,3
50	4,3	4,4	4,4	4,4	4,6
82	4,7	4,8	5,0	4,8	4,9
126	3,5	3,5	3,9	3,9	3,9
	N	oyaux rich	ies en neu	trons	
20	3,8	4,3	4,8	4,9 (4,8)	5,0
28	1,7	1,4	1,5	1,7 (0,)	2,2
50	2,8	2,5	2,9	2,6 (1,3)	3,0
82	3,7	3,5	3,9	3,5 (3,2)	3,9

4,0

4,1

4,2

126

3.4

3.6

occupé obtenu avec le potentiel I cesse d'être lié. Comme le potentiel IV donne des niveaux liés jusqu'à des valeurs de Z plus basses que le potentiel I, nous avons également indiqué entre parenthèses les valeurs obtenues lorsque le dernier niveau non occupé obtenu avec le potentiel IV cesse d'être lié.

Pour N = 20, le gap décroît quand on s'éloigne de la ligne de stabilité, mais reste important, surtout avec les potentiels IV et V. Pour N = 28, tous les potentiels conduisent à une réduction importante du gap dans la zone des novaux riches en neutrons ; les valeurs indiquées dans la partie inférieure du tableau II sont probablement trop faibles pour que le nombre N = 28 puisse encore être considéré comme magique. Le gap à N = 50 diminue également de façon marquée quand on s'éloigne de la ligne de stabilité, tandis que le gap à N = 82 diminue plus faiblement. Enfin, le gap à N = 126 varie peu : selon le potentiel utilisé, il diminue ou augmente légèrement. Les calculs effectués pour N = 184 indiquent que le gap correspondant à ce nombre croît légèrement (de 0,1 à 0,3 MeV) quand on passe dans la région des noyaux riches en neutrons.

5.2 SPECTRES POUR LES PROTONS. — Les figures 9 à 12 présentent les spectres obtenus pour les protons avec le potentiel I, pour Z fixé et N variant de la valeur correspondant aux noyaux stables à une valeur telle que $\frac{N-Z}{A} \leq 0,4$.



FIG. 9. — Spectres des niveaux protoniques obtenus pour Z = 20, portés en fonction de N. Les points indiquent les valeurs expérimentales de l'énergie de séparation d'un proton $S_p(N, Z = 20)$.

Energie(MeV)

7

Potent.

Potent.



Potent.

III

Potent.

IV

Valeurs en MeV des gaps situés aux fermetures de couches (protons)

Potent.

IT

p3/2	\sum		\prod	$\overline{}$	f7/2
f7/2			Ŵ		
		///	$\langle \rangle$	$\langle \rangle \rangle$	h11/2
-10			\backslash	//	d3/2 s1/2
s1/2 d3/2			\mathbb{N}		g7/2 d5/2
d 5/2			28	\mathbf{i}	
	$ \setminus \rangle$	$\langle \rangle$		$\langle \ \rangle$	g9/2
-20			\mathbf{i}	//	p1/2
p1/2		$\backslash / / /$			p3/2
p3/2	\square	$\langle \rangle$	$\langle \rangle$	$\langle \rangle$	f5/2
	$ \rangle\rangle$		$\backslash /$	\mathbf{i}	
			$\langle \rangle \rangle \langle \rangle$		f7/2
	30	40	50	60 1	L V
Fig 1	0 Mêm	e figure que	la figure 0 m	ais nour	7 - 28
	v Wienn	v ngure que	/ 14 II SULC 2, IL	and pour a	-20.



FIG. 11. — Même figure que la figure 9, mais pour Z = 50.

L'évolution des spectres quand N croît présente des caractéristiques inverses de celles rencontrées pour les neutrons : les niveaux descendent, de façon plus marquée pour ceux à grand moment orbital. Le tableau III donne les valeurs des gaps correspondant aux fermetures de couches. Qualitativement, les résultats sont les mêmes avec les quatre potentiels employés. Les gaps à Z = 20 et Z = 28 passent par un maximum quand N croît, puis décroissent tout en restant importants, tandis qu'à Z = 50 et Z = 82, le gap diminue quand N croît. Toutefois, les spectres obtenus à partir du potentiel IV tiré du modèle de Brueckner présentent des variations moins importantes pour Z = 50 et Z = 82. Avec les potentiels I, II, III et V, le gap à Z = 82 entre en compétition avec un gap à Z = 92 (voir Fig. 12). Ce dernier atteint dans la région riche en neutrons la valeur de 2,8 MeV pour le potentiel I. Il n'en va pas de même

	-	**		1,	۰,
		N T			
Noyaux stables					
20	5 5	5.0		5.0	5.0
20	5,5	5,9	5,9	5,0	5,0
28	4,5	4,4	4,5	4,6	4,8
50	5,1	4,9	5,2	5,0	5,0
82	3,1	3,1	3,3	3,8	3,0
Maximum (pour $Z = 20$ et $Z = 28$)					
20	6,1	6,1	6,3	5.1	5.1
28	4,8	4,9	4,9	5,1	5,2
		т.,	1		
	Ν	loyaux ric	nes en neu	itrons	
20	5,8	5,5	5,8	4	3.9
28	3.8	4.2	3.9	4.5	4.4
50	3,3	37	3.8	4.0	41
00 00	5,5 1 7	1.0	2,0	7,0	16
02	1,7	1,9	2,0	2,9	1,0
92	2,8	2,6	2,4		2,7
En 0	ergie(MeV)				1 K1773
s1/2 d3/2					113/2 11/2 d3/2
d5/2					d5/2 g7/2
g7/2		na V			J15/2 99/2
-10					L11/2
B3/2					DV2 15/2
15/2					(92) 13/2
s1/2	\sim				h9/2
-20	110 120	130 140	150 160	170 180	\$1/2 190 N

FIG. 12. — Même figure que la figure 9, mais pour Z = 82.

avec le potentiel IV, pour lequel le gap à Z = 82reste toujours plus important que celui à Z = 92. Le potentiel IV est le seul à avoir un paramètre de surface variable. L'existence d'un gap à Z = 92semble donc dépendre surtout de ce paramètre. Pour Z = 114, nos calculs indiquent en général un gap de 1,8 MeV environ pour les noyaux situés sur la ligne de stabilité β , qui passe à environ 1,4 MeV dans la région riche en neutrons. Les spectres obtenus avec le potentiel IV ne présentent toutefois pas de gap bien marqué à Z = 114. L'existence de ce nombre magique dépend donc également du paramètre de surface considéré.

6. Conclusion. — Nous avons calculé les spectres de niveaux à une particule pour les noyaux à grand excès de neutrons en utilisant le potentiel de Saxon-Woods avec cinq groupes de paramètres différents. Ce calcul a mis en évidence des différences notables entre ces spectres et ceux calculés pour les noyaux stables, en particulier en ce qui concerne la valeur des gaps situés aux fermetures de couches. Certaines de ces différences ne dépendent pas des paramètres choisis pour le potentiel : le gap à N = 28 est quasi inexistant, d'autres gaps (N = 50, N = 82, Z = 50, Z = 82) sont moins importants dans la région riche en neutrons, tandis que les gaps à N = 20, Z = 20, Z = 28, N = 126 varient relativement peu. D'autres caractéristiques dépendent du potentiel choisi et plus particulièrement du paramètre de surface : il s'agit de l'existence possible de gaps à Z = 92 et Z = 114.

Il faut remarquer toutefois que l'importance des gaps n'est pas le seul facteur qui détermine les effets de couches. Les corrections de couches par exemple dépendent de la densité des niveaux de part et d'autre du gap. A cet égard, la croissance plus rapide des énergies des niveaux neutroniques à grand moment orbital lorsqu'on s'éloigne de la ligne de stabilité tend à augmenter l'importance des corrections de couches, sauf pour N = 20. L'effet inverse doit être attendu en ce qui concerne les protons.

Remerciements. — Je tiens à remercier le professeur M. Demeur pour le soutien qu'il m'a toujours apporté. Je remercie aussi le professeur H. W. Meldner et le Docteur R. J. Lombard pour leur aide concernant le modèle de Brueckner, ainsi que M. Beiner dont les observations m'ont beaucoup aidé.

Bibliographie

- TRURAN, J. W., CAMERON, A. G. W. et HILF, E., Proc. Int. Conf. on the Properties of Nuclei far from the Region of Stability, Leysin (1970) CERN 70-30, 275 et 735.
- [2] SCHRAMM, D. N. et FOWLER, W. A., Nature 231 (1971) 103.
- [3] SEEGER, P. A., Proc. 3rd Intern. Conf. on Atomic Masses, Winnipeg (1967) (Barber-University of Manitoba Press).
- [4] SEEGER, P. A., cf. référence [1], 217.
- [5] SCHRAMM, D. N. et FISET, E. O., Preprint 1972 OAP-298.
- [6] MYERS, W. D. et SWIATECKI, W. J., Ann. Phys. 55 (1969) 395.
- [7] STRUTINSKI, V. M., Nucl. Phys. A 95 (1967) 420.

- [8] STRUTINSKI, V. M. Nucl Phys. A 122 (1968) 1.
- [9] BRACK, M., DAMGAARD, J., JENSEN, A. S., PAULI, H. C., STRUTINSKI, V. M. et WONG, C. Y., *Rev. Mod. Phys.* 44 (1972) 320.
- [10] BRUECKNER, K. A., BUCHLER, J. R., CLARK, R. C. et LOMBARD, R. J., Phys. Rev. 181 (1969) 1543.
- [11] BRUECKNER, K. A., CHIRICO, J. M., MELDNER, H. W., *Phys. Rev.* C 4 (1971) 732.
- [12] FAESSLER, A. et SHELINE, R. K., Phys. Rev. 148 (1966) 1003.
- [13] LOMBARD, R. J., Preprint 1972 IPNO/TH72-5, Orsay.