



HAL
open science

Paires de disinclinaisons hélicoïdales dans les cholestériques

Y. Bouligand, M. Kléman

► **To cite this version:**

Y. Bouligand, M. Kléman. Paires de disinclinaisons hélicoïdales dans les cholestériques. Journal de Physique, 1970, 31 (11-12), pp.1041-1054. 10.1051/jphys:019700031011-120104100 . jpa-00207000

HAL Id: jpa-00207000

<https://hal.science/jpa-00207000>

Submitted on 4 Feb 2008

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

PAIRES DE DISINCLINAISONS HÉLICOÏDALES DANS LES CHOLESTÉRIQUES

Y. BOULIGAND (*) et M. KLÉMAN (**)

(Reçu le 24 avril 1970, révisé le 18 juillet 1970)

Résumé. — Les disinclinaisons τ ou λ de signes contraires d'une mésophase cholestérique ont tendance à s'apparier en lignes de formes hélicoïdales qui à longue distance sont équivalentes à des dislocations de translation χ . Le pas de l'hélice est toujours, dans les configurations les plus stables, un multiple entier m du demi-pas cholestérique, que l'on prendra par définition positif ou négatif selon que la paire s'enroule dans le même sens que le cholestérique ou en sens inverse. Nous présentons ici un tableau systématique de la topologie des paires hélicoïdales. Elles ont pour propriété essentielle de séparer des cholestériques de pas différents et apparaissent en particulier lors de la germination d'une phase cholestérique en sphérolites ou bâtonnets dans le liquide isotrope, où elles constituent une paroi de séparation entre les deux phases. Les paires hélicoïdales proches de l'axe hélicoïdal constituent vraisemblablement un mode fréquent de dissociation des χ , qui peut se rencontrer dans les structures à coniques focales.

Abstract. — The τ or λ disclinations of opposite signs which appear in a cholesteric mesophase tend to be arranged in helical pairs which are equivalent to χ translation dislocations at a distance. The pitch of the helix is, in the more stable configurations, an integer multiple m of the half-pitch of the cholesteric arrangement. We present a systematic study of the topology of helical pairs, including the possibility for pairs to rotate counter-clockwise the cholesteric arrangement. An important property of pairs is to separate cholesteric arrangements of different pitches, as an example is given by the nucleation of cholesteric spherulites, separated from the isotropic liquid by a wall of pairs. Helical pairs close to the helical axis are presumably a frequent mode of splitting of χ 's, which may appear in cofocal domains.

Introduction. — La notion de disinclinaison (dislocation de rotation) a trouvé récemment deux applications dans le domaine des cristaux liquides (phases mésomorphes) et dans le domaine biologique. Les structures en noyaux des mésophases nématiques qui correspondent à des singularités de l'ordre moléculaire déjà décrites par G. Friedel [1] et les plans de Grandjean-Cano des mésophases cholestériques, connus eux aussi depuis longtemps [2] mais encore incomplètement élucidés, ont pu entrer de manière cohérente dans la systématique du concept de dislocation de rotation [3, 4]. Les lignes de disinclinaison peuvent être simples (c'est le cas des nématiques et de certaines lignes dans les cholestériques) ou doubles (paires de dislocations dans un cholestérique). Elles sont, dans ce dernier cas, associées à une distance constante mais petite, égale au quart du pas cholestérique ou à un multiple. Les rubans ainsi constitués peuvent alors prendre une forme quelconque, ce qui n'est pas le cas de toutes les dislocations de rotation dans un cholestérique.

Nous donnerons plus loin des exemples de ces

divers types de disinclinaisons dans une mésophase cholestérique, soit à l'intérieur même de cette phase, soit au proche voisinage de la phase isotrope avec laquelle elle peut être en équilibre. Ces dernières lignes sont particulièrement intéressantes à étudier dans le cas des billes et des bâtonnets cholestériques que l'on voit apparaître dans la phase isotrope en cours de refroidissement lent. Des structures analogues, sinon identiques au point de vue géométrique, ont été observées dans certains matériels biologiques. C'est le cas des chromosomes des Dinoflagellés, espèces unicellulaires, aquatiques, intermédiaires à de nombreux points de vue entre les Bactéries et les Protozoaires plus évolués en organisation [5]. Notons aussi que plusieurs tissus squelettiques renferment une trame organique dont les fibrilles sont agencées à la manière d'un cholestérique. Les lignes de dislocation que l'on y observe peuvent être associées par paires [6].

Ces diverses observations, et particulièrement celles faites sur les mésophases cholestériques, mettent en évidence un type de paire fréquemment répandu, les paires de disinclinaisons hélicoïdales, que nous analysons en détail dans le présent travail.

Après avoir rappelé ce que sont les principaux types de dislocation dans les cristaux liquides nématiques et cholestériques, nous relaterons certaines de nos observations récentes dans les mésophases cholestéri-

(*) Laboratoire de Zoologie de l'E. N. S., 24, rue Lhomond, 75-Paris (5^e).

(**) Laboratoire de Physique des Solides (associé au C. N. R. S.), Faculté des Sciences ; Bâtiment 510, 91-Orsay.

ques. Les images obtenues suggèrent bien l'existence d'arrangements hélicoïdaux des dislocations. Nous resterons cependant très réservés sur l'interprétation des documents, parce que les phénomènes optiques sont fort compliqués dans ce genre de milieu. Aussi l'étude qui suivra la présentation des micrographies sera-t-elle purement théorique : nous développerons l'idée de paire hélicoïdale selon la conception topologique qui nous a semblé la plus générale. Nous espérons faciliter de cette manière la compréhension ultérieure des divers types de lignes hélicoïdales que renferment les cholestériques et éventuellement celles souvent observées dans des matériels biologiques, même si les analogies demeurent parfois lointaines. Rappelons que plusieurs auteurs ont déjà signalé pour la biologie des applications possibles des dislocations dans les types de distributions ayant la régularité cristalline [7, 8]. Cette étude pourrait également ne pas rester étrangère à un autre champ d'intérêt : celui des héliomagnétiques. On ne possède pas encore de résultats expérimentaux concernant les parois et domaines dans les héliomagnétiques : on peut cependant espérer que les considérations qui suivent s'appliquent au réseau de spins et permettent d'en prévoir certains arrangements singuliers. Le cas est cependant un peu plus compliqué que ce qui est décrit ici ; tout d'abord parce que le couplage du réseau de spins au réseau atomique se manifeste par des forces d'anisotropie inexistantes dans le cas des cholestériques, ensuite parce que le réseau de spins peut s'enrouler dans un même cristal aussi bien selon une hélice droite qu'une hélice gauche, alors qu'un cholestérique ne s'enroule que dans un sens déterminé.

Au stade de cette étude, il n'est pas possible de choisir parmi les modèles présentés plus loin ceux qui sont authentiquement réalisés dans les différents matériels. Ce travail est avant tout une exploration de certains arrangements concevables dans un cholestérique et les documents qui l'accompagnent tendent à justifier cette direction de recherche mais ne prétendent pas satisfaire aux considérations théoriques qui seront discutées.

I. Rappel sur les disinclinations dans les cholestériques [4] [9]. — Les disinclinations dans les cholestériques sont pour l'essentiel de deux types : celles qui correspondent à des rotations multiples de π autour de l'axe cholestérique (disinclinations χ), et celles qui correspondent à des rotations multiples de π autour de la direction de la molécule (disinclinations λ) ou autour de la perpendiculaire à cette direction dans le plan cholestérique (disinclinations τ). Rappelons qu'un cholestérique est un corps mésomorphe de conformation hélicoïdale : les molécules tournent autour de l'axe cholestérique avec un pas $p = 2\pi/q_0$ en lui restant perpendiculaires. Le milieu se reproduit périodiquement avec la translation $p/2$ selon l'axe cholestérique, les molécules n'étant pas polaires (Fig. 1). Nos conventions pour représenter

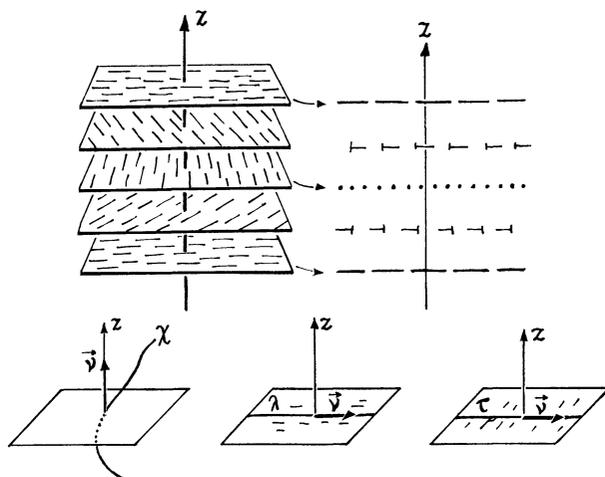


FIG. 1. — Disposition des molécules dans un cholestérique, conventions de dessin, principaux types de dislocation.

un cholestérique observé dans un plan de figure parallèle à l'axe hélicoïdal sont les suivantes : les pointillés correspondent aux molécules vues debout, les traits continus ou discontinus aux molécules situées dans le plan de la figure et les symboles en forme de clou aux molécules pointant hors du plan de figure, la pointe du clou étant dirigée vers l'observateur. (Dans la figure 1, l'arrangement hélicoïdal est supposé dextre.)

a) **DISINCLINAISONS DE TYPE χ .** — Semblables aux noyaux des nématiques [1] [10] [11], on les obtient par le processus classique de Volterra, qui consiste en l'ouverture de la surface de coupe Σ d'un angle $\pm |n| \pi$ autour de l'axe de la disinclination (supposée rectiligne) et en l'addition (ou la soustraction) de matière dans l'angle balayé par Σ . On définit le rang $S = \pm \left| \frac{n}{2} \right|$ de la disinclination en choisissant le signe + si l'opération a consisté en la soustraction de matière, et le signe - en cas d'addition. En fait les disinclinations de type χ peuvent en raison de la possibilité pour le milieu de se relaxer visqueusement par translation selon le plan cholestérique, se déformer pour prendre une forme quelconque. On peut alors définir le rang S de la manière suivante (cf. Fig. 2) : on considère un circuit (γ) entourant la ligne et entièrement situé dans un plan P normal à l'axe de torsion cholestérique (en un point donné de ce plan situé

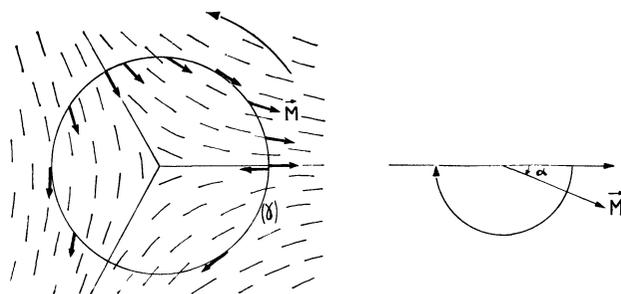


FIG. 2. — Rang d'une χ . A gauche, circuit de Burgers. A droite, hodographe correspondant.

au voisinage de la ligne), et l'on trace l'hodographe des vecteurs unitaires tangents à la molécule en chaque point de γ , après avoir choisi une origine et un sens de parcours sur γ (1). Si l'hodographe et γ sont parcourus dans le même sens, S sera pris positif, et égal en module à $\alpha/2\pi$, où α est l'angle parcouru sur l'hodographe par le vecteur unitaire. On voit que S est indépendant de tout repère, et que cette définition est équivalente à la précédente lorsque la dislocation est rectiligne. La figure 3, empruntée au travail de

La propriété essentielle des χ est leur équivalence avec des dislocations de translation de vecteur de Burgers multiple de $p/2$. Ceci est lié à la propriété de relaxation visqueuse par translation-rotation selon l'axe cholestérique. Une ligne l de forme quelconque de type χ est donc encore une dislocation de translation de vecteur de Burgers $b = \pm \frac{n}{2} p$, défini par le circuit traditionnel. Alors que b est constant tout le long de l , S en général ne l'est pas et passe de la valeur S à la valeur $-S$ aux points où la ligne est tangente aux plans cholestériques ou présente un point anguleux dont les deux demi-tangentes se trouvent situées d'un même côté du plan cholestérique (Fig. 4). Le cas le plus simple correspond à $|b| = p/2$.

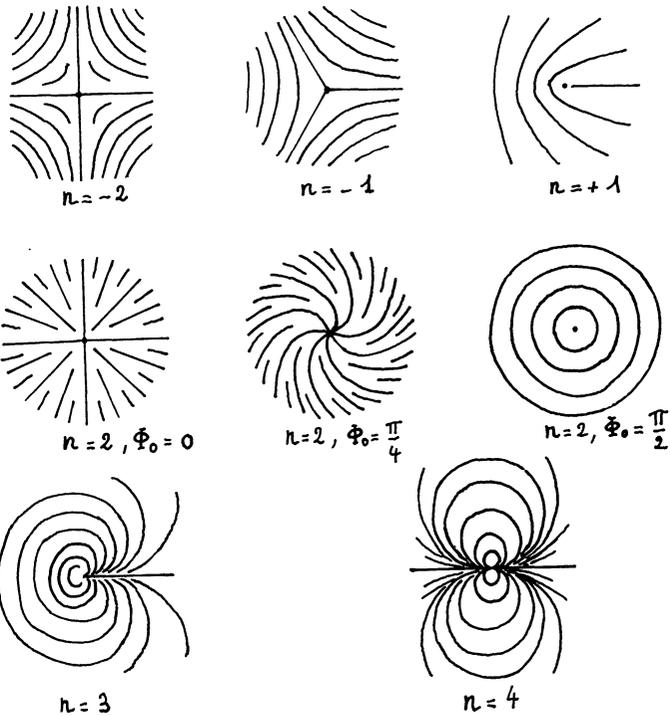
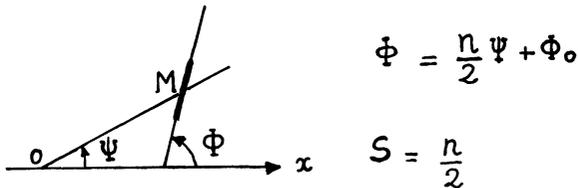


FIG. 3. — Projection des directeurs M autour d'une χ , sur un plan P normal à l'axe de torsion cholestérique en un point donné de ce plan situé au voisinage de la ligne. Ox est un axe origine dans le plan P (d'après Frank).

Frank [10], représente les diverses dispositions des projections des directeurs sur un plan P ; la topologie de ces diagrammes n'est pas modifiée par de petites variations de l'axe cholestérique à une certaine distance de la dislocation ou par un choix légèrement différent du plan P . Le coefficient n utilisé par Friedel [1], Oseen [12] et Frank est égal à $2S$.

(1) Par « vecteur unitaire tangent à la molécule » nous entendons, ici et dans la suite du texte, un vecteur unitaire selon l'orientation moyenne de la molécule M , autour de laquelle celle-ci fluctue (directeur).

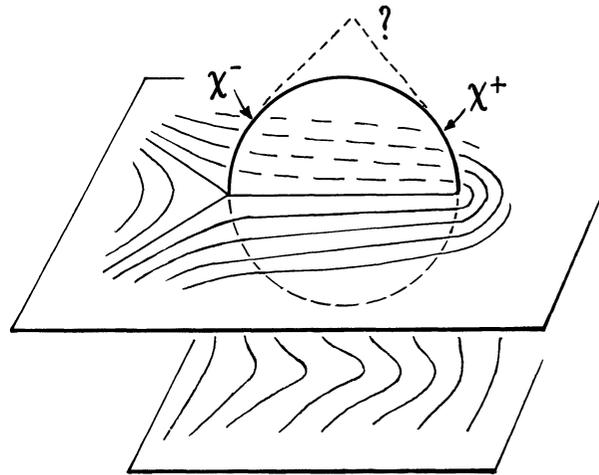


FIG. 4. — Pincement élémentaire.

Les molécules peuvent alors se disposer en « pincement » dans chaque plan cholestérique, ce pincement pouvant tourner avec le pas cholestérique, soit par relaxation visqueuse d'un plan cholestérique au suivant (Fig. 5a), soit par rotation hélicoïdale (Fig. 5b);

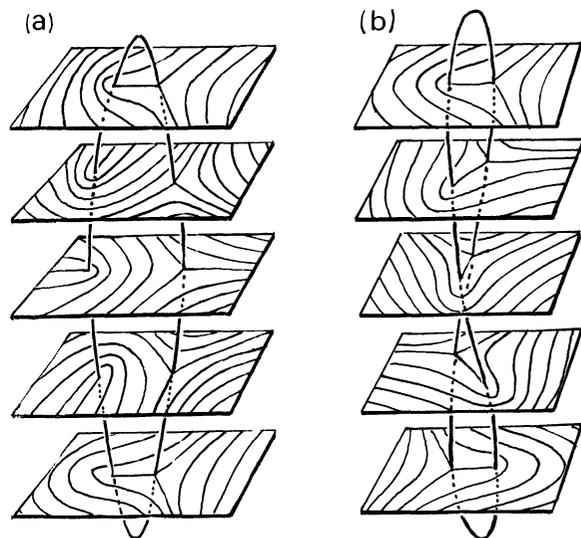


FIG. 5. — Deux arrangements possibles des pincements formés par une χ^+ et une χ^- .

il peut s'élargir ou diminuer d'amplitude jusqu'à disparaître lorsque la ligne l devient tangente au plan cholestérique. Plusieurs dispositions sont donc possibles. S obéit à une loi de conservation, qui est liée à la notion de caractéristique d'Euler d'une surface orientable (cf. réf. [8] et [13]) : dans un plan cholestérique donné, la somme des disinclinaisons de type χ doit être égal à 2, si l'on tient compte des disinclinaisons à l'infini (pour ce faire, reporter le plan sur la sphère topologique).

$$\sum_i S_i = 2.$$

Donnons un bref rappel sur cette représentation (Fig. 6). Considérons le cas simple où il n'y a pas de

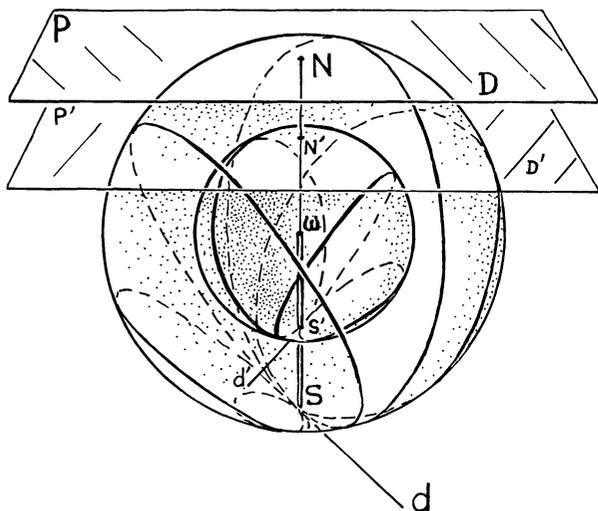


FIG. 6. — Représentation topologique sur des sphères des molécules des plans cholestériques.

dislocation. Toutes les molécules sont parallèles entre elles dans un même plan cholestérique (P). Les lignes de force sont des droites (D) parallèles. On peut les considérer comme la projection stéréographique de la figure obtenue sur une sphère quelconque tangente en N à (P), en traçant l'ensemble des cercles (C) tangents à une droite (d). Celle-ci est la parallèle à D menée par S (diamétralement opposé à N). S'il n'y a aucune dislocation dans le cholestérique, nous conviendrons de représenter les divers plans parallèles par des sphères concentriques dont les rayons varient comme les distances de ces plans. Cette transformation conserve la torsion et fait correspondre aux points situés à l'infini une disinclinaison χ d'ordre $S = 2$ ($n = 4$). Rappelons que c'est le modèle qui fut donné par Pryce et Frank pour interpréter les sphérolites présentant un rayon de disinclinaison observées par C. Robinson [14].

b) DISINCLINAISONS DE TYPE λ ET τ . — Les lignes λ et τ sont nécessairement *rectilignes*, selon l'axe de rotation \mathbf{v} , et sont obtenues par le processus de Volterra habituel (Fig. 7 : schémas des τ^+ , τ^- , λ^+ , λ^-). On notera la différence entre le cœur d'une λ et le

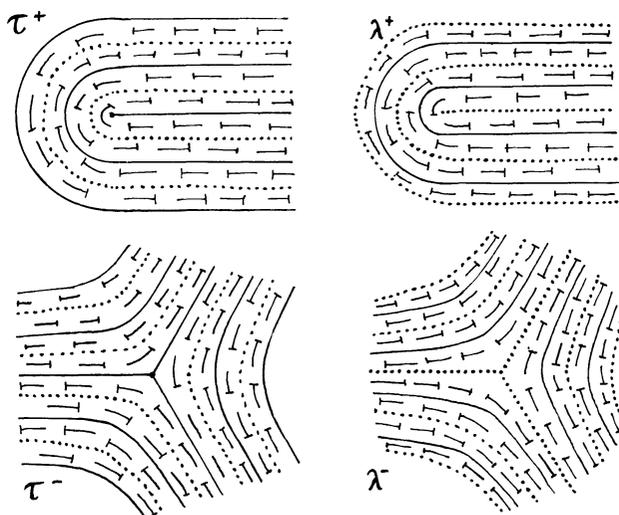


FIG. 7. — Disinclinaisons τ et λ isolées.

cœur d'une τ . Dans le premier cas, le cœur ne présente pas de singularité en lui-même. Indiquons également que les λ entre elles (λ^+ et λ^-) ou les τ éventuellement peuvent s'associer parallèlement à distance quelconque pour former un pincement élémentaire (Planche 2, a). On n'est plus dans le cas des χ où les molécules dessinaient le pincement dans les plans cholestériques. Ce sont ces derniers qui sont eux-mêmes plissés. On peut aussi concevoir des lignes l de type λ ou τ de forme quelconque et telle qu'en chaque point A de la ligne le vecteur de rotation local soit parallèle (ou perpendiculaire) à la molécule locale, mais ceci demande l'addition, le long de la ligne, de dislocations infinitésimales de translation et de rotation qui en élèvent l'énergie. De telles lignes seront donc imparfaites. Entre le point A de l et le point $B = A + ds$ de l infiniment voisin, il faut ajouter au déplacement de la surface de coupe en $P = A + \mathbf{r}$ la quantité

$$\mathbf{d} = 2 \sin \frac{\Omega}{2} (\mathbf{dv} \wedge \mathbf{r} - \mathbf{v} \wedge \mathbf{ds}) \tag{1}$$

où Ω est l'angle de rotation de la disinclinaison ($\Omega = \pm n\pi$) et $\mathbf{dv} = \mathbf{v}(B) - \mathbf{v}(A)$. $2 \sin \frac{\Omega}{2} \mathbf{dv}$ est bien une dislocation de rotation infinitésimale, et

$$2 \sin \frac{\Omega}{2} \mathbf{v} \wedge \mathbf{ds}$$

une dislocation de translation infinitésimale.

c) APPARIEMENT DE LIGNES τ OU λ IMPARFAITES. — Si une ligne l imparfaite est d'énergie prohibitive, on peut cependant la coupler avec une ligne l' opposée ($-\Omega$) et située à une distance constante d mesurée selon la perpendiculaire à \mathbf{v} en chaque point. On voit alors que les dislocations infinitésimales s'annulent à l'extérieur du ruban de largeur d et que la paire est équivalente à longue distance à une dislo-

cation de vecteur de Burgers $2d$ (ceci impose à d d'être un multiple de $\pi/2q_0$), donc à une disinclinaison χ , dont elle constitue un mode de dissociation de faible

léger déplacement de la lamelle par rapport à la lentille cylindrique. Cette facilité de la montée est encore vraisemblablement liée à la structure très anisotrope du cœur. Dans ce cas, l'ensemble des lignes semble se mouvoir parallèlement aux plans cholestériques. De manière générale, toutes les configurations décrites ci-dessous peuvent être déformées de façon quelconque tant que les dislocations ne se coupent pas.

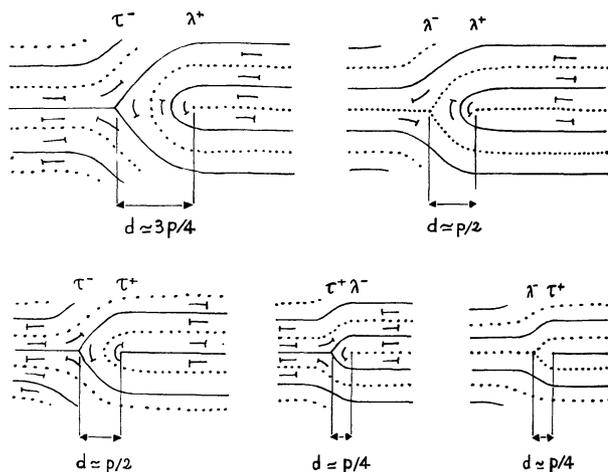


FIG. 8. — Exemples de paires de disinclinaisons.

énergie en général (Fig. 8, schéma de quelques paires). Parmi les paires de disinclinaisons, il faut citer :

— Les paires formées de disinclinaisons rectilignes situées dans le plan cholestérique. Les densités de dislocations infinitésimales sont alors nulles.

— Les boucles planes translattées situées dans le même plan cholestérique. La distribution continue est constituée uniquement de dislocations de translation.

— Les boucles hélicoïdales concentriques : de telles boucles sont acceptables si elles ont un pas égal au pas cholestérique et tournent dans le même sens que le cholestérique. Elles correspondent le long du ruban de dissociation à une densité uniforme de dislocations de rotation.

d) GLISSEMENT ET MONTÉE. — Tout mouvement d'une χ ou d'une paire peut être décomposé en un glissement selon une direction parallèle au vecteur de Burgers et une montée selon une direction du plan perpendiculaire au vecteur de Burgers. On a décrit dans la référence 4 le glissement d'une paire et montré qu'il se produit par émission progressive d'une χ par une ligne de la paire et absorption progressive de cette χ par l'autre ligne. Ce processus (malencontreusement qualifié de montée dans l'article cité) est certainement difficile puisqu'il demande une modification du cœur variable avec la distance de glissement, une situation parfaite étant obtenue tous les quarts de pas. Le glissement d'une χ présente le même caractère anisotrope, en raison cette fois de l'anisotropie des coefficients d'élasticité de Frank [10]. (On parlera ici de forces de Peierls-Nabarro.) Le processus de montée est quant à lui plus favorisé, aussi bien pour les χ que pour les paires et s'observe en particulier très facilement dans une préparation en géométrie cylindrique présentant des plans de Grandjean-Cano, lorsqu'on effectue un

II. Observations des principaux types de disinclinaisons et des lignes hélicoïdales. — a) MATÉRIEL. —

Nous avons utilisé des corps purs donnant une phase nématique à laquelle on peut mélanger un composé cholestérique. L'addition d'une très faible quantité de ce dernier permet d'obtenir une phase cholestérique à grand pas dont la morphologie est relativement facile à analyser. Les phases nématiques ont été obtenues avec le para-azoxyanisole et le métoxybenzylidène butylaniline (MBBA) planche 1, ce dernier ayant l'avantage d'être nématique à la température ordinaire. La torsion a été provoquée par l'addition de benzoate de cholestérol. Les phases cholestériques de ce type forment de belles plages à coniques focales à l'instar des composés smectiques. Ce faciès avait été observé par G. Friedel [1] pour des concentrations assez élevées du benzoate de cholestérol dans le para-azoxyanisole.

b) EVIDENCE DES PAIRES ET DIVERS TYPES DE DISLOCATIONS. — Si l'on refroidit le liquide isotrope, on observe d'abord des billes et des bâtonnets biréfringents qui naissent en quantité (Planche 2, *c, d*). Les éléments de l'émulsion ainsi obtenue grandissent rapidement et se réunissent en une phase qui ne tarde pas à se stabiliser. La périodicité cholestérique permet de visualiser les systèmes de cyclides de Dupin qui sont associées dans les phases à coniques. Cette disposition est facilement détruite en déplaçant légèrement la lamelle couvre-objet de la préparation. L'arrangement de la périodicité cholestérique ne donne plus alors les figures caractéristiques des plages à coniques. Le même résultat est obtenu lorsque le pas cholestérique cesse d'être petit par rapport à l'épaisseur de la préparation, spécialement dans le cas du mélange du MBBA et du benzoate de cholestérol. L'aspect obtenu est illustré sur la planche 1 (Fig. *a*). On observe autour d'une plage isotrope les divers plans cholestériques et, selon toute évidence, un grand nombre de dislocations. Lorsque deux couches correspondant chacune au demi-pas cholestérique s'écartent pour l'introduction d'un certain nombre d'autres couches identiques, celles-ci sont le plus souvent en nombre pair (partie droite de la fig. *a*, planche 1). Nous savons que les dislocations λ dont le cœur ne présente pas de discontinuité de direction sont certainement les plus fréquentes. De nombreux arrangements de λ^+ et λ^- par paires sont donc probablement réalisés sur cette figure et les distances d des disinclinaisons appariées sont des multiples entiers du quart de pas cholestérique. Nous

avons représenté sur la figure 9 *a*, l'interprétation de la partie droite de la figure *a* de la planche 1 en utilisant exclusivement des λ . Un article ultérieur [15] précisera certains aspects du contraste optique des différents types de ligne.

Il peut arriver qu'un nombre impair de couches s'introduise et que la règle énoncée au paragraphe précédent ne soit plus respectée. La planche 1 *b* (en haut, à droite) donne l'exemple d'une seule strate (un demi-pas) venant s'intercaler entre deux autres strates. Dans ce cas, on est nécessairement en présence, soit d'une λ^+ et d'une τ^- , soit d'une λ^- et d'une τ^+ (Fig. 9 *b*). Nous aurions pu affirmer l'existence des τ^+ et des τ^- , si, par exemple, nous avions observé deux telles singularités à la suite à un même niveau dans la stratification cholestérique. Nous pensons que les τ^+ et les τ^- existent bien. En effet, les préparations en géométrie cylindrique donnant les plans de Grandjean-Cano donnent dans la région médiane la plus mince, un ensemble de quelques lignes fines. Si celles-

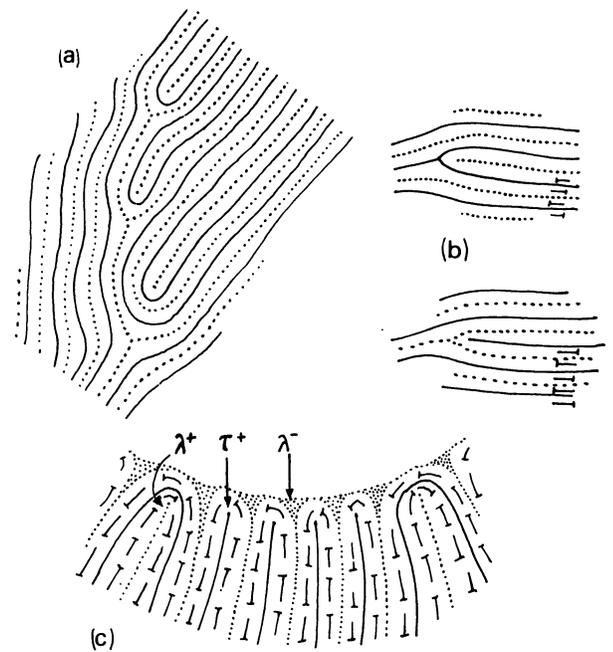
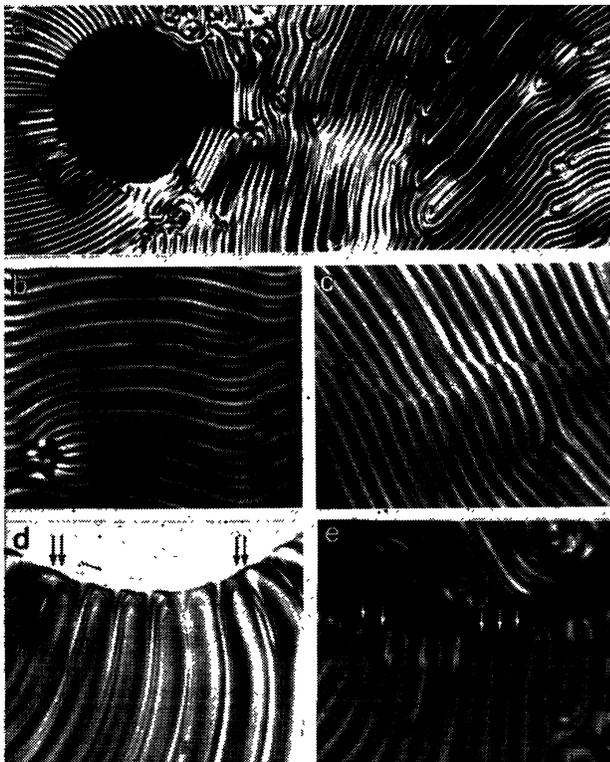


FIG. 9. — Interprétation de quelques micrographies de la planche 1 ; (a) interprète la micrographie a ; b → micr. b ; c → micr. d.

ci sont interprétées dans le cadre de l'hypothèse des paires, il y a lieu très probablement d'admettre qu'un couple (λ^+ , τ^-) alterne avec un couple (λ^- , τ^+).

Les strates sont parfois interrompues par des lignes qui les traversent (Pl. 1, Fig. *c*). Lorsqu'on change la mise au point, on voit les strates se raccorder différemment de part et d'autre de ces lignes. Cette disposition est équivalente à une χ (au moins à partir d'une certaine distance) comme on le montre dans la section III.

La stratification cholestérique peut être interrompue obliquement, tangentiellement ou orthogonalement par la phase isotrope. Les trois possibilités sont représentées simultanément sur la figure *a* (Planche 1). Disons que suivant la nature des constituants utilisés ou leurs proportions, l'une ou l'autre possibilité sera favorisée ce sera la stratification tangentielle ou, au contraire, orthogonale. Cette dernière disposition met bien en évidence plusieurs types de dislocations. Lorsqu'une strate est interrompue et ne communique pas par un « pli » avec l'une des deux strates voisines, on est assuré de l'existence d'une τ^+ . Ces différentes τ^+ parallèles à la surface du ménisque sont compensées par des λ^- qui leur sont également parallèles et sont situées sur la surface séparatrice elle-même. Si les plans cholestériques se trouvent parallèles à l'axe optique de l'appareil (ou perpendiculaire au plan de la préparation), les zones occupées par les λ^- sont constamment noires entre polarisoirs croisés (cf. Planche 1, Fig. *e*, flèches). Certaines strates paraissent communiquer avec l'une de leurs voisines en formant un « pli » (Planche 1, Fig. *d*, doubles flèches). Les dislocations engendrées doivent alors être des λ^+ compensées

Planche 1. — Disposition des strates et dislocations dans une mésophase cholestérique constituée par du benzoate de cholestérol et un peu de toluène en solution dans du MBBA.

a : distribution de disinclinaisons λ ; présence d'une plage isotrope éteinte entre polarisoirs croisés. Polariseur \leftrightarrow , Analyseur \updownarrow , $\times 100$.

b : exemple d'une paire contenant une λ et une τ associées (selon toute vraisemblance). Pol. \updownarrow , Anal. \leftrightarrow , $\times 235$.

c : présence éventuelle d'une χ ; \leftrightarrow , \updownarrow , $\times 235$.

d : contact entre la mésophase et le liquide isotrope \leftrightarrow , \leftrightarrow , $\times 1080$.

e : équilibre entre la solution isotrope et le liquide cholestérique ; les flèches indiquent des zones de la mésophase qui restent éteintes quand on tourne la platine ; \updownarrow , \leftrightarrow , $\times 235$.

également par des λ^- superficielles. L'interprétation de la figure *d* de la planche 1 est donnée sur la figure 9c.

Les strates correspondant au demi-pas cholestérique peuvent former des plis successifs déterminant des pincements élémentaires associant en général des λ^+ à des λ^- (Planche 2, Fig. *a*). Les préparations renferment parfois des lignes hélicoïdales. Elles peuvent être simples ou doubles (Planche 2, Fig. *b*). Leur fréquence semble dépendre de la nature et des proportions des constituants. Autour de ces hélices, viennent souvent se greffer d'autres complications.

Nous avons vu plus haut que la surface séparatrice entre le cholestérique et le liquide isotrope peut être le siège de fort nombreuses disinclinaires. C'est le cas en particulier des billes et bâtonnets de germination de la mésophase. Leurs extrémités peuvent présenter

des arrangements spiralés ou concentriques dans les mêmes conditions d'observation (Planche 2, Fig. *c* et *d*). Les considérations théoriques que nous allons développer maintenant nous apporteront à ce sujet certains éléments d'interprétation.

III. Engendrement hélicoïdal des disinclinaires χ .

— *a*) GÉNÉRALITÉS SUR LES STRUCTURES CHOLESTÉRIQUES OBTENUES PAR MOUVEMENT HÉLICOÏDAL DU MOTIF.

— On peut construire un cholestérique en déplaçant selon un mouvement hélicoïdal un motif contenu dans un plan passant par l'axe de l'hélice et de dimension P selon l'axe, si P est le pas du mouvement hélicoïdal (P sera compté positivement si l'hélice est dextre, et négativement si l'hélice est senestre). Pour que le cholestérique soit créé sans recouvrement ni lacune, il est nécessaire que le motif soit limité par des lignes parallèles à la distance P l'une de l'autre. Nous considérerons d'abord les cas où le motif contient des singularités de répartition des molécules situées relativement loin de l'axe. On peut alors négliger l'angle que font les lignes de disinclinaison λ ou τ , engendrées par le mouvement hélicoïdal de ces singularités, avec le plan perpendiculaire à cet axe. Nous examinerons plus loin les cas où cet angle n'est pas négligeable. Voyons d'abord le système le plus simple, celui où le motif lui-même ne contient pas de singularité ; l'axe hélicoïdal est alors une disinclinaire χ .

b) GÉNÉRATION D'UNE DISINCLINAISON χ SELON L'AXE HÉLICOÏDAL.

— Les motifs les plus simples sont formés par les traces des plans cholestériques perpendiculaires à l'axe de rotation. Si p est le pas cholestérique compté positivement ou négativement selon les mêmes conventions que P , on doit avoir $P = mp/2$ m étant entier positif, négatif ou nul (cas d'un motif nématique). On peut montrer que l'on a créé une disinclinaire de type χ et calculer son rang. Rapportons en effet le cholestérique à un système d'axes trirectangle $oxyz$. L'axe d'engendrement hélicoïdal est porté par oz . Le motif est inscrit dans un rectangle $OABC$ dans le plan oxz (Fig. 10). Dans un plan P horizontal de côté Z , l'axe ox du motif donne OX par déplacement hélicoïdal. OX nous servira d'axe d'origine dans P . Soit OX' un axe quelconque de P faisant un angle Ψ avec OX . La figure 10 montre que OX' provient d'une demi-droite de cote δ dans le motif et on a

$$\frac{\delta}{P} = -\frac{\Psi}{2\pi}.$$

Soit α l'angle défini à $k\pi$ près des molécules OX' ; α est également l'angle des molécules avec le plan du motif au niveau de cote δ on a donc

$$\frac{\delta}{P} = \frac{\alpha}{2\pi}.$$

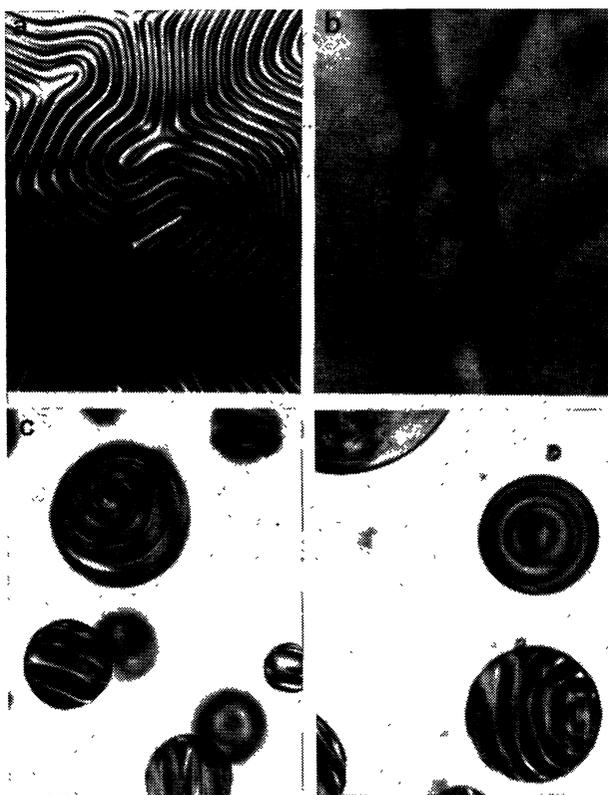


Planche 2. — Pincements élémentaires et hélices.

Fig. *a*, *c*, *d*. — Mésophase de même composition que sur la planche 1.

Fig. *b*. — Solution de benzoate de cholestérol dans le p. azoxy-anisol.

a : succession de pincements élémentaires associant des λ^+ et des λ^- , $\leftrightarrow \updownarrow$, $\times 210$.

b : lignes hélicoïdales simples et doubles en lumière naturelle, $\times 380$.

c : billes de germination de la mésophase au sein du liquide isotrope ; l'une d'elle examinée selon une incidence proche de son axe montre une spirale double ; $\leftrightarrow \leftrightarrow$, $\times 235$.

d : conditions d'observations semblables à celles de *c* ; une bille vue par l'axe présente des anneaux concentriques.

Une autre bille vue de profil est caractérisée par des strates cholestériques évassées.

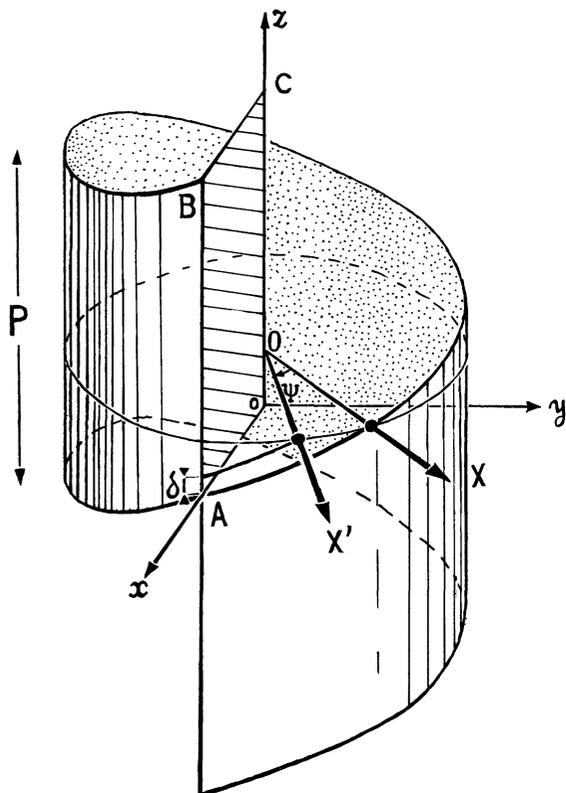


FIG. 10. — Engendrement hélicoïdal par un motif rectangulaire.

Comme $P = mp/2$, on a par conséquent :

$$\alpha = -\frac{m\Psi}{2} \quad (\text{Fig. 11}).$$

L'angle ϕ des molécules selon OX' avec la direction origine OX sera donné par $\phi = \left(1 - \frac{m}{2}\right) \psi$. La distribution des molécules correspond bien à une χ , puisque m est entier et son rang est

$$S = 1 - \frac{m}{2} = \frac{n}{2}. \quad (2)$$

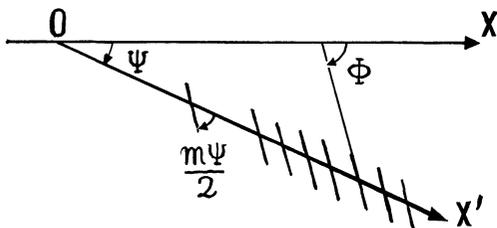


FIG. 11. — Figure obtenue dans le plan de cote Z.

On constate que la somme $S_1 + S_2$ des deux singularités obtenues en faisant tourner les motifs en sens inverses est égale à 2. L'une est en effet le complément de l'autre sur la sphère topologique. La figure 12 représente les principales disinclinaisons χ obtenues de cette manière. Les différentes valeurs de n , S et m ont été portées dans chaque cas étudié. Le cholestérique y est partout supposé dextre. L'axe des figures est souligné chaque fois qu'il porte une disinclinaison. Le motif

est représenté en grisé, à gauche et à droite de l'axe ; il y a évidemment décalage de $P/2$ entre ces deux positions. L'engendrement hélicoïdal est mis en relief par un brin d'hélice de pas P . Les courbes d'alignement des molécules dans un plan perpendiculaire à l'axe sont dessinées en regard des diverses possibilités analysées. On peut montrer que ces familles de courbes se déduisent les unes des autres par inversion pour des valeurs opposées de m .

Notons le cas particulier $m = 0$ qui correspond à un mouvement hélicoïdal de pas nul. Le motif se trouve au même niveau à gauche et à droite. L'arrangement des molécules varie le long de cette singularité selon les divers aspects indiqués en haut de la figure 9. C'est d'ailleurs le seul cas de disinclinaison qui donne ces changements de faciès. Certains de ces aspects sont leurs propres inverses. Les spirales logarithmiques dextres sont les inverses des spirales sénestres de même module. Dans le cas $m \neq 0$, les faciès d'un plan cholestérique donné se répètent hélicoïdalement. Il sera particulièrement utile de se reporter à cette figure 12 lorsque, connaissant le rapport P/p , on déterminera la nature d'une disinclinaison sur l'axe ou que l'on voudra savoir le rang de la χ à laquelle est équivalent à distance, un arrangement hélicoïdal.

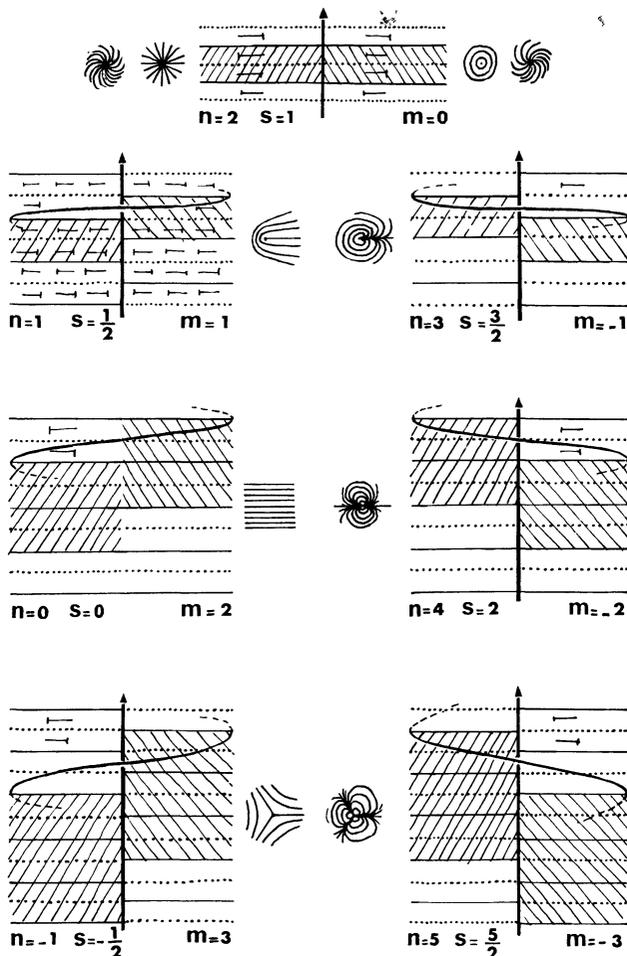


FIG. 12. — Les différentes χ et les engendrement hélicoïdaux correspondants.

IV. Paires hélicoïdales. — *a)* MOTIF CONTENANT UNE SINGULARITÉ LOIN DE L'AXE. — La singularité de répartition des molécules se répétera avec le pas P . Le cas le plus intéressant est celui d'une paire de disinclinaisons de type λ ou τ (Fig. 13). Nous avons rappelé

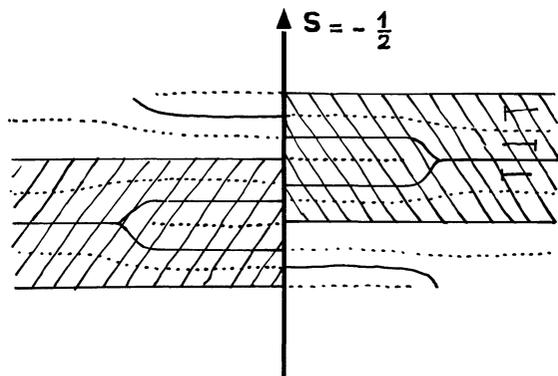


FIG. 13. — Présence d'une paire dans le motif.

dans la section I que de telles paires hélicoïdales doivent être de pas P , pour ne pas avoir une énergie de cœur trop grande, liée au processus de glissement. Nous considérerons donc d'abord des paires de pas p et nous montrerons ensuite comment l'on peut passer d'une paire de pas p à une paire de pas multiple $m \frac{p}{2}$ (§ *e*).

b) PASSAGE D'UNE PAIRE DE PAS p A LA PAIRE DE PAS OPPOSÉ. — Nous aurons aussi à considérer des paires qui s'enroulent en sens inverse du cholestérique. Le changement du signe de l'enroulement le long d'une paire sera évoqué au § *e*, mais cette notion nous sera utile dès le paragraphe suivant, et nous indiquons ici comment on peut l'introduire.

Considérons (Fig. 14*a*) une paire de pas p (équivalente encore à une dislocation de translation b ou une disinclinaison χ de rang S), et rajoutons le long d'une génératrice une disinclinaison $-S$. On peut identifier le système hélice + disinclinaison ($-S$) à une série de spires du type ABA'A ; chaque spire peut être réduite par glissement le long du cylindre à une spire circulaire qui est encore une boucle coin. Si l'on

rajoute une ligne centrale de rang S , on reconstitue un ensemble de singularités équivalent à longue distance à l'hélice originelle (Fig. 14*b*). On peut encore poursuivre le glissement de chaque spire jusqu'à obtenir un arc d'hélice enroulé en sens inverse de l'hélice de départ. En rajoutant une singularité $-S$ on rassemble ces spires en une hélice de pas opposé $-p$ et de rang opposé $-S$ à l'hélice de départ.

Un tel résultat est classique si l'on assimile la paire à une dislocation de translation. Notons cependant que, alors que la paire enroulée comme le cholestérique obéit au processus d'appariement de la section I, § *c* (nous dirons que c'est une paire parfaite), la paire enroulée en sens inverse se caractérise par un état excité du cœur beaucoup plus complexes (réf. 9). Cependant son processus d'engendrement par rotation hélicoïdale du motif laisse présager qu'elle n'est pas d'énergie très différente de la paire parfaite enroulée en sens inverse.

c) PAIRES DE PAS p . — La figure 13 fait apparaître une propriété essentielle des paires hélicoïdales, celle de changer le pas d'une partie du milieu : l'intérieur ou l'extérieur du cylindre. Nous considérerons ces deux cas successivement.

1. Paires de pas p modifiant le milieu intérieur. — Une telle paire peut introduire ν demi-pas cholestériques dans le milieu intérieur. Plusieurs exemples sont présentés sur la figure 15. (Le cholestérique y est supposé dextre dans tous les cas de figure sauf exception mentionnée). Le pas intérieur sera

$$p_i = \frac{2}{2 + \nu} p. \tag{3}$$

Utilisant la formule 2, on voit que, sur un circuit tracé dans le milieu intérieur et entourant l'axe de l'hélice, on mesure une disinclinaison de rang $S_i = -\nu/2$. De même sur un circuit extérieur $S_e = 0$. Entre ces deux circuits se trouve la singularité $S_h = S_e - S_i = \nu/2$.

On peut introduire ν demi-pas dans le milieu extérieur en s'arrangeant pour ne modifier que le milieu intérieur (en jouant sur des contractions ou des dilatations bien permises dans les figures). Ceci correspondra au cas $\nu = -1$ et $\nu = -2$ (Fig. 15). Là encore on a

$$S_i = -\frac{\nu}{2}, S_h = \frac{\nu}{2} \text{ et } S_e = 0.$$

Le cas limite $\nu = -2$ est intéressant. Le milieu intérieur a une singularité $S = 1$. Le pas intérieur devient infini et la mésophase peut se relaxer pour donner du nématique aligné en moyenne selon l'axe hélicoïdal 1 ou au contraire tournant autour de cet axe, selon que les singularités limites entre le cholestérique et le nématique sont des τ ou des λ . Les figures 15*d* et 15*e* sont topologiquement équiva-

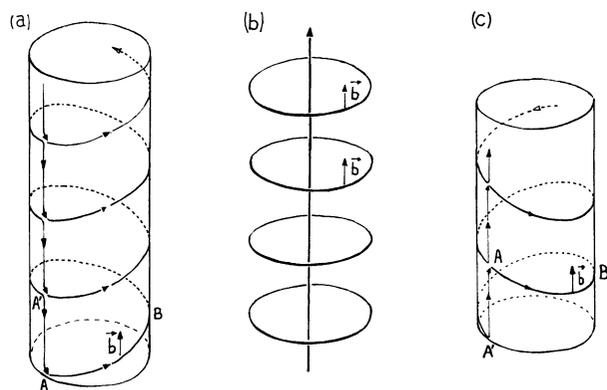


FIG. 14. — Passage d'une paire de pas p à une paire de pas $-p$.

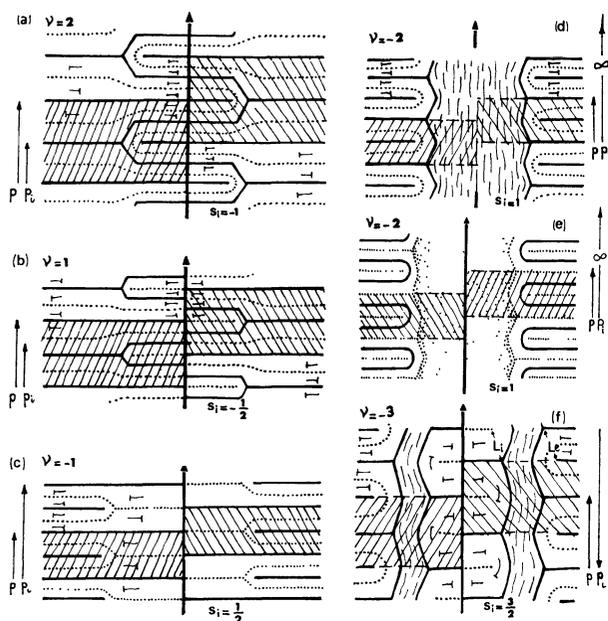


FIG. 15. — Paires de pas p modifiant le milieu intérieur.

lentes et diffèrent par l'énergie de cœur des disinclinaisons.

Il reste à envisager le cas $v < -2$. Nous considérerons par exemple $v = -3$. Ceci entraîne (Fig. 15 f)

$$S_i = \frac{3}{2}, S_h = -\frac{3}{2}, p_i = -2p.$$

Ce qui correspond clairement d'après les remarques faites au paragraphe précédent, à un milieu intérieur formé par un cholestérique de pas double et de sens inverse (donc sénestre sur la figure 15). Une autre possibilité serait encore que le milieu intérieur soit formé d'un cholestérique de même chiralité mais arrangé selon un motif hélicoïdal de pas $-p$, c'est-à-dire sénestre. La présence de nématique entre les milieux extérieur et intérieur permet alors l'arrangement des paires selon des hélices en sens inverses L_e et L_i . La singularité $S_h = -\frac{3}{2}$ est répartie dans le cas de la figure 15 entre deux paires, l'un externe $S_{he} = -1$ et l'autre interne $S_{hi} = -\frac{1}{2}$. L'autre hypothèse, à savoir que le milieu intérieur est formé d'un cholestérique de même chiralité que le milieu extérieur, entraîne que le pas de L_i est égal à $p_i/2$. Ceci correspond à un état excité assez complexe de la disinclinaison originelle : seule L_i est excitée, L_e conserve en effet une position « parfaite ».

2. Paires de pas p modifiant le milieu extérieur. — Pour une paire introduisant v demi-pas cholestériques, le pas extérieur devient :

$$p_e = \frac{2}{2+v} p. \tag{4}$$

Ceci conduit aux singularités :

$$S_i = 0, S_e = -\frac{v}{2}, S_h = -\frac{v}{2}.$$

La figure 16 représente les cas $v = +2, v = +1, v = -1, v = -2$.

Il y a une symétrie évidente entre ces cas de figure (Fig. 16) et ceux étudiés dans le paragraphe précédent. On trouve dans le cas $v < -2$ des situations analogues à celles étudiées sur la figure 15. Nous avons encore pris l'exemple $v = -3$ avec renversement des chiralités.

d) PAIRES DE PAS $-p$. — Toutes les configurations décrites ci-dessus ont leur analogue avec une hélice de pas $-p$. Les motifs en coupe selon l'axe hélicoïdal sont semblables, mais les distributions des singularités S'_e, S'_h, S'_i dans le plan cholestérique, sont différentes. On a d'ailleurs :

$$\begin{aligned} S'_e &= 2 - S_e \\ S'_i &= 2 - S_i \\ S'_h &= -S_h. \end{aligned} \tag{5}$$

Ces formules satisfont aux règles établies plus haut et à la relation d'addition sur les singularités

$$S_e = S_h + S_i$$

qui, appliquée à (5), redonne $S'_e = S'_h + S'_i$.

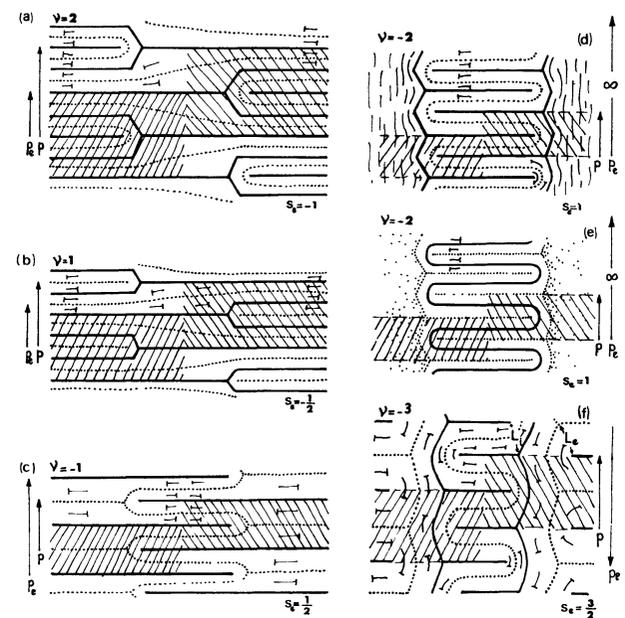


FIG. 16. — Paires de pas p modifiant le milieu extérieur

e) PAIRES HÉLICOÏDALES DE PAS QUELCONQUE. — Nous avons considéré plus haut les paires de pas p (et $-p$) qui déforment soit le milieu intérieur, soit le milieu extérieur. On peut généraliser les résultats obtenus en considérant des paires $S_h = v/2$ de pas p (et $-p$) qui déforment à la fois le milieu intérieur et le milieu extérieur, de façon à avoir :

$$v = v_i - v_e \tag{6}$$

c'est évidemment un artifice, qui permet d'éviter le problème du glissement, que de parler d'une paire de

pas p (ou $-p$), alors que le pas du cholestérique est, soit p_e , soit p_i ,

$$p_i = \frac{2}{2 + v_i} p \quad (3) \quad S_e = -\frac{v_e}{2}$$

$$p_e = \frac{2}{2 + v_e} p \quad (4) \quad S_i = -\frac{v_i}{2}$$

selon qu'on le mesure dans le milieu extérieur ou le milieu intérieur. En fait nous considérons ici, avec les équations (3) (4) et (6) un milieu non relaxé, car il est bien clair que, dans le cas par exemple où le milieu extérieur est prédominant, p_e va tendre vers la valeur d'équilibre p du pas cholestérique, et qu'il faut alors interpréter la formule (4) comme donnant le pas P réel de la paire selon l'expression

$$P = \frac{2 + v_e}{2} p. \quad (7)$$

De même, si le milieu intérieur est prédominant, on doit avoir

$$P = \frac{2 + v_i}{2} p. \quad (8)$$

En fin de compte, on voit que cet artifice de présentation permet d'obtenir des paires hélicoïdales de pas quelconque $P = \frac{m}{2} p$ (m entier positif ou négatif), que ce soit pour un milieu intérieur ou un milieu extérieur de pas p .

Revenons aux notations des formules (3), (4) et (6), c'est-à-dire avant relaxation des structures engendrées.

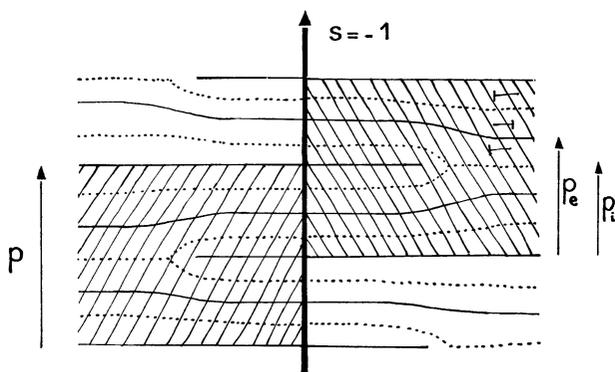


FIG. 17. — Paires de pas quelconques.

Nous avons représenté figure 17, le cas $v = 1$ avec $v_i = 2$ et $v_e = 1$, ce qui donne

$$p_e = \frac{2}{3} p; p_i = \frac{p}{2}; S_e = -\frac{1}{2}; S_i = -1.$$

Pour v donné, la paire peut se partager de diverses manières entre l'intérieur et l'extérieur, ce qui revient à faire varier parallèlement les rangs S_e et S_i . On a bien $S_h = S_e - S_i = v/2 = \text{constante}$.

Pour le cas $v = 1$ ($S_h = \frac{1}{2}$), il est intéressant de comparer les divers cas de figure : $S_e = \frac{1}{2}, S_i = 0$

(Fig. 18a, équivalente de la Fig. 16c) ; $S_e = 0, S_i = -\frac{1}{2}$ (Fig. 18b, équivalente de la Fig. 15b) et $S_e = -\frac{1}{2}, S_i = -1$ (Fig. 18c, équivalente de la Fig. 17). On constate que l'on passe de 18a ($S_e = \frac{1}{2}$) à 18b ($S_e = 0$), par l'adjonction d'un demi-pas cholestérique, ce qui nécessite l'introduction d'une dislocation-coin partant de l'axe pour aller à l'infini. On passe également de 18b à 18c par adjonction d'un demi-pas.

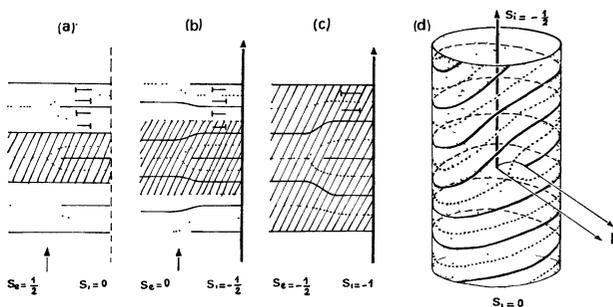


FIG. 18. — Trois motifs différents, correspondant à l'introduction dans le milieu extérieur d'un demi-pas cholestérique supplémentaire pas rapport au milieu intérieur. Le cylindre représenté en d résulte de l'association des motifs a et b. La section cylindrique a été réalisée au niveau des flèches en a et b. Les lignes noires hélicoïdales sur le cylindre correspondent à des λ .

Si on limite la figure à un cylindre dont l'axe est celui de l'engendrement hélicoïdal, le changement de pas apparaît comme un défaut dans la répétition des strates hélicoïdales. C'est ce qui est représenté sur la figure 18d, en prenant pour exemple le passage de la figure 18a, à la figure 18b. La disinclinaison χ portée par l'axe change de rang au niveau où s'intercale la dislocation-coin. La figure 18d, est construite en supposant que le rayon du cylindre est égal à la distance des dislocations λ à l'axe hélicoïdal dans les figures a et b (ces distances sont indiquées par les flèches). Les courbes en trait plein représentent le lieu des points où les molécules sont tangentes à la surface du cylindre et correspondent aux λ . Les pointillés figurent les molécules perpendiculaires à la surface. On notera que, dans la partie inférieure du cylindre, la paire de disinclinaison longe l'hélice en trait plein. Cette paire n'est portée que par un brin sur deux de la double hélice en trait plein de la partie supérieure du cylindre

Le problème, que nous venons de traiter, du changement de pas hélicoïdal s'enroulant toujours dans le même sens est différent de celui du passage du pas p au pas $-p$. Dans le premier cas, le rang S_h de la paire reste constant contrairement au pas. Seuls varient S_i et S_e ce qui demande l'addition d'une dislocation partant de l'axe pour aller à l'infini. Dans le second cas, S_i, S_e et S_h varient simultanément.

Considérons tout d'abord le cas simple : $S_i = 1, S_h = 0$. L'engendrement hélicoïdal est de pas nul et se réduit à un mouvement circulaire. On peut passer d'une telle zone cholestérique à un secteur où

$$S_i = 1 \pm \left| \frac{m}{2} \right|.$$

Dans les deux cas, suivant le signe adopté, il suffit d'introduire une strate supplémentaire, comme on l'a vu plus haut. On peut alors faire tendre vers zéro la région où $S_i = 1$ et l'encadrer par les deux zones pour lesquelles $S_i = 1 + \left| \frac{m}{2} \right|$, avec enroulement $+p$ ou, au contraire $S_i = 1 - \left| \frac{m}{2} \right|$ avec enroulement $-p$. On obtient alors une configuration représentée sur la figure 19. Le plan π médian présente un arrangement des molécules de type $S_i = 1$, sauf dans la zone de la disinclinaison de raccord L entre les parties supérieure et inférieure. Cette dislocation-coin est caractérisée par un vecteur de Burgers pour lequel $|\Delta b| = 2|1 - S_i| = |m|$ (S_i prend dans ce cas l'une des deux valeurs possibles dans les parties supérieure et inférieure).

Les strates cholestériques sont ployées au passage de L autour d'une λ^+ ou d'une τ^+ . Ceci revient à un basculement du motif comme il est indiqué sur la figure 19. Le cas le plus général où le motif contient lui-même une singularité sera traité de la même manière et la figure 19 a représente aussi bien le changement d'enroulement d'une paire liée au motif de pas $|p|$. On doit alors considérer que la ligne L n'a pas le même vecteur de Burgers tout du long. Entre l'axe et la paire, on a $\Delta b_i = 2(1 - S_i)$ et au-delà de la paire $\Delta b_e = 2(1 - S_i - S_h) = 2(1 - S_e)$. On note d'ailleurs sur cette formule que, si le milieu extérieur à la paire est nématique, $\Delta b_2 = 0$. La singularité L raccorde la paire à l'axe hélicoïdal.

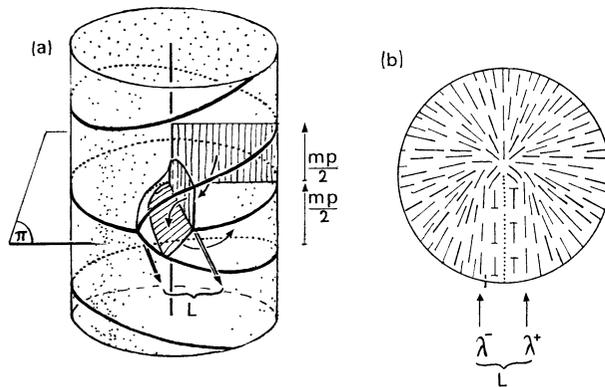


FIG. 19. — a) Schéma du repliement des strates cholestériques pour le passage de

$$S_i = 1 - \left| \frac{m}{2} \right| \text{ à } S_i = 1 + \left| \frac{m}{2} \right|;$$

b) Répartition des molécules dans le plan π quand le motif correspond à $m = 1$.

f) **PAIRES HÉLICOÏDALES MULTIPLES.** — Dans le cas le plus simple, on peut placer deux paires hélicoïdales de pas p dans un même motif. On peut également partir d'un motif contenant une seule paire et introduire sur l'axe de l'hélice une dislocation-vis, de vecteur de Burgers égal à p s'il n'y a pas d'autre singu-

larité sur l'axe. Cette opération est représentée sur la figure 20, où l'on a supposé que la dislocation déplace la partie postérieure de la surface de coupure. Supposons par exemple que la paire hélicoïdale ait pour rang $S_h = -v/2$ et que, seul, le milieu extérieur est modifié par l'introduction de la paire (nous reprenons ici les notations du paragraphe IV, 2). On a

$$p_e = \frac{2}{2+v} p; \quad S_i = 0; \quad S_e = -\frac{v}{2}$$

(on est dans le cas de la figure 15 d ou e).

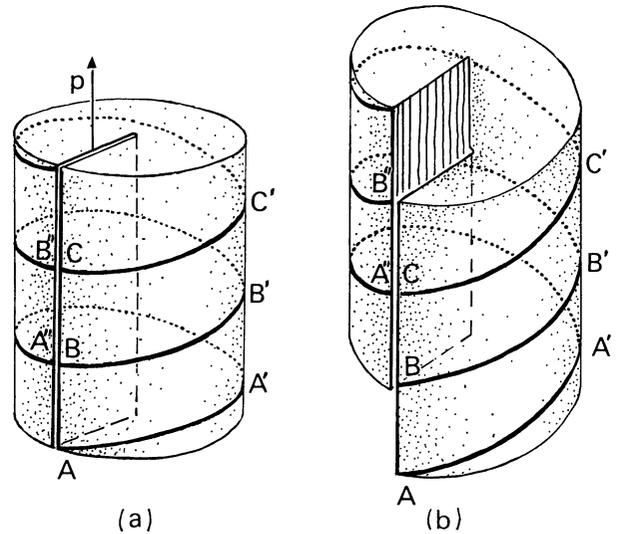


FIG. 20. — Introduction d'une dislocation-vis sur l'engendrement hélicoïdal d'une paire.

Après introduction de la singularité sur l'axe, on a $S_i = -1$, le pas intérieur ayant doublé. De plus, on a $S_h = -v$ et $S_e = -1 - v$. Un cas intéressant est celui où le doublement de l'hélice ne modifie pas le milieu extérieur. Ceci donne $-v/2 = -1 - v$, soit $v = -2$ et $S_e = +1$. Le milieu extérieur est nématique. Avant doublement de la paire, on est dans le cas de la figure 16 d ou e. Après doublement de la paire, on obtient en coupe méridienne la même figure, mais l'axe porte une χ de rang $S = -1$.

Cette règle s'étend au cas d'une paire hélicoïdale de pas $P = (m/2)p$ (P est le pas du motif; cf. éq. (8)) que l'on peut doubler par introduction d'une dislocation-vis sur l'axe de vecteur de Burgers $(m/2)p$, c'est-à-dire $\Delta S_i = -(m/2)$. Avant cette opération, on a $S_i = 1 - (m/2)$, $S_e = S_i + S_h$. Après avoir introduit la dislocation-vis on obtient :

$$S'_i = 1 - m, \quad S'_h = 2 S_h \quad \text{et} \quad S'_e = S'_i + 2 S_h,$$

soit encore

$$S'_e = -1 + 2 S_e.$$

L'extérieur n'aura pas évolué si $S_e = 1$, c'est-à-dire si l'arrangement cholestérique est immergé dans du nématique.

V. Paires hélicoïdales proches de l'axe. — Ce problème est complexe au point de vue topologique dans son étude la plus générale. Nous nous contenterons de donner quelques indications sur certains arrangements des molécules qui, tout en conservant les propriétés topologiques énumérées plus haut, sont peut-être favorisés lorsque la singularité est proche de l'axe. Une étude plus détaillée demanderait des calculs d'énergie.

Dans un engendrement hélicoïdal dont le pas est différent de celui du cholestérique, la stratification prend elle-même une forme hélicoïdale. L'axe cholestérique est pratiquement parallèle à l'axe d'engendrement hélicoïdal pour les molécules qui en sont éloignées. A proche distance de l'axe, on peut penser que les couches cholestériques étant très inclinées, il en est de même des axes de rotation des disinclinai-
sons λ et τ qui y sont contenues. De plus, les lignes elles-mêmes, doivent selon toute vraisemblance, rester tangentes aux axes de rotation, sans quoi elles correspondraient à des états très excités. Cette dernière possibilité ne doit cependant pas être exclue totalement.

Les axes cholestériques étant de plus en plus inclinés par rapport à l'axe d'engendrement hélicoïdal, jusqu'à lui être perpendiculaires en son proche voisinage, il faut admettre que les molécules lui sont parallèles dans cette région. On est conduit dans de nombreux cas à admettre l'existence d'une fibre nématique axiale. Celle-ci n'est d'ailleurs pas forcément rectiligne ; elle peut être légèrement hélicoïdale et son diamètre reste difficile à définir.

Les arrangements dessinés sur la figure 21 correspondent à une même valeur définie du demi-pas cholestérique, mais on peut leur associer un motif hélicoïdal dont le pas P en sera un multiple entier quelconque.

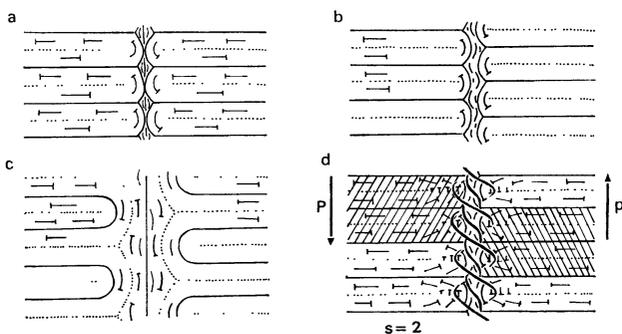


FIG. 21. — Paires proches de l'axe

a) b) c) divers types de motifs,
d) paires conduisant à une $S = 2$. Dessin superposé des λ^+ et τ^- hélicoïdales. Tentative de représentation des orientations moléculaires dans le plan méridien.

Il faut observer qu'en toute rigueur, ces schémas ne correspondent pas à l'exacte disposition des molécules dans le plan méridien. Par exemple, sur les figures 21a et b, l'engendrement hélicoïdal conduit à

observer les λ^+ en coupe oblique et les τ^- sont probablement excités. Un arrangement ne faisant intervenir que des λ est indiqué sur la figure 21c. Nous avons représenté sur la figure 21d une double paire équivalente à une χ de rang $S = 2$. Les paires de disinclinai-
sons proches de l'axe sont donc équivalentes à grandes distance à des disinclinai-
sons χ .

VI. Remarques sur la structure des bâtonnets cholestériques. — La question des paires de disinclinai-
sons proches de l'axe intervient dans l'étude des extrémités des billes et bâtonnets cholestériques en émulsion dans la phase isotrope. Cette question fera l'objet d'une prochaine publication [15]. Etudions d'abord le cas où le bâtonnet ne contient que des dislocations de surface correspondant à l'interruption des strates cholestériques par la phase isotrope. Supposons le bâtonnet limité par un ellipsoïde de révolution peu

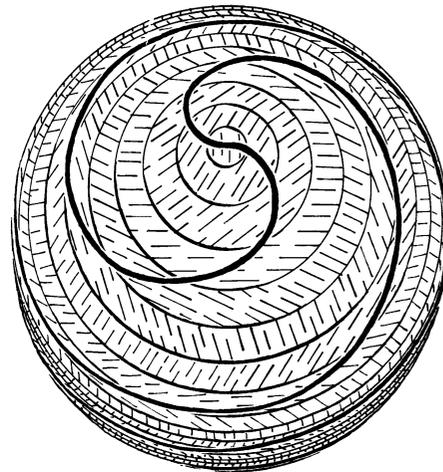


FIG. 22. — Billes ou bâtonnets vus par une des extrémités.

allongé ou même réduit à une sphère et qu'il n'y ait aucun réarrangement des molécules en surface. On peut alors vérifier que le lieu des points où les molécules sont tangentes à la surface forme une spirale double à chaque extrémité (Fig. 22). Si l'on tient compte des observations du paragraphe II concernant les arrangements au proche voisinage de la phase isotrope, ces courbes correspondent à des λ^- superficielles qui alternent avec des τ^+ , ainsi qu'en rendent compte les figures 23 a et a'.

Supposons maintenant que l'on introduise sur l'axe du bâtonnet une χ de rang $S = 1$ ($n = 2$). Les lignes spirales sont remplacées par des cercles parallèles se relayant à des niveaux équidistants sur la surface de la bille ou du bâtonnet. Les réarrangements de surface au contact de la phase isotrope comporteront donc des λ^- et des τ^+ disposées suivant des cercles équidistants, de même axe (Fig. 23b, b').

Les figures c et d de la planche II, représentant certaines de ces billes photographiées dans les mêmes conditions, pourraient être entre elles comme ces deux types d'agencements théoriques que nous venons de

décrire. Nous éviterons cependant d'être affirmatifs car il est encore difficile de rendre compte de l'ensemble des aspects observés.

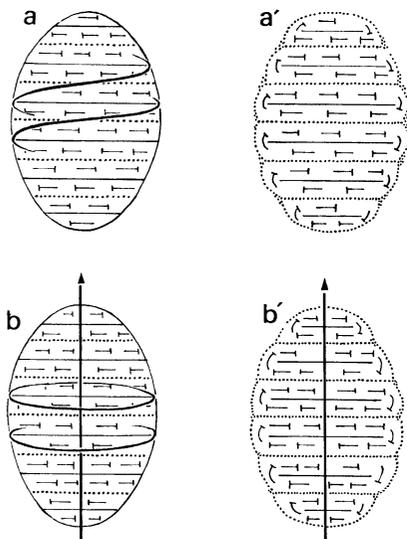


FIG. 23. — Morphologie des bâtonnets :

- a) coupe d'une mésophase cholestérique par un ellipsoïde de révolution allongée (selon l'axe cholestérique).
 a') réarrangement des molécules en surface,
 b) et b') présence d'une dislocation $S = 1$ sur l'axe.

Conclusions. — Certains des aspects que nous venons de développer à propos des paires de dislocations hélicoïdales pourront paraître un peu abusifs. Nous avons considéré en effet des régions où le pas cholestérique change brutalement, alors que l'expérience courante nous apprend en général qu'il n'en est pas ainsi. Le pas est cependant susceptible de varier dans certains secteurs et par exemple au proche voisinage des coniques dans les mésophases arrangées en domaines focaux. Ces lignes représentent d'ailleurs

un maximum du pas cholestérique. L'extension de ces zones paraît suffisante pour y introduire des demi-pas supplémentaires, afin que soit respectée la torsion. La périodicité peut ne pas être régulière par manque d'homogénéité du mélange ou par des différences de températures même petites au sein de la préparation. Ces grandeurs physiques tendent à s'égaliser et il en est de même pour le pas cholestérique. Cependant les séries de paires pourront subsister et servir de surface de raccordement entre des régions dont les strates ont des orientations notablement différentes.

Nous avons vu que les paires hélicoïdales sont équivalentes à partir d'une certaine distance aux lignes de disinclinaison χ . On est en droit de se demander si les molécules du proche voisinage de ces dislocations ne sont pas distribuées selon l'ordonnance des paires hélicoïdales en permettant le partage de l'énergie de cœur qui pourrait être prohibitive pour certaines χ . Dans un cholestérique en équilibre, aux disinclinaisons χ de la théorie classique se substitueraient alors probablement des paires hélicoïdales proches de l'axe. L'étude de la topologie de ces configurations devra être approfondie.

Il nous a semblé également intéressant de montrer par des exemples nombreux que les opérations usuelles de la théorie des dislocations sont applicables aux paires hélicoïdales dans les cholestériques. Nous n'entendons pas par là que tous les arrangements proposés ci-dessus soient réalisés dans les mésophases cholestériques et leurs analogues, et il est clair que des considérations énergétiques seraient nécessaires pour aller plus loin. En outre, d'autres configurations topologiquement différentes pourraient intervenir.

Remerciements. — Nous sommes reconnaissants à MM. J. Friedel et G. Durand pour de nombreuses discussions.

Bibliographie

- [1] FRIEDEL (G.), *Ann. Physique*, 1922, **18**, 273.
 [2] GRANDJEAN (F.), *C. R. Acad. Sci. Paris.*, 1921, **172**, 71.
 CANO (R.), Thèse, Montpellier, 1966.
 [3] Orsay Liquid Crystal Group., *Phys. Lett.*, 1969, **28 A**, 687.
 [4] KLÉMAN (M.) et FRIEDEL (J.), *J. Physique*, 1969, **30**, C 4-43.
 [5] BOULIGAND (Y.), SOYER (M. O.) et PUISEUX-DAO (S.), *Chromosoma* (Berlin), 1968, **24**, 251-287.
 [6] BOULIGAND (Y.), *J. Physique*, 1969, **30**, C 4-90.
 [7] PICKEN (L.), *Organization of cells and other organisms* (Oxford), Clarendon Press, 1962, p. 405-412.
 [8] HARRIS (W. F.), *Conference on fundamental Aspects of dislocation Theory*. Gaithersburg, 1969, sous presse.
 [9] FRIEDEL (J.) et KLÉMAN (M.), idem, sous presse.
 [10] FRANK (F. C.), *Disc. Far. Soc.*, 1958, **25**, 19.
 [11] NABARRO (F. R. N.), *Theory of Crystal Dislocation*. Clarendon Press Oxford, 1967, Chap. III.
 [12] OSEEN (C. W.), *Trans. Far. Soc.*, 1933, **29**, 883.
 [13] FRÉCHET (M.) et KY FAN, *Introduction à la topologie combinatoire* Vuibert, 1946.
 [14] ROBINSON (C.), dans *Liquid Crystals*, p. 147, Gordon and Breach. Londres, 1966.
 [15] BOULIGAND (Y.), en préparation.