



HAL
open science

Résistivité idéale du mercure à basse température

A. Nourtier

► **To cite this version:**

A. Nourtier. Résistivité idéale du mercure à basse température. Journal de Physique, 1972, 33 (1), pp.135-141. 10.1051/jphys:01972003301013500 . jpa-00207205

HAL Id: jpa-00207205

<https://hal.science/jpa-00207205>

Submitted on 4 Feb 2008

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Classification
Physics Abstracts :
17.20

RÉSISTIVITÉ IDÉALE DU MERCURE A BASSE TEMPÉRATURE (*)

A. NOURTIER

Laboratoire de Physique des Solides (**), Université de Paris-Sud 91-Orsay

(Reçu le 2 juin 1971, révisé le 1^{er} septembre 1971)

Résumé. — La résistivité de monocristaux de mercure de haute pureté a été mesurée entre 1,1 et 4,2 °K en présence d'un champ magnétique longitudinal H variant de 0 à 50 kG. En extrapolant la résistivité jusqu'à $H = 0$ dans le domaine supraconducteur, on a pu déterminer sa variation avec la température, puis celle de la résistivité idéale. Celle-ci présente un comportement en T^n avec $n > 5$ vers 1,5 °K. Ce fait est expliqué par l'aplatissement de la surface de Fermi.

Abstract. — The resistivity of high-purity mercury single crystals has been measured between 1.1 and 4.2 °K in a longitudinal magnetic field H varying from 0 to 50 kG. By extrapolating the resistivity down to $H = 0$ in the superconducting region, one could determine its variation with temperature, then the ideal resistivity variation. The latter exhibits a T^n -behaviour with $n > 5$ about 1.5 °K. This fact is explained by the oblateness of the Fermi surface.

Introduction. — La résistivité idéale ρ_i d'un métal normal à basse température est généralement décrite de façon approchée par la loi de Bloch-Grüneisen (Cf. par exemple [1]) et, dans la limite $T \rightarrow 0$, par la loi de Bloch $\rho_i \propto T^5$. L'étude expérimentale aura donc normalement pour premier objet de confronter le comportement réel avec ces lois. En ce qui concerne le mercure, les faibles valeurs de la température de Debye ($\theta_D \sim 70$ °K) et de la température de Grüneisen ($\theta_R \sim 20$ à 40 °K [2], [3]) nécessitent d'opérer à des températures particulièrement basses. Ainsi, pour un métal qui suivrait exactement la loi de Bloch-Grüneisen avec $\theta_R = 26$ °K, la loi limite de Bloch ne pourrait être observée à 1 % près que pour $T < 2$ °K.

La résistivité du mercure aux températures de l'hélium liquide a été étudiée à notre connaissance par Aleksandrov [4] au-dessus de 1,5 °K, Fickett [2] au-dessus de 1,8 °K, ainsi que plus anciennement par Andrew [5] à propos d'observations d'effet dimensionnel. La température critique de transition supraconductrice valant $T_c = 4,15$ °K, un champ magnétique est nécessaire pour maintenir le métal dans l'état normal en dessous de T_c . La magnéto-résistance ainsi produite peut être négligée pour $H \simeq H_c$ (champ critique) si T est supérieur à 2,6 °K, mais à plus basse température, elle rend les résultats peu significatifs, à moins de pouvoir être retranchée avec précision. L'étude de la résistivité idéale du mercure à basse température nécessite donc d'abord celle de sa magnéto-résistance.

(*) Cet article est issu d'une thèse de troisième cycle (Orsay, 1970).

(**) Associé au C. N. R. S.

Magnéto-résistance longitudinale. — Le mercure est un métal divalent à un atome par maille, donc compensé. La magnéto-résistance transverse ne se sature pas quand $H \rightarrow \infty$, et l'on va évidemment se placer en situation longitudinale.

Une courbe de magnéto-résistance longitudinale présente normalement l'allure indiquée sur la figure 1, avec une région de champ fort et une région de champ faible séparées par une valeur du champ que nous appellerons « champ de saturation » H_s et qui correspond en ordre de grandeur à $\omega_c \tau = 1$ (ω_c pulsation cyclotron moyenne, τ temps de relaxation moyen déterminé à partir de la résistivité).

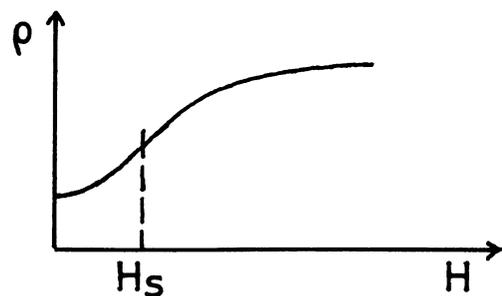


FIG. 1. — Magnéto-résistance longitudinale — Définition de H_s .

Pour le mercure, on observe, à 4,2 °K, $H_s \sim 10$ kG. Quand la température décroît, H_s va diminuer dans les mêmes proportions que $\rho(H = 0)$. Ainsi, à 1,2 °K, on devrait avoir $H_s \sim 30$ G. Or, à cette même température, $H_c = 380$ G. Il est clair que la région « de champ faible » et la région « intermédiaire » de la courbe $\rho(H)$ vont progressivement disparaître dans la

région supraconductrice à mesure que la température décroît, et il est exclu d'extrapoler $\rho(H)$ pour $H < H_c$ en suivant une loi mathématique simple. Il va falloir faire une hypothèse sur le comportement qu'aurait $\rho(H)$ si la supraconductibilité n'existait pas. Cette hypothèse — que nous corrigerons ensuite — est que la règle de Köhler s'applique, c'est-à-dire que $\rho(H)$ se met sous la forme $\rho(H)/\rho(0) = F(H/\rho(0))$ où la fonction F ne dépend pas de la température. En représentant $\rho(H)$ en coordonnées logarithmiques, les courbes obtenues à différentes températures devront alors se déduire l'une de l'autre par des translations et, en faisant coïncider ces courbes entre elles, on reconstituera la courbe de magnétorésistance longitudinale dans son ensemble et on pourra extrapoler $\rho(0)$. Précisons que cette reconstitution se fera nécessairement de proche en proche, étant donné le champ maximal dont nous disposons (soit 50 kG); en effet, il est impossible, par exemple, de faire coïncider directement une portion de la courbe à 4,2 °K avec une portion de la courbe à 1,2 °K puisque le point situé à 50 kG sur la courbe à 4,2 °K correspond à un point situé à 150 G (donc en dessous de H_c) sur la courbe à 1,2 °K.

En fait, la règle de Köhler n'est que très approximativement vérifiée. Mais si nous parvenons à voir dans quel sens doit se faire la déviation à cette règle, nous pourrions réduire la part d'arbitraire qu'il y a dans son utilisation. Quand la température diminue, le caractère de la diffusion des électrons par les phonons se modifie, devenant de plus en plus une diffusion à petit angle. Ceci se traduit principalement par une augmentation de la magnétorésistance longitudinale, exprimée par le rapport $\rho(\infty)/\rho(0)$ — ce point a été développé notamment par Pippard [6]. Dans le cas du mercure, nous avons tenté une estimation théorique pour un cristal orienté dans la direction de symétrie ternaire [111]; nous ne reproduisons pas ici les arguments employés, qui font référence à la forme détaillée de la surface de Fermi; nous avons trouvé, dans le cas d'un temps de relaxation uniforme sur la surface de Fermi (hypothèse admissible pour $T \gtrsim \theta_R$);

$$\rho(\infty)/\rho(0) \sim 2$$

et, dans la limite d'une diffusion à très petit angle ($T \ll \theta_R$, en l'absence d'impuretés):

$$\rho(\infty)/\rho(0) \sim 3.$$

L'augmentation de magnétorésistance est donc assez importante pour être décelable par comparaison des courbes obtenues à différentes températures, sans l'être à un point tel qu'elle enlèverait toute ressemblance entre ces courbes. La règle pratique sera de faire coïncider les courbes le mieux possible dans la partie de bas champ; on devra alors observer que la courbe à température inférieure passe par-dessus la courbe à température supérieure, comme il est indiqué sur la figure 2.

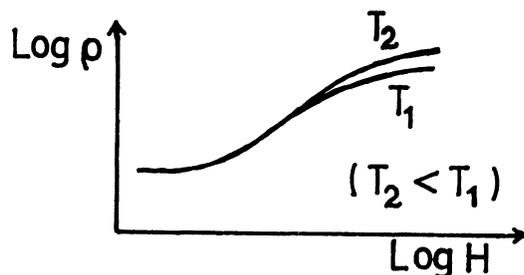


FIG. 2. — Déviation à la règle de Köhler. Les courbes sont représentées à une translation près, de façon à coïncider dans la partie de bas champ; la diffusion à petit angle a pour effet de faire passer la courbe à température inférieure par-dessus la courbe à température supérieure.

En toute rigueur, il faudrait tenir compte aussi de la déformation de $\rho(H)$ venant du fait que chaque groupe d'orbitales sur la surface de Fermi n'est pas affecté de la même façon par la modification du caractère de la diffusion. En effet, le temps de relaxation qui peut être considéré comme uniforme sur la surface de Fermi à haute température, devient en général plus grand à basse température pour les portions de la surface de Fermi de « grandes dimensions » que pour celles de « petites dimensions ». Cependant, si l'on se trouve dans une situation où les portions de « petites dimensions » contribuent déjà assez peu à la conductibilité à haute température, cet effet doit pouvoir être négligé. Il nous semble devoir en être ainsi pour le mercure orienté dans la direction [111].

Effets parasites. — L'étude de la magnétorésistance longitudinale d'un métal compensé peut donner lieu à des effets parasites importants liés à la valeur considérable que prend la magnétorésistance transverse en champ fort et à basse température ($\rho_t(H)/\rho(0) \sim 10^5$ à 10^6 à 1,2 °K et 50 kG pour le mercure par exemple), et nous ne pouvons passer sous silence ces effets qui ont beaucoup gêné nos observations.

Tout d'abord, il faut bien sûr se doter d'un porte-échantillon à tête orientable (ou d'une bobine orientable) pour pouvoir aligner de façon précise l'échantillon avec le champ magnétique. Cet alignement est en principe réalisé quand la résistivité mesurée est minimum. Encore faut-il que la composante du champ électrique que l'on détecte soit parallèle au courant circulant dans l'échantillon, autrement dit que la droite qui joint les prises de potentiel soit parallèle à l'axe OZ de l'échantillon. Si cette droite fait un angle δ avec cet axe dans le plan yZ, le calcul montre que le minimum de la résistivité observée vaut alors en champ fort (en l'absence d'orbitales ouvertes):

$$\rho_m = \rho_{zz} - \frac{\delta^2}{4} \rho_{yy} + \delta \rho_{yz}$$

(Oz est la direction du champ magnétique et fait alors un angle $\delta/2$ avec OZ). Après avoir éliminé le

terme ρ_{yz} par inversion du champ, il reste donc un terme négatif dû à la magnétorésistance transverse.

De plus, on a supposé dans ce qui précède que la densité de courant était uniforme dans l'échantillon. Ce n'est plus le cas en champ fort dans une méthode de mesure à 4 contacts — 2 amenées de courant 2 prises de potentiel — qui est la méthode utilisée ici. On a alors, suivant l'expression de J. S. Lass [7], un effet de « giclement de courant ». Pour un échantillon infiniment long, tel que les amenées de courant et les prises de potentiel soient disposées de part et d'autre de l'échantillon, le calcul montre que la « résistivité » observée en champ fort (ρ_t résistivité transverse $\gg \rho_l$ résistivité longitudinale) est réduite par un facteur valant environ

$$\frac{L}{a} \sqrt{\frac{\rho_l}{\rho_t}},$$

où a est le rayon de l'échantillon et $2L$ la distance entre les amenées de courant ; il faudrait alors un échantillon excessivement mince ($L/a \sim \sqrt{\rho_l/\rho_t}$) pour venir à bout de cet effet, ce qui ne pourrait pratiquement se faire sans avoir affaire à un effet dimensionnel important (voir plus loin). En fait, la forme des échantillons que nous avons utilisés était différente de celle d'un cylindre rectiligne (cf. Fig. 3) et atténuait sensiblement l'effet de giclement de courant.

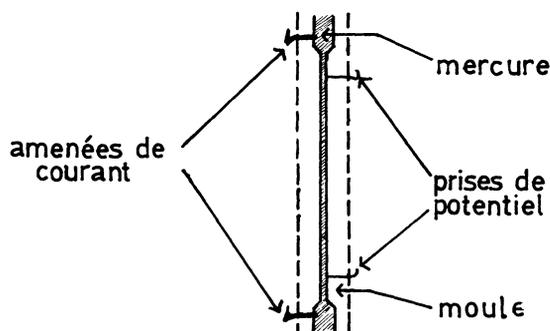


FIG. 3. — Schéma de l'échantillon.

Echantillons. — Les deux échantillons sur lesquels ont été effectuées les observations reportées dans cet article avaient un diamètre de 1 mm et la distance entre les prises de potentiel était de 4 cm. Cette valeur du diamètre conduit à un effet dimensionnel qui reste admissible : 12 % d'accroissement de résistivité à 1,2 °K et pour $H = H_c$ (valeur obtenue en comparant les courbes obtenues à des températures différentes comme il est dit plus haut) ⁽¹⁾.

La cristallisation se fait dans un moule en Kel-F par la méthode de Bridgman. Les contacts, en platine, sont implantés à demeure dans le moule. Le caractère

⁽¹⁾ D'après la formule de Chambers [8], ceci correspond à un libre parcours moyen d'environ 1 mm ; une estimation théorique basée sur la valeur de la résistivité à 1,2 °K et les paramètres de la surface de Fermi donne le même résultat.

monocristallin n'a pu être vérifié pour les échantillons considérés ici, mais l'avait été (par étude aux rayons X) pour des échantillons obtenus dans des conditions identiques. Faute d'étude aux rayons X, l'orientation cristallographique des échantillons considérés ici n'a pu être déterminée qu'assez approximativement à partir de la valeur absolue de la résistivité à des températures de référence (77 °K ou 4,2 °K), en utilisant le fait que la résistivité du mercure est anisotrope. Si ψ est l'angle entre l'axe de l'échantillon et la direction [111], on trouve ainsi :

échantillon A : $\psi < 10^\circ$

échantillon B : $\psi \simeq 40^\circ$

Selon le fournisseur, le mercure utilisé avait un taux de pureté de 99,999 5 %. Le rapport des résistivités entre 77 °K et 0 °K (qui tient lieu pour le mercure de rapport de résistivité résiduelle) a été estimé d'après nos résultats à environ 500 000. Précisons qu'à 1,2 °K, la résistivité résiduelle est encore faible ($\sim 10\%$) devant la résistivité idéale.

Résultats. — Nous avons reporté sur la figure 4 la courbe de magnétorésistance longitudinale des échantillons A et B, « reconstituée » à partir des courbes $\rho(H)$ obtenues aux différentes températures et placées les unes par rapport aux autres selon la méthode indiquée plus haut. Les échelles pour ρ

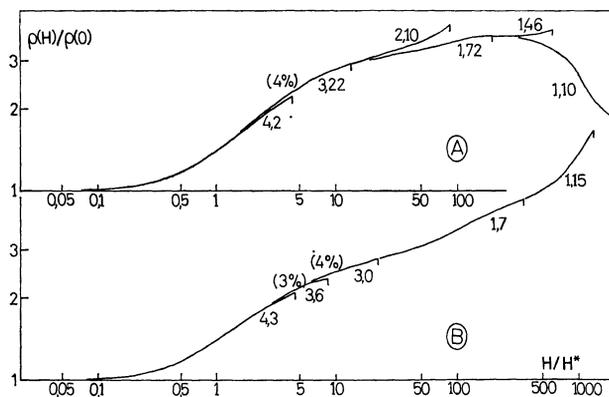


FIG. 4. — Courbe de magnétorésistance longitudinale « reconstituée », pour les échantillons A et B. La signification de H^* est donnée dans le texte ; on a $H/H^* \sim \omega_c \tau$. On a indiqué le long de chaque portion de courbe la température à laquelle elle a été obtenue. L'écart entre la valeur de $\rho(H)/\rho(0)$ au champ maximum ($\simeq 45$ kG) à certaines températures et la valeur correspondant au même H/H^* sur la courbe à la température inférieure est indiqué entre parenthèses ; il constitue une déviation à la règle de Köhler. Les écarts à la courbe globale en champ faible ($H_c < H < 2$ à $3 H_c$) et à basse température ($T < 1,7$ °K), dus à l'effet dimensionnel, n'ont pas été reportés.

et pour H différent évidemment selon la température. C'est pourquoi nous avons porté en ordonnée le rapport $\rho(H)/\rho(0)$, et en abscisse H/H^* , H^* dépendant de la température considérée. Les translations effectuées pour disposer les différentes courbes $\rho(H)$ sur le dia-

gramme permettent de déterminer $\rho(0)$ et H^* à chaque température, si l'on connaît $\rho(0)$ et que l'on se donne H^* à une température de référence. Nous avons pris $H^* = 10$ kG à 4,2 °K. De cette façon, puisqu'à 4,2 °K H_s vaut 10 kG, on a : $\omega_c \tau \sim H/H^*$.

Les résultats obtenus à 4,2 °K pour A et B peuvent être complétés par ceux de mesures effectuées sur deux autres échantillons (pour lesquels ψ valait environ 20° et 80°). On constate une grande ressemblance entre les 4 courbes ; $\rho(41 \text{ kG})/\rho(0)$ est compris entre 2,0 et 2,2, et d'autant plus grand que ψ est plus petit.

Les courbes de la figure 4 appellent les remarques suivantes.

a) Quand la température baisse de 4,2 à 2,5 °K, on constate que les courbes aux températures inférieures passent par-dessus les courbes aux températures supérieures, conformément à ce qui a été dit plus haut. Le fait que cet effet soit observé dans l'intervalle 4,2-2,5 °K s'explique : l'effet est dû au passage à un régime de diffusion à petit angle, et les conditions de ce passage sont celles du passage au comportement en T^5 pour la résistivité, soit

$$T > \theta_R/10 \simeq 2,5 \text{ °K} .$$

b) A plus basse température, le comportement de $\rho(H)$ se complique du fait des effets parasites signalés plus haut et de la difficulté d'aligner l'échantillon avec le champ magnétique de façon suffisamment précise. De ce fait, la courbe pour $H/H^* > 30$ ne peut plus être tenue comme représentant réellement la magnétorésistance longitudinale du mercure ; elle peut cependant être utilisée dans une certaine mesure pour déterminer $\rho(0)$ à chaque température — ce qui nécessite d'admettre que les termes parasites (magnétorésistance transverse provenant d'un défaut d'alignement, etc.) suivent eux aussi approximativement une règle de Köhler.

Les valeurs de la résistivité en champ nul en fonction de la température (qu'à partir de maintenant nous désignerons par $\rho(T)$), déduites par cette méthode, sont rassemblées dans les tableaux suivants :

Echantillon A :

T (°K)	4,2	3,22	2,10	1,72	1,46	1,11
$10^3 \frac{\rho(T)}{\rho(4,2)}$	1 000	345	47	17,5	6,8	1,7

Echantillon B :

T (°K)	4,3	3,6	3,0	2,4	1,7	1,30	1,15
$10^3 \frac{\rho(T)}{\rho(4,2)}$	1 000	538	222	88	14,7	4	2,3

Il s'agit maintenant de déterminer la résistivité idéale ρ_i — ou plutôt, ce qui nous intéresse davantage, l'exposant $n(T) = d \text{ Log } \rho_i / d \text{ Log } T$ de la loi $\rho_i \propto T^n$.

Pour $T > 2$ °K, la résistivité résiduelle ρ_r est négligeable, et $\rho_i \simeq \rho$. L'ajustement à la loi de Bloch-Grüneisen peut être réalisé en prenant $\theta_R = 27 \pm 2$ °K, ce qui confirme le résultat de Fickett [2].

A plus basse température, la détermination de ρ_i est plus délicate. Nous ferons deux approximations :

a) Nous admettrons la règle de Matthiessen : $\rho = \rho_i + \rho_r$ (ρ_i étant la résistivité en l'absence d'impuretés et de défauts, ρ_r la résistivité à 0 °K qui est due à ceux-ci). Ceci est raisonnable car dans le domaine de température étudié, ρ_r est assez petit devant ρ_i et il est peu probable que l'écart à la règle de Matthiessen se traduise par un $\Delta\rho \equiv \rho - \rho_i - \rho_r$ qui excède une petite fraction de ρ_r ; de plus ρ_r ne pourra être déterminé qu'assez grossièrement.

b) Nous supposons que l'on a $\rho_i \propto T^5$ pour $T \rightarrow 0$, ce qui revient à négliger l'effet éventuel du « phonon drag », au demeurant non étudié dans le mercure à notre connaissance. On montre en effet que, dans la mesure où le postulat de Bloch (selon lequel le système des phonons est en équilibre thermodynamique) est vérifié, la résistivité due aux phonons suit une loi en T^5 pour $T \rightarrow 0$; l'effet du « phonon drag », qui met en défaut ce postulat, a été trouvé négligeable dans Cu et Pt [10] et important dans les alcalins [11]. Quant à l'interaction électron-électron qui donne un terme en T^2 , on peut montrer qu'elle est négligeable dans le mercure pour $T > 0,1$ °K.

Alors, en recherchant la valeur de ρ_r qui rapproche le plus « harmonieusement » $\rho - \rho_r$ de la loi en T^5 pour les plus basses valeurs de T , on obtient :

$$\begin{aligned} \text{échantillon A : } & \rho_r/\rho(4,2) \simeq 5 \times 10^{-4} \\ \text{échantillon B : } & \rho_r/\rho(4,2) \simeq 3 \times 10^{-4} \quad (\text{à } 20 \% \text{ près}) \end{aligned}$$

et l'exposant n de ρ_i prend les valeurs représentées sur la figure 5.

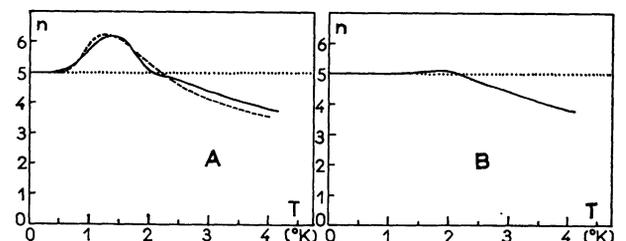


FIG. 5. — Exposant $n(T)$ de la loi $\rho_i \propto T^n$. En trait plein, les valeurs expérimentales pour les deux échantillons. En tirets, pour l'échantillon A, l'estimation théorique obtenue avec $l/h = 1,7$ et $\theta_h = 10,5$ °K (cf. § « Interprétation »).

On remarque que, pour l'échantillon A, n prend des valeurs nettement supérieures à 5 vers 1,5 °K ⁽²⁾.

(2) Une anomalie du même genre a été observée par Poulsen [9] par résonance cyclotron sur les lentilles de la surface de Fermi du mercure. Au lieu d'une loi $(\omega_c \tau)^{-1} \propto T^3$, où τ' est le temps de relaxation obtenu par résonance cyclotron, il trouve dans l'intervalle 1,15-2,1 °K une loi en $T^{4,8}$.

Ce comportement, qui contredit évidemment la loi de Bloch-Grüneisen, ne peut être imputé au choix de la valeur de ρ_r , car même avec $\rho_r = 0$, n atteindrait encore un maximum d'environ 5,6 vers 1,6 °K.

Quelques commentaires s'imposent en ce qui concerne la précision de ces résultats. ρ est mesuré à 1 % près vers 4,2 °K et 3 % près aux plus basses températures. La détermination de la résistivité extrapolée en champ nul devrait en principe être plus précise du fait qu'en ajustant des courbes entre elles, on réduit l'effet des erreurs accidentelles. En fait l'incertitude ne vient alors pas tant de l'imprécision des mesures que des effets parasites et des écarts à la règle de Köhler. Cette incertitude est difficile à évaluer ; il est possible qu'elle atteigne 10 % aux plus basses températures. Quant aux courbes $n(T)$, obtenues par confrontation de méthode graphique et d'interpolations numériques, c'est essentiellement leur allure générale qui doit être retenue, étant donné le petit nombre de valeurs de $\rho(T)$ ayant servi à les déterminer et l'imprécision de celles-ci.

Interprétation. — La surface de Fermi du mercure se compose de 2 nappes, un « monstre » de trous dans la première zone, et des lentilles d'électrons dans la seconde. Ces nappes ont pour caractéristique commune d'être assez aplaties le long des faces de la zone de Brillouin. Les lentilles ont un diamètre de $1,2 \text{ \AA}^{-1}$ et une épaisseur de $0,4 \text{ \AA}^{-1}$ (Bellissa [12]). La nappe de trous est représentée sommairement sur la figure 6 (d'après [13], [14]). A titre de compa-

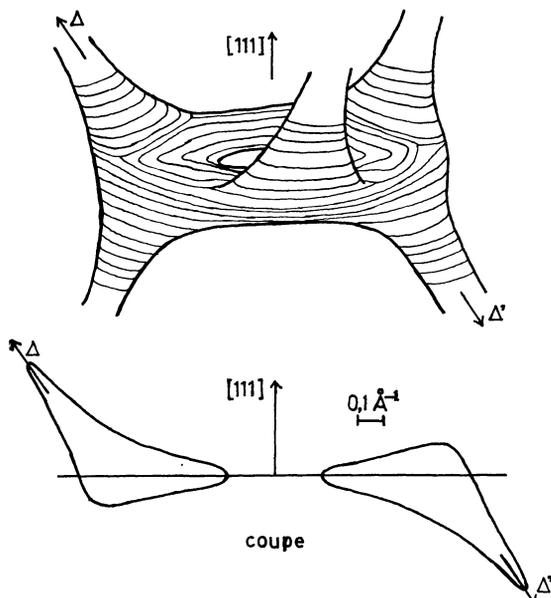


FIG. 6. — Schéma de la nappe de trous de la surface de Fermi du mercure.

raison, le rayon de la sphère de Fermi (et donc le rayon q_D de la sphère de Debye) vaut $1,37 \text{ \AA}^{-1}$.

Considérons un échantillon orienté dans une direction proche de [111] — c'est le cas de l'échantillon A. La nappe de trous joue un rôle prépondérant dans la conductibilité. Assimilons la nappe de trous à une couronne cylindrique d'épaisseur $h \sim 0,2 \text{ \AA}^{-1}$, de petit rayon a et de grand rayon b avec

$$b - a = l \sim 0,5 \text{ à } 0,6 \text{ \AA}^{-1}$$

(Fig. 7). Le champ électrique crée un excès de trous sur la face supérieure et un défaut de trous sur la

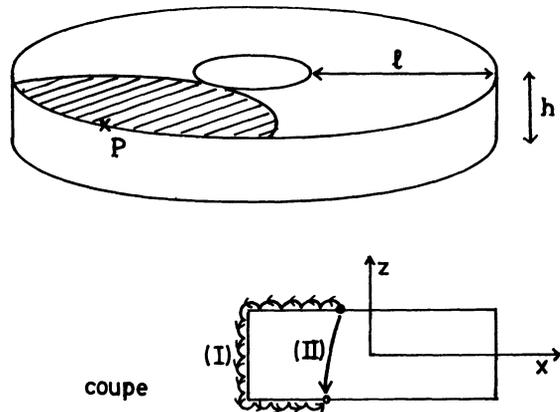


FIG. 7. — Modèle simplifié de la nappe de trous et processus de retour des trous à l'équilibre thermodynamique (I : processus du type « diffusion » ; II : processus Umklapp)

face inférieure. Du fait que l est nettement plus grand que h , nous distinguerons, à basse température, 2 processus de retour à l'équilibre pour les phonons :

- un processus de « marche au hasard » sur la surface de Fermi, du type « diffusion », décrit par exemple par Pippard [15], et responsable de la loi en T^5 pour $T \rightarrow 0$;
- un processus de passage direct d'une face à l'autre, qu'on peut appeler processus Umklapp ⁽³⁾.

Le second processus est en soi beaucoup plus efficace que le premier, mais le nombre de phonons ayant un vecteur d'onde supérieur à h , qui contient un facteur en $\exp(-\hbar sh/k_B T)$ (s vitesse du son), décroît très vite quand $T \rightarrow 0$. Il s'agit d'expliquer comment la combinaison de ces deux processus conduit à des valeurs de n de l'ordre de 6 comme il a été trouvé plus haut. Nous ne prétendons pas dans cet article donner un traitement rigoureux de ce problème (cette question sera reprise dans un autre article [16]), mais seulement un traitement semi-quantitatif faisant apparaître les deux processus.

⁽³⁾ Le terme de processus Umklapp est juste formellement puisque les 2 faces considérées ici appartiennent à des zones différentes ; il peut cependant prêter à confusion pour un métal dont la surface de Fermi touche les bords de la zone de Brillouin étant donné que ces faces n'appartiennent pas à des parties réellement disjointes de la surface de Fermi, comme c'est le cas pour les alcalins.

Partons de l'expression variationnelle de la résistivité d'un métal anisotrope dans une direction de symétrie Oz (cf. Wilson [17]) :

$$\rho = \frac{1}{4\pi^3} \frac{\int GL(G) d_3 k}{\left(\frac{e}{4\pi^3} \int G v_z \frac{\partial f_0}{\partial E} d_3 k \right)^2}$$

(L opérateur de collision, G fonction d'essai, v vitesse, E énergie, f_0 fonction de Fermi-Dirac).

Reprenons le calcul qui sert à établir la loi de Bloch-Grüneisen (Cf. par ex. (1)) en gardant le même spectre de phonons, la même forme d'interaction électron-phonon (bien qu'elle soit établie dans le cas d'une surface de Fermi sphérique et pour des processus normaux), mais sans nous restreindre ensuite à une surface de Fermi d'une forme particulière. En ce qui concerne la fonction d'essai, nous supposons simplement qu'elle ne dépend pas de l'énergie. On obtient alors (*)

$$\rho_i \propto T \frac{\iint (G(\mathbf{k}) - G(\mathbf{k}'))^2 f(\zeta) \frac{dS}{v} \frac{dS'}{v'}}{\left(\int G(\mathbf{k}) v_z \frac{dS}{v} \right)^2}$$

où les intégrations sont effectuées sur la surface de Fermi ;

$$\zeta = \frac{\hbar s q}{k_B T}, \quad q = |\mathbf{k}' - \mathbf{k}|$$

et

$$f(\zeta) = \frac{\zeta^2}{(e^\zeta - 1)(1 - e^{-\zeta})}.$$

En se donnant une normalisation quelconque pour G , le dénominateur se réduit à une constante. L'intégrale du numérateur peut se décomposer en une intégrale I_1 où dS et dS' appartiennent à une même face de la couronne et une intégrale I_2 où dS et dS' appartiennent à des faces opposées (nous ignorons les faces latérales). Négligeons la variation de $v(\mathbf{k})$ en faisant $v = 1$.

Considérons I_1 :

$$I_1 = \iint dS dS' f(\zeta) (G(\mathbf{k}) - G(\mathbf{k}'))^2$$

$f(\zeta)$ n'étant important à basse température que pour \mathbf{k}' voisin de \mathbf{k} , on peut développer $G(\mathbf{k}')$ au voisinage de $G(\mathbf{k})$:

$$(G(\mathbf{k}') - G(\mathbf{k}))^2 \simeq (\mathbf{q} \cdot \nabla G)^2$$

(*) Les hypothèses indiquées ici seront précisées dans l'article annoncé [16].

d'où

$$I_1 \simeq \frac{1}{2} \int dS (\nabla G)^2 \int dS' q^2 f(\zeta).$$

La valeur de l'intégrale sur dS' dépend de \mathbf{k} . On aura cependant un bon ordre de grandeur en négligeant cette dépendance et en faisant comme si \mathbf{k} se trouvait au bord de la face, soit ici en un point tel que P (Fig. 7). D'autre part, comme $f(\zeta)$ décroît rapidement avec ζ , on aura une idée suffisante de la façon dont I_1 dépend de T en réduisant le domaine d'intégration à un demi-cercle de rayon l centré en P .

Finalement :

$$I_1 \simeq \frac{\pi}{2} \left(\frac{k_B T}{\hbar s} \right)^4 J_5 \left(\frac{\hbar s l}{k_B T} \right) \int dS (\nabla G)^2$$

où J_5 est l'intégrale de Debye :

$$J_5(x) = \int_0^x x^3 f(x) dx.$$

On retrouve ainsi une sorte de loi de Bloch-Grüneisen pour la contribution de I_1 à ρ . Au premier ordre en $\exp(-\zeta)$:

$$J_5(\zeta) \simeq 124,4 - \int_\zeta^\infty x^5 e^{-x} dx.$$

Considérons maintenant I_2 . $f(\zeta)$ est le plus important quand \mathbf{k} et \mathbf{k}' sont situés de telle sorte que $\mathbf{k}' - \mathbf{k}$ soit parallèle à Oz, et alors $G(\mathbf{k}') = -G(\mathbf{k})$. Reportant cette égalité dans I_2 , il vient :

$$\begin{aligned} I_2 &\simeq 4 \int G^2 dS \int f(\zeta) dS' \\ &\simeq 8\pi \left(\frac{k_B T}{\hbar s} \right)^2 \int_{\hbar s l / k_B T}^\infty x^3 e^{-x} dx \int G^2 dS. \end{aligned}$$

Enfin, prenons pour G la fonction exacte dans la limite $T \rightarrow 0$, solution de l'« équation de diffusion » [15] :

$$\Delta G \propto -v_z.$$

Faisant $G = 0$ sur les bords des faces, on obtient :

$$G \propto \left(\frac{1}{2}\right)^2 - x^2$$

(x est défini sur la figure 7 ; on a négligé la courbure de la couronne, l'assimilant à un parallélépipède).

Finalement :

$$\begin{aligned} \rho_i \propto T^5 &\left[124,4 - \int_{\hbar s l / k_B T}^\infty x^5 e^{-x} dx + \right. \\ &\left. + \frac{8}{5} \left[\frac{\hbar s l}{k_B T} \right]^2 \int_{\hbar s l / k_B T}^\infty x^3 e^{-x} dx \right]. \end{aligned}$$

Cette formule fait apparaître la concurrence, dans ρ/T^5 , d'un terme négatif de température caractéristique $\theta_1 = \hbar s l / k_B$, et d'un terme positif (dû aux processus Umklapp) de température caractéristique

$\theta_h = \hbar sh/k_B$, qui l'emportera à température suffisamment basse puisque θ_h est nettement inférieur à θ_1 .

Utilisant cette formule, nous avons calculé

$$n(T) = d \text{ Log } \rho_i / d \text{ Log } T$$

pour différentes valeurs de l/h . Le meilleur accord avec les résultats expérimentaux est obtenu pour $l/h = 1,7$ et $\theta_h = 10,5$ °K (Fig. 5).

Des valeurs de l/h allant jusqu'à 2 sont compatibles avec la marge d'incertitude expérimentale. On ne doit cependant pas interpréter ces valeurs trop littéralement étant donnée la grossièreté du modèle. En particulier on a négligé la conductibilité due aux lentilles d'électrons ; ceci peut expliquer dans une certaine mesure que la valeur $l/h = 1,7$ trouvée ici soit inférieure à l'estimation directe $l/h \sim 2,5$ à 3 faite précédemment (et qui aurait conduit avec la formule ci-dessus à un maximum de n supérieur à 7).

En ce qui concerne θ_h , par contre, sa valeur est assez peu affectée par la marge d'incertitude expérimentale, ainsi que par le fait de négliger la conduc-

tibilité due aux lentilles ; elle peut être considérée comme donnée à 1 degré près. D'après ce que nous avons vu plus haut, on a $q_D \simeq 7h$. La valeur

$$\theta_h \simeq 10,5 \text{ °K}$$

conduit donc à une température de Debye θ_D proche de 70 °K, tout à fait compatible avec les estimations récentes (cf. par exemple la valeur $\theta_D = 69$ °K citée par Mac Millan et Rowell [18]).

Conclusion. — Au prix d'un certain nombre d'approximations dans le dépouillement des résultats expérimentaux (concernant la correction des écarts à la règle de Köhler, la détermination de $\rho_i(T)$ à partir de $\rho(T)$, etc.), nous avons obtenu, dans le cas d'un échantillon de mercure orienté dans une direction proche de [111], des valeurs de n de l'ordre de 6 vers 1,5 °K. Bien que très rustique, le modèle de surface de Fermi que nous avons utilisé donne une explication cohérente de ce phénomène, et met en évidence l'effet de l'aplatissement de la surface de Fermi.

Bibliographie

- [1] ZIMAN (J. M.), *Electrons and phonons*, Clarendon, 1960.
- [2] FICKETT (F. R.), *Bull. Am. Phys. Soc.*, 1967, **12**, 910.
- [3] MEISSNER (W.) et VOGT (B.), *Ann. der Phys.*, 1930, **5**, 761.
- [4] ALEKSANDROV (B. N.), LOMONOS (O. I.), TSIVINSKY (S. V.) et ANTONOVA (N. N.), *J. E. T. P.*, 1967, **53**, 79 — tr., 1967, **26**, 53.
- [5] ANDREW (E. R.), *Proc. Phys. Soc.*, 1949, **62A**, 78.
- [6] PIPPARD (A. B.), *Proc. Roy. Soc.*, 1968, **305A**, 291.
- [7] LASS (J. S.), *J. Phys. C : Solid St. Phys.*, 1970, **3**, 1926.
- [8] CHAMBERS (R. G.), *Proc. Roy. Soc.*, 1950, **202A**, 378.
- [9] POULSEN (R. G.), et DATARS (W. R.), *Solid State Comm.*, 1970, **8**, 1969.
- [10] HUEBENER (R. P.), *Phys. Rev.*, 1966, **146**, 502.
- [11] KAVEH (M.) et WISER (N.), *Phys. Rev. Letters*, 1971, **26**, 635.
- [12] BELLESSA (G.), REICH (R.) et MERCOUROFF (W.), *J. Physique*, 1969, **30**, 823.
- [13] BRANDT (G. B.) et RAYNE (J. A.), *Phys. Rev.*, 1966, **148**, 644.
- [14] KEETON (S. C.) et LOUCKS (T. L.), *Phys. Rev.*, 1966, **152**, 548.
- [15] PIPPARD (A. B.), *Proc. Roy. Soc.*, 1964, **282A**, 464.
- [16] NOURTIER (A.), « A propos des écarts à la loi de Bloch concernant la résistivité idéale des métaux polyvalents », soumis au *Journal de Physique*.
- [17] WILSON (A. H.), *The Theory of Metals*. Cambridge, 1965.
- [18] MAC MILLAN (W. L.) et ROWELL (J. M.), in : Parks, *Superconductivity*, 1969, Dekker.