

Corrélation β -polarisation circulaire γ . Éléments de matrice nucléaires des transitions β . Cas du 86Rb

J.B. Viano, J.C. Renard, J. Menet, P. de Saintignon, A. Laverne, P.

Depommier

► To cite this version:

J.B. Viano, J.C. Renard, J. Menet, P. de Saintignon, A. Laverne, et al.. Corrélation β -polarisation circulaire γ . Éléments de matrice nucléaires des transitions β . Cas du 86Rb. Journal de Physique, 1969, 30 (10), pp.763-772. 10.1051/jphys:019690030010076300. jpa-00206839

HAL Id: jpa-00206839 https://hal.science/jpa-00206839

Submitted on 4 Feb 2008 $\,$

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers. L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

CORRÉLATION β-POLARISATION CIRCULAIRE γ ÉLÉMENTS DE MATRICE NUCLÉAIRES DES TRANSITIONS β. CAS DU ⁸⁶Rb

Par J. B. VIANO, J. C. RENARD (¹), J. MENET, P. DE SAINTIGNON, A. LAVERNE et P. DEPOMMIER (²),

Institut des Sciences Nucléaires, Université de Grenoble.

(Reçu le 5 juin 1969.)

Résumé. — En vue de la détermination des éléments de matrice nucléaires (E.M.N.) de la transition β ⁸⁶Rb (2⁻) \rightarrow ⁸⁶Sr (2⁺; 1,08 MeV), on a mesuré la polarisation circulaire du γ de 1,08 MeV, en coïncidence avec le spectre β , pour différentes valeurs de l'angle $\theta_{\beta\gamma}$. Les résultats obtenus ne sont pas en accord avec des mesures antérieures.

Ces résultats expérimentaux, ainsi que ceux relatifs à la corrélation directionnelle β - γ et au facteur de forme du spectre β , ont été utilisés pour déterminer les six E.M.N., par ajustement des expressions théoriques de Morita et Morita aux données expérimentales. Les valeurs obtenues pour les E.M.N. sont comparées aux prédictions théoriques de S. Walhborn. Certaines conclusions de Walhborn pourraient être modifiées.

Abstract. — In order to determine the nuclear matrix elements (N.M.E.) for the β transition ⁸⁶Rb (2⁻; g.s.) \rightarrow ⁸⁶Sr (2⁺; 1.08 MeV), we measured the circular polarization of the 1.08 MeV γ in coincidence with the β spectrum for a few values of the angle $\theta_{\beta\gamma}$. The results are not in agreement with previous experiments.

Our data and those from β - γ directional correlation and β spectrum shape factor were used to derive the six N.M.E. by fitting the experimental data with Morita and Morita's theoretical expressions. The N.M.E. obtained are compared with Walhborn's theoretical predictions. Some of his conclusions might have to be modified.

I. Introduction. — Depuis une dizaine d'années, notre connaissance de la physique des interactions faibles a considérablement progressé, grâce à de nombreux travaux expérimentaux et théoriques stimulés par l'hypothèse de la non-conservation de la parité [1]. La radioactivité β , forme particulière des interactions faibles dans le domaine des basses énergies, a contribué dans une large mesure à clarifier le problème (expériences sur la polarisation longitudinale des électrons et des positrons, sur l'hélicité du neutrino, sur la désintégration des neutrons polarisés, etc.) et elle a d'autre part bénéficié des résultats obtenus dans d'autres domaines d'énergie.

Or, dans la radioactivité β , apparaissent deux aspects qui sont intimement liés [2, 3] :

a) Le mécanisme de l'interaction que l'on connaît comme essentiellement décrite par une forme V-1,18 A, les termes supplémentaires (pseudo-scalaire induit, magnétisme faible) étant très petits à faible moment de transfert.

b) La structure des noyaux, qui intervient par l'intermédiaire des éléments de matrice nucléaires. Ceux-ci sont de la forme $\langle \Psi_f | O_{\mu} | \Psi_i \rangle$ où Ψ_i et Ψ_f représentent les fonctions d'onde des noyaux initial et final, les opérateurs O_{μ} étant caractéristiques de l'interaction.

Dans certains cas (transitions permises du type Fermi ou Gamow-Teller), les grandeurs observables dépendent d'un seul élément de matrice nucléaire, et, dans des cas particuliers (par exemple transitions de Fermi entre états isobariques analogues), cet élément de matrice peut être calculé avec confiance. C'est précisément ce genre de transitions qui peuvent être utilisées pour obtenir des informations sur le mécanisme de l'interaction.

Le point de vue adopté dans cet article est tout à fait différent. Nous supposons connu le mécanisme de l'interaction β , et nous avons à notre disposition tout le formalisme mathématique reliant les grandeurs observables aux éléments de matrice nucléaires, formalisme développé par de nombreux auteurs [4]. Les formules en question contiennent également les expressions des fonctions d'onde radiales de l'électron dans le champ coulombien du noyau. Or, il existe actuellement des tables complètes de ces fonctions d'onde, calculées en tenant compte de l'extension finie du noyau [5]; l'interaction coulombienne électron-noyau peut donc être traitée correctement. Les inconnues du problème sont alors les éléments de matrice nucléaires, que l'on peut espérer extraire des résultats expérimentaux en utilisant le formalisme dont on vient de parler. La dernière étape consiste alors à tenter une comparaison

 ⁽¹⁾ Adresse actuelle : Alcatel, 91-Bruyères-le-Châtel.
 (2) Adresse actuelle : Université de Montréal, Case pos-

^{(&}lt;sup>2</sup>) Adresse actuelle : Université de Montréal, Case pos tale nº 6128, Montréal 3, Canada.

de ces éléments de matrice déduits de l'expérience avec les valeurs calculées à partir de modèles nucléaires. Il faut reconnaître que l'état actuel des modèles nucléaires ne permet pas, sauf cas très particuliers, de calculer de façon sûre des éléments de matrice nucléaires β . Les valeurs théoriques sont en général beaucoup trop élevées et, très souvent, elles dépendent fortement de petits mélanges de configurations, d'où le caractère arbitraire de leur détermination.

Malgré ces difficultés, on peut espérer que les interactions faibles pourront servir à l'étude de la structure nucléaire, à l'image des interactions électromagnétiques qui ont été, et sont encore, un outil remarquable pour la détermination des propriétés des noyaux. De ce point de vue, on pourrait comparer l'extraction des éléments de matrice β à celle des facteurs spectroscopiques obtenus à partir des réactions nucléaires directes en utilisant des méthodes telles que D.W.B.A., équations couplées, etc. Évidemment, la détermination des éléments de matrice β est limitée aux seuls nuclides présentant des propriétés convenables et aux seuls niveaux alimentés par les désintégrations considérées.

Pourtant, on sait que dans le cas de nombreuses transitions permises mixtes (deux éléments de matrice) on a pu déterminer des valeurs de $M_{\rm F}$, élément de matrice de Fermi. Cette étude s'est révélée particulièrement intéressante dans le cas des transitions β avec changement de spin isobarique. Si on admet la théorie du Courant Vectoriel Conservé (théorie C.V.C.) [6], la présence d'un élément de matrice $M_{\rm F}$ différent de zéro donne une mesure des impuretés de spin isobarique [7]. Parfois, les résultats expérimentaux ont été analysés dans le sens de la recherche d'une dépendance de charge des forces nucléaires [8].

Dans le cas des transitions β une fois interdites, considérées dans cet article, la situation est considérablement plus compliquée car le nombre d'éléments de matrice est en général plus élevé (il est de six dans une transition $2^- \rightarrow 2^+$). Cependant, il est possible de mesurer ces éléments de matrice grâce à la richesse des informations expérimentales : puisque les interactions faibles ne conservent pas la parité, on peut mesurer non seulement des grandeurs scalaires (probabilité totale de la transition, forme du spectre des électrons, corrélation angulaire β-γ si la désintégration β conduit à un niveau excité), mais aussi des grandeurs pseudo-scalaires (polarisation longitudinale des électrons, corrélation électron-polarisation circulaire du photon de désexcitation). Nous allons dans cet article montrer, sur un cas favorable pour l'expérimentateur (peut-être pas pour le théoricien), comment s'effectue cette détermination des éléments de matrice nucléaires et les résultats auxquels elle conduit.

II. La désintégration β du ⁸⁶Rb. — Nous nous intéressons à la désintégration β^- du ⁸⁶Rb fondamental (spin et parité : 2⁻) vers le premier niveau excité du ⁸⁶Sr (2⁺), suivie de l'émission d'un γ de 1,08 MeV vers le fondamental 0^+ (*fig.* 1). Le rapport d'embranchement de cette transition est faible, 9 %, le reste des désintégrations se faisant directement vers le fondamental du ⁸⁶Sr (transition $2^- \rightarrow 0^+$ dite « unique »,



FIG. 1. — Schéma de désintégration du ⁸⁶Rb.

ne faisant intervenir qu'un seul élément de matrice $\int B_{ij}$). La période du ⁸⁶Rb est de 19 jours. Cet isotope s'obtient facilement par capture de neutrons.

La transition β considérée est du type $2^- \rightarrow 2^+$ et fait intervenir six éléments de matrice M_i $(i = 1 \ge 6)$ désignés suivant la notation habituelle par :

$$\int \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{r} \text{ et } \int i\gamma_5 \qquad \text{ordre tensoriel zéro}$$
$$\int \mathbf{r}, \int i\boldsymbol{\sigma} \wedge \mathbf{r}, \int i\boldsymbol{\alpha} \qquad \text{ordre tensoriel un}$$
$$\int B_{ij} \qquad \text{ordre tensoriel deux.}$$

Puisque nous nous intéressons à des expériences faisant intervenir la polarisation circulaire du γ , nous devons utiliser la formule générale [4] :

$$egin{aligned} N(heta_{eta\gamma},\,W, au) &= A_0(W,\,M_i) \,+ au A_1(W,\,M_i) \; P_1\left(\cos heta_{eta\gamma}
ight) \ &+ A_2(W,\,M_i) \; P_2\left(\cos heta_{eta\gamma}
ight) + au A_3(W,\,M_i) \; P_3\left(\cos heta_{eta\gamma}
ight) \end{aligned}$$

dans le cas d'une transition $2^- \rightarrow 2^+ \rightarrow 0^+$. $N(\theta_{\beta\gamma}, W, \tau)$ représente la probabilité d'observer un électron d'énergie totale W suivi par un γ de polarisation circulaire τ ($\tau = 1$ ou -1 suivant que la polarisation est droite ou gauche) avec un angle $\theta_{\beta\gamma}$ entre électron et photon. P_1, P_2, P_3 sont les polynômes de Legendre. Les coefficients A_0, A_1, A_2, A_3 sont des fonctions de l'énergie W de l'électron contenant comme paramètres les éléments de matrice nucléaires M_i .

Si l'on n'observe pas la polarisation circulaire du γ , on doit sommer sur $\tau = \pm 1$; d'où le résultat :

$$N(\theta_{\beta\gamma}, W) = A_0(W, M_i) + A_2(W, M_i) P_2 (\cos \theta_{\beta\gamma}).$$

C'est la corrélation angulaire β - γ . Si l'on n'observe pas le photon en coïncidence avec le β , il faut intégrer sur $\theta_{\beta\gamma}$; on obtient :

$$N(W) = A_0(W, M_i).$$

C'est le facteur de forme du spectre β ; il est défini par :

$$d\lambda/dW = A_0(W, M_i) F_0(Z, W) pWq^2/(2\pi^3)$$

- λ est la probabilité de désintégration par unité de temps,
- p, l'impulsion de l'électron : $p = \sqrt{W^2 1}$ (la masse de l'électron est prise égale à l'unité).
- -- q, l'impulsion du neutrino : $q = W_0 W$ (W_0 : énergie maximale de l'électron).
- $F_0(Z, W)$, la fonction de Fermi.

Enfin, si l'on ne sélectionne pas l'énergie de l'électron, il faut intégrer sur W. On obtient la probabilité totale de transition (t: période partielle de la transition) :

$$\begin{split} \lambda \, &= \, \mathrm{Log} \, \, 2/t \\ &= \, \int_1^{W_0} F_0(Z, \ W) \ A_0(W, \ M_i) \ p \, Wq^2 \, \mathrm{d} \, W/(2\pi^3). \end{split}$$

On voit donc que la mesure de la forme du spectre β fournit la fonction $A_0(W, M_i)$ à un facteur près que la valeur de t permet de fixer. Une mesure de la corrélation angulaire β - γ en fonction de W donne le rapport $A_2(W, M_i)/A_0(W, M_i)$. Enfin, une mesure de la corrélation β - γ polarisé circulairement pour plusieurs valeurs de $\theta_{\beta\gamma}$ ou pour plusieurs valeurs de W donnera les rapports $A_1(\tilde{W}, M_i)/A_0(W, M_i)$ et $A_3(W, M_i)/A_0(W, M_i)$. Dans notre travail, la corrélation β - γ polarisé circulairement a été mesurée pour différentes valeurs de $\theta_{\beta\gamma}$, mais en acceptant les énergies β dans une bande assez large; nous obtenons donc des valeurs moyennes A_1/A_0 et A_3/A_0 sur la bande d'énergie. Nous utilisons en outre les valeurs de $A_2(W, M_i)/A_0(W, M_i)$ données par de nombreux auteurs [9, 10, 11, 12] et enfin l'expression de $A_0(W, M_i)$ mesurée dans notre laboratoire [13]. On dispose donc des informations :

$$A_0(W, M_i), A_2(W, M_i)/A_0(W, M_i), \overline{A_1/A_0} \text{ et } \overline{A_3/A_0}.$$

Dans un programme de calcul, les éléments de matrice nucléaires M_i sont traités comme des paramètres ajustables jusqu'à ce que les expressions calculées de A_0 , A_1 , A_2 , A_3 reproduisent bien les résultats expérimentaux. Cette recherche des éléments de matrice se fait par une méthode bien connue, qui consiste à minimiser une expression de la forme :

$$\chi^2 = \sum_i [f_j^{ ext{exp}} - f_j^{ ext{th}}(M_i)]^2 / (\Delta f_j^{ ext{exp}})^2$$

la somme portant sur toutes les informations f_j disponibles. f_j^{gxp} est la valeur mesurée, Δf_j^{gxp} son incertitude, et $f_j^{\text{th}}(M_i)$ la valeur calculée à partir des formules théoriques avec les valeurs M_i des éléments de matrice.

Mais cette méthode ne conduit pas forcément à un résultat pour les six éléments de matrice. Un cas particulièrement évident est celui de « l'approximation $\xi \gg [14]$. On peut montrer que si le paramètre $\xi = \frac{\alpha Z}{2\rho}$ ($\alpha = 1/137$, Z charge du noyau final, ρ son rayon) est tel que $\xi \gg W_0$, énergie maximale de la transition, les différentes grandeurs observables ne sont pas très sensibles aux valeurs individuelles des éléments de matrice. Par exemple, le facteur de forme du spectre β peut se développer de la manière suivante :

$$O(\xi^2) + O(\xi) + O(1)$$

le terme prépondérant $O(\xi^2)$ est indépendant de l'énergie; il est de la forme $V^2 + Y^2$ où V est une certaine combinaison des éléments de matrice d'ordre tensoriel zéro et Y une combinaison des termes d'ordre

un [15]. L'élément $|B_{ij}$, d'ordre tensoriel deux, n'inter-

vient que dans le terme O(1). Pratiquement, on ne pourra déterminer que $V^2 + Y^2$. De la même façon, une mesure de la corrélation β - γ polarisé circulairement ne fournira que le rapport Y/V. Une transition où l'approximation ξ est applicable n'est donc pas *a priori* un cas favorable pour la détermination des éléments de matrice séparément. Dans le cas de la transition $2^- \rightarrow 2^+$ du ⁸⁶Rb, on a $\xi = 10,1$ et $W_0 = 2,4$. Pourtant, on sait que l'approximation ξ n'est sûrement pas valable dans ce cas : la corrélation angulaire β - γ par exemple suffit pour le montrer. On connaît deux raisons pour lesquelles l'approximation ξ peut n'être pas satisfaite, en dehors du cas où $\xi < W_0$ [15] :

a) L'effet d'annulation : le terme en $O(\xi^2)$ est considérablement réduit par suite de relations particulières entre les éléments de matrice d'ordre zéro et un.

b) L'effet de règle de sélection : tous les éléments de matrice d'ordre zéro et un sont fortement réduits par le jeu d'une règle de sélection approximative. Dans le cas du ⁸⁶Rb, on observe effectivement le résultat de la règle de sélection dite « interdiction j ». Si on admet, ce qui n'est sûrement pas très exact, que la désinté-gration considérée est décrite par une transition à une particule :

neutron
$$g 9/2 \rightarrow \operatorname{proton} f 5/2$$

on a une variation $\Delta j = 2$. Dans ce cas, seul l'élément de matrice $\int B_{ij}$ est différent de zéro. La transition présente tous les caractères d'une transition unique. Ce n'est évidemment pas ce qu'on observe. Les configurations du modèle des couches ne sont pas pures, et l'interdiction j ne peut s'appliquer rigoureusement: L'approximation ξ non plus. On se trouve donc dans un cas intéressant pour la détermination des éléments de matrice nucléaires.

Dans ce qui suit, nous allons d'abord décrire une expérience de mesure de la corrélation β - γ polarisé. Nous montrerons ensuite comment on détermine les éléments de matrice nucléaires à partir des informations expérimentales. III. Mesure de la polarisation circulaire des photons du ⁸⁶Sr. — III.1. PRINCIPE DE LA MÉTHODE [2]. — Du fait de la non-conservation de la parité, les γ émis en coïncidence avec les électrons possèdent une polarisation circulaire. Le degré de polarisation circulaire s'obtient à partir de la fonction de corrélation $N(\theta_{\beta\gamma}, W, \tau)$:

$$P_{\rm c} = \frac{N(\theta_{\beta\gamma}, W, 1) - N(\theta_{\beta\gamma}, W, -1)}{N(\theta_{\beta\gamma}, W, 1) + N(\theta_{\beta\gamma}, W, -1)}.$$

En utilisant l'expression de N, on trouve pour la transition $2^- \to 2^+$ du ${\rm ^{86}Rb}$:

$$P_{\rm c} = \frac{A_1 P_1 \left(\cos \theta_{\beta \gamma}\right) + A_3 P_3 \left(\cos \theta_{\beta \gamma}\right)}{A_0 + A_2 P_2 \left(\cos \theta_{\beta \gamma}\right)}$$

Connaissant A_2/A_0 , on peut calculer A_1/A_0 et A_3/A_0 en mesurant P_c pour différentes valeurs de l'angle $\theta_{\beta\gamma}$.

Pour cela, on utilise la diffusion Compton des γ sur les électrons atomiques du fer, électrons orientés à l'aide d'un champ magnétique. La section efficace différentielle de diffusion est de la forme [16] :

$$\mathrm{d}\sigma/\mathrm{d}\Omega=\Phi_0+P_1\Phi_1+fP_c\Phi_c$$

- Φ_0, Φ_1, Φ_c sont des fonctions dépendant des différents angles intervenant dans la diffusion et des impulsions du photon avant et après le choc,
- f est la fraction d'électrons orientés dans le fer (7 à 8 %),
- P_1 et P_c sont les degrés de polarisations linéaire et circulaire des photons.

Lorsqu'on renverse le sens du champ magnétique, $\Phi_{\rm c}$ change de signe, les autres quantités restent inchangées. Soient N^+ et N^- les nombres de γ que l'on compte alternativement pour les deux sens du champ. La différence relative des comptages est :

$$E = 2 \, rac{N^+ - N^-}{N^+ + N^-} = rac{2 f P_{
m c} \Phi_{
m c}}{\Phi_{
m 0} + P_{
m 1} \Phi_{
m 1}}.$$

Dans le cas de ⁸⁶Rb, $P_1 \Phi_1$ est négligeable devant Φ_0 [17]. La connaissance du facteur $2f \Phi_c / \Phi_0$ permet alors de connaître P_c à partir de l'effet *E*.

III.2. APPAREILLAGE [17]. — Le diffuseur est un cylindre en alliage à haute perméabilité A.F.K.2. Le circuit magnétique est refermé par une carcasse de fer doux. Le champ magnétique est créé par une bobine de 1 800 tours de fil de cuivre, de résistance 10 Ω . Le courant qui circule dans la bobine est de 1 A; l'induction magnétique dans le diffuseur est alors de 20 000 Gs.

Le détecteur γ est un cristal cylindrique d'iodure de sodium activé au thallium de 3 pouces \times 3 pouces. Le cristal est relié à un photomultiplicateur Radiotechnique 58 AVP. La résolution était de 13 % pour le pic photoélectrique du ¹³⁷Cs.

Les détecteurs β sont constitués par des scintillateurs plastiques NE 102 montés sur des photomultiplicateurs 56 AVP. La résolution était de 30 % pour les électrons de conversion du ¹³⁷Cs (625 keV).

Les photomultiplicateurs sont éloignés du diffuseur au moyen de guides de lumière afin de minimiser l'influence du champ magnétique. Ceci explique les mauvaises résolutions. De plus, chaque photomultiplicateur est protégé du champ de fuite par des tubes de mu-métal.

III.3. GÉOMÉTRIE DU SYSTÈME. — Elle a été choisie de telle sorte que le rapport Φ_c/Φ_0 soit maximal. Les photons diffusent vers l'avant, le faisceau incident étant défini par $18^\circ < \Psi < 41^\circ$, où Ψ est l'angle entre les directions du γ et du champ magnétique orienteur.

Ce faisceau est diaphragmé par un écran de plomb d'ouverture azimutale $\Delta \varphi = 60^{\circ}$ (*fig.* 2). Ceci amé-



FIG. 2. — Schéma du polarimètre permettant des mesures simultanées à différents angles θ_{BY} .

liore la résolution angulaire et, de ce fait, permet d'effectuer des mesures simultanément pour plusieurs angles $\theta_{\beta\gamma}$. Les distributions des $\cos \theta_{\beta\gamma}$, dues à la résolution finie de la géométrie, ont été calculées suivant une méthode de Monte-Carlo (exemple : *fig.* 3).

J. C. Renard a développé une méthode de calcul qui permet de tenir compte de la résolution géométrique finie de l'appareillage ainsi que de l'intégration du degré de polarisation P_c sur le spectre β [18]. Cette



FIG. 3. — Exemple de distributions des $\cos \theta_{\beta\gamma}$.

méthode permet de calculer, à partir des mesures du degré de polarisation circulaire, les quantités $\overline{A_1/A_0}$ et $\overline{A_3/A_0}$, valeurs moyennes de A_1/A_0 et A_3/A_0 sur la bande d'énergie considérée.

III.4. L'ÉLECTRONIQUE. — Les photons correspondant à l'émission d'un électron sont détectés au moyen d'un système de coïncidences lent-rapide (fig. 4) déjà décrit [18].



FIG. 4. — Schéma de l'électronique : CF, Cathode Follower; D, Dynode; A, Anode; SM, Sélecteur Monocanal; MFR, Mise en Forme Rapide; C.R., Coïncidence Rapide; C.S.R., Coïncidence Semi-Rapide; C.L., Coïncidence Lente.

L'enregistrement des différentes mesures se fait sur un ensemble de comptage S.E.N. Le cycle de mesure est de 100 s, un temps mort de 9 s permettant de décoder les échelles, d'imprimer et de perforer les résultats, et d'inverser le courant dans la bobine. A la fin de ce temps mort, un nouveau cycle se produit. Tout ceci se fait automatiquement. L'effet E que nous cherchions à mesurer étant de l'ordre de 10⁻³, il importait que nos taux de comptage soient particulièrement stables. Or, nous avons constaté des variations des comptages avec la température. Ces variations reproduisaient les fluctuations périodiques de température dues à notre système de régulation. D'une façon générale, les semiconducteurs étaient responsables de ces oscillations, et plus particulièrement les transistors des émetteurs suiveurs. Le câblage des chaînes de photomultiplicateur était aussi mis en cause. Cet effet a pu être minimisé [17], si bien que la variation était négligeable pour les γ et donnait une fluctuation de l'ordre de 10^{-4} pour les β .

III.5. PRÉPARATION DES SOURCES. — Le ⁸⁶Rb était obtenu par irradiation de chlorure de ⁸⁵Rb dans la pile Siloë du Centre d'Études Nucléaires de Grenoble. Les sources étaient obtenues par dépôt de goutte d'une solution aqueuse sur des supports de formvar de 1 mg/cm². Le dépôt était recouvert d'un film de formvar de 150 μ g/cm². L'épaisseur était de l'ordre de 1 mg/cm². L'activité était de 1 mCi environ.

III.6. MESURE DE $2f\Phi_c/\Phi_0$: ÉTALONNAGE PAR LE ⁶⁰Co. — Il est possible de calculer théoriquement la quantité $2f\Phi_c/\Phi_0$. Cependant on peut mettre en cause la précision de la section efficace différentielle : on néglige, par exemple, les diffusions multiples des photons dans le fer. D'autre part, la valeur de la fraction fest assez mal connue.



FIG. 5. — Schéma de désintégration du 60Co.

Une façon d'évaluer $2f\Phi_c/\Phi_0$ consiste à mesurer l'asymétrie de comptage E connaissant le degré de polarisation P_c . On utilise pour cela la transition β du ⁶⁰Co (*fig.* 5). Cette transition étant permise, seuls les coefficients A_0 et A_1 interviennent dans la fonction de corrélation. De plus, le rapport A_1/A_0 étant ici (transition de Gamow-Teller) particulièrement simple, on a :

$$P_{\rm c}({\rm Co}) = \frac{A_1 P_1 \left(\cos \theta_{\rm \beta \gamma}\right)}{A_0} = -\frac{1}{3} \frac{v}{c} \cos \theta_{\rm \beta \gamma}$$

où v est la vitesse de l'électron.

Les deux γ en cascade qui résultent de la désintégration β du ⁶⁰Co ont des énergies voisines de celle du γ de 1,08 MeV issu du ⁸⁶Rb. Dans ces conditions, compte tenu des dimensions finies de notre géométrie, on peut écrire :

$$\overline{P_{\rm c}({\rm Rb})} = \frac{\overline{E({\rm Rb})}}{2f(\overline{\Phi_{\rm c}}/\Phi_{\rm 0})_{\rm Co}} R$$

 $\overline{P_{\rm c}({\rm Rb})}$ est la valeur moyenne du degré de polarisation circulaire sur la bande d'énergie utilisée et sur les distributions des $\cos \theta_{\beta\gamma}$; $\overline{E({\rm Rb})}$ est l'effet mesuré, $(\overline{\Phi_{\rm c}}/\Phi_0)_{\rm Co}$, une valeur moyenne sur les distributions des différentes variables angulaires du rapport $\Phi_{\rm c}/\Phi_0$ relatif aux γ du ⁶⁰Co; R est un facteur correctif qui tient compte des différences d'énergies entre les γ issus du ⁸⁶Rb et du ⁶⁰Co :

$$R = \frac{(\Phi_{\rm c}/\Phi_{\rm 0})_{\rm Co}}{(\Phi_{\rm c}/\Phi_{\rm 0})_{\rm Rb}}.$$

Le calcul donne R = 1,08.

Seuls, étaient acceptés les électrons du cobalt dont l'énergie cinétique était comprise entre 150 keV et 310 keV. Sur cette bande d'énergie, une évaluation par planimétrie a donné :

$$\overline{(v/c)_{\rm Co}}=0,68.$$

En réalité, il existe un léger effet résiduel, dû au champ magnétique, sur les comptages des électrons et des photons. Aussi les taux de coïncidences N_e ont été normalisés par $N_{\gamma}N_{\beta}$, produit des γ et des β comptés, c'est-à-dire que nous avons calculé la quantité :





FIG. 6. — Résultat des mesures d'étalonnage avec 6°Co.

La figure 6 montre la variation de E(Co) en fonction de $\overline{\cos \theta_{\beta\gamma}}$. En comparant cette droite à l'expression théorique de la polarisation, on en déduit :

$$\frac{1}{2f(\Phi_{\rm c}/\Phi_{\rm 0})_{\rm Co}} = -20,21 \pm 0.85$$

III.7. Résultats des mesures de polarisation. — Pour le ⁸⁶Rb, la bande d'énergie β allait de 200 keV à 650 keV. Les résultats obtenus sont résumés dans le tableau I.



FIG. 7. — Résultats des mesures de polarisation sur ⁸⁶Rb. La courbe en tirets montre la variation de la quantité : $\overline{[A_1/A_0]} P_1(\cos \theta_{\beta\gamma})$

$$+ \overline{A_{3}/A_{0}}P_{3} \left(\cos \theta_{\beta \gamma}\right)] / [1 + \overline{A_{2}/A_{0}}P_{2} \left(\cos \theta_{\beta \gamma}\right)]$$

correspondant à $\overline{A_2/A_0} = 0,110$ et aux valeurs de $\overline{A_1/A_0}$ et $\overline{A_3/A_0}$ déterminées par le calcul des moindres carrés. La droite en tirets représente le degré de polarisation circulaire des photons du ⁶⁰Co.

Le calcul des moindres carrés [18] permet d'évaluer les valeurs moyennes de A_1/A_0 et A_3/A_0 sur la bande d'énergie. Nous avons obtenu :

$$\left(\frac{\overline{A_1}}{A_0}\right) = 0,0607 \pm 0,0054; \quad \left(\frac{\overline{A_3}}{A_0}\right) = 0,0548 \pm 0,0089.$$

La figure 7 résume ces résultats.

F. Boehm et J. Rogers [19] ont également mesuré le degré de polarisation circulaire des photons issus de la désintégration β du ⁸⁶Rb; leurs valeurs de $\overline{A_1/A_0}$ et $\overline{A_3/A_0}$ sont incompatibles avec les nôtres. Il ne nous a pas été possible d'expliquer ce désaccord. P. C. Simms [10] a procédé à des mesures semblables.

Remarquons que la valeur différente de zéro de $\overline{A_3/A_0}$ confirme la non-validité de l'approximation ξ . En effet, dans cette approximation, $\int B_{ij}$ étant négligeable, A_3/A_0 doit l'être également [4].

TABLEAU I

$\cos \theta_{\beta\gamma}$	0,967		0,846	-0,637	-0,626		0,082
\overline{E} (en %)	$0,078~\pm~0,079$	$\textbf{0,084}~\pm~\textbf{0,089}$	$0,\!148\ \pm\ 0,\!075$	$0,206 \pm 0,099$	$\textbf{0,204}~\pm~\textbf{0,084}$	$0,\!194\ \pm\ 0,\!099$	$-0,080 \pm 0,074$
$\overline{P_{\rm c}}_{\rm exp}$	$-0,017 \pm 0,018$	— 0,021 \pm 0,023	— 0,033 \pm 0,018	— 0,051 \pm 0,027	— 0,045 \pm 0,021	- 0,049 \pm 0,027	$0,018 \pm 0,017$
$\overline{P_{\rm c}}_{\rm th}$			0,034	0,039	— 0,041		0,009

Résultats des mesures de polarisation sur ⁸⁶Rb. $\overline{P}_{e \text{ th}}$ désigne la valeur moyenne du degré de polarisation circulaire calculée avec les éléments de matrice correspondant au χ^2 minimal.

IV. Détermination des éléments de matrice nucléaires. — Disposant d'informations expérimentales relatives à tous les coefficients A_i figurant dans la fonction de corrélation N, nous avons déterminé les valeurs des éléments de matrice de la transition étudiée à l'aide des expressions théoriques des A_i . Celles-ci ont été établies par M. Morita et R. S. Morita [4] : ce sont des formes quadratiques homogènes des éléments de matrice des opérateurs de la transition β , dont les coefficients dépendent de la multipolarité du y émis et des énergies des leptons. Cette dépendance en énergie fait intervenir des combinaisons des fonctions d'onde radiales de l'électron, également données par Morita et Morita. Nous avons utilisé les fonctions d'onde radiales « exactes », tenant compte de la taille finie du noyau et des effets de longueur d'onde finie, tabulées par C. P. Bhalla et M. E. Rose [5].

La détermination des éléments de matrice a été faite par la méthode du χ^2 minimal [20], c'est-à-dire que nous avons cherché les valeurs des éléments de matrice rendant minimale la quantité χ^2 définie plus haut. Contrairement à ce qui est généralement admis, la valeur du minimum de χ^2 peut difficilement donner une idée de la validité des valeurs correspondantes des paramètres [21]. En effet, l'usage d'accepter une valeur de χ^2 minimal voisine du nombre de degrés de liberté (nombre de résultats expérimentaux moins nombre de paramètres) nécessite la certitude de la validité d'une des deux hypothèses suivantes :

- résultat expérimental f_j^{exp} obéissant à une loi normale d'écart type Δf_j^{exp} [22],
- modèle théorique décrivant parfaitement les grandeurs observées expérimentalement.

La recherche du minimum de χ^2 a été faite sur le calculateur IBM 7044 de la Faculté des Sciences de Grenoble à l'aide d'un programme en Fortran IV [22], utilisant la méthode de minimisation de Davidon [23, 24]. Au minimum de χ^2 , cette méthode fournit la matrice des covariances des paramètres qui, au prix d'hypothèses difficilement vérifiables, permet d'obtenir directement les intervalles de confiance des paramètres et leurs corrélations ($x_{ij} = 0$ si les paramètres M_i et M_j sont indépendants, $|x_{ij}| = 1$ s'il y a une relation fonctionnelle entre M_i et M_j).

Résultats. — Comme on l'a vu, la mesure du facteur de forme du spectre β donne des valeurs de kA_0 en fonction de l'énergie, k étant un facteur arbitraire. D'autre part, les quantités f_j^{th} relatives à la corrélation directionnelle et à la corrélation β - γ polarisé sont des rapports de formes quadratiques homogènes. Nous avons posé arbitrairement :

$$C_A \int B_{ij} = 1$$

et considéré comme paramètres à déterminer les cinq éléments de matrice d'ordre zéro et un, ainsi que le facteur k. Les informations expérimentales utilisées pour cette détermination sont indiquées sur les figures 8 et 9 et le tableau I. Le facteur de forme du spectre β a été mesuré au laboratoire par S. André [13] pour onze valeurs de l'énergie de l'électron; ses résultats sont en



FIG. 8. — Facteur de forme du spectre β du ⁸⁶Rb pour $T_0 = 700$ keV. La courbe continue correspond aux éléments de matrice donnés par le minimum de χ^2 .

accord avec un spectre de forme permise mais sont également compatibles avec un facteur de forme parabolique, étant donné la grande sensibilité de l'extrémité du spectre à la valeur de l'énergie de la transition, connue seulement à quelques keV près. J. C. Hocquenghem et J. Berthier [12] ont mesuré A_2/A_0 pour onze valeurs de l'énergie de l'électron : leurs résultats sont en bon accord avec ceux d'autres expérimentateurs [9, 10, 11].

Une première recherche a été faite avec les résultats correspondant à un facteur de forme constant (c'est-àdire à une énergie cinétique maximale T_0 de 702 keV). Nous avons trouvé deux ensembles de solutions :

$$egin{array}{rcl} C_A & \int i \gamma_5 & = -15, 1 \pm 0, 9; & C_A & \int \sigma \cdot \mathbf{r} & = 1, 6 \pm 0, 1 \ C_V & \int \mathbf{r} & = -0, 17 \pm 0, 01; & C_V & \int i lpha & = 1, 4 \pm 0, 3 \ C_A & \int i \sigma \wedge \mathbf{r} & = -0, 11 \pm 0, 03; & C_A & \int B_{ij} & = 1 \ \mathrm{et}: \end{array}$$

$$egin{array}{rl} C_A \int i \gamma_5 &= - \, 8,4 \pm 1,4; & C_A \int m{\sigma} \, . \, m{r} = 0,8 \pm 0,2 \ C_V \int m{r} &= 0,19 \pm 0,05; & C_V \int i m{lpha} &= - \, 5 \pm 1 \ C_A \int i m{\sigma} \, . \, m{r} = - \, 0,39 \pm 0,08; & C_A \int B_{ij} &= 1. \end{array}$$

L'accord avec les points expérimentaux est satisfaisant pour les deux ensembles, mais, dans les deux cas, le facteur de forme obtenu présente une certaine courbure. Aussi avons-nous fait une nouvelle recherche en prenant les valeurs expérimentales du facteur de forme correspondant à une remontée en bout de spectre $(T_0 = 700 \text{ keV})$. Le premier ensemble se confond

LE JOURNAL DE PHYSIQUE. - T. 30. Nº 10. OCTOBRE 1969.

Nº 10

TABLEAU II

AUTEURS	$C_{\boldsymbol{A}}\int \boldsymbol{\sigma}$.r	$C_{A}\int i\gamma_{5}$	$C_V \int \mathbf{r}$	$C_{oldsymbol{A}}\int i {f \sigma} \wedge {f r}$	$C_V \int i lpha$	$C_A \int B_{ij}$
Eichler et Wahlborn	$-0,12 \pm 0,06$	$0,9~\pm~0,3$	$0,\!14\ \pm\ 0,\!07$	-0,30 \pm 0,10	$=4.5~\pm1.0$	1
Simms (solution 1)	0,02	— 0,8	0,170	-0,245		1
Simms (solution 2)	0,04	— 1	0,132	-0,304	4,8	1
Lachkar	0	0	0,03	0,15	0,6	1
Présent travail	1,0 \pm 0,2	$-10\ \pm 2$	$\textbf{0,18}~\pm~\textbf{0,04}$	-0,50 \pm 0,07	$-5,7 \pm 0,8$	1

avec le second qui est peu modifié, le minimum de χ^2 étant notablement diminué; nous avons obtenu :

$$egin{array}{rcl} C_A \int i \gamma_5 &= -10, 1 \pm 1, 9; & C_A \int m{\sigma} \, . \, m{r} = 1, 0 \pm 0, 2 \ C_V \int m{r} &= 0, 18 \pm 0, 04; & C_V \int i m{lpha} &= -5, 7 \pm 0, 8 \ C_A \int i m{\sigma} \wedge m{r} = -0, 50 \pm 0, 07; & C_A \int B_{ij} = 1. \end{array}$$

Les incertitudes indiquées ont été données par la matrice des covariances. Cette matrice nous fournit en outre les indications suivantes :

-- $\int i\gamma_5$ et $\int \boldsymbol{\sigma} \cdot \boldsymbol{r}$ sont très fortement corrélés $(x \simeq 1)$. Leur rapport vérifie très bien la relation d'Ahrens et Feenberg [25] puisqu'on a :

$$\Lambda' = -rac{\int i \gamma_5}{\xi \int \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{r}} \simeq 1.$$

-- $\int i\alpha$ et $\int \mathbf{r}$ sont également corrélés (x = 0,8). Toutefois, ils donnent :

$$\Lambda = -\frac{\int i\alpha}{\xi \int \mathbf{r}} = 3,1$$

alors que la relation de Fujita [26] déduite de la théorie du courant vectoriel conservé donne $\Lambda = 2,4$. Cependant les considérations récentes de J. Damgaard et A. Winther [27] ont mis en doute la validité de la relation de Fujita.

- $\int i \alpha$ et $\int i \sigma \wedge \mathbf{r}$ semblent également corrélés (x = 0,9).
- Les paramètres les moins corrélés sont $\int i\gamma_5$ et $\int i\alpha$ (x = 0,1) d'une part, $\int \boldsymbol{\sigma} \cdot \boldsymbol{r}$ et $\int i\alpha$ d'autre part (x = 0,1).

J. Eichler et S. Wahlborn [28], P. C. Simms [29], J. Lachkar [31] ont également déterminé les éléments de matrice nucléaires de la transition non unique du ⁸⁶Rb. Ces auteurs ont utilisé des formules voisines de celles proposées par T. Kotani [15]; on trouvera leurs résultats dans le tableau II. A ce sujet, il faut noter que les formules de Morita et celles de Kotani ne donnent pas du tout les mêmes valeurs pour les observables : les paramètres des auteurs ci-dessus ne sont plus en accord avec l'expérience quand ils sont injectés dans les formules de Morita; il en est de même pour nos paramètres injectés dans les formules de Kotani. La figure 9 montre l'importance de ce désaccord, dans le cas de la corrélation directionnelle, pour quelques-unes des solutions du tableau II.



FIG. 9. — Corrélation directionnelle expérimentale et théorique. Les différentes courbes correspondent aux éléments de matrice déterminés par Eichler et Wahlborn (----), Simms (solution 1 : ----) et nousmêmes (-----). Les courbes (a) sont obtenues à l'aide des formules de Morita et Morita, les courbes (b) à l'aide des formules de Kotani.

NORMALISATION DES ÉLÉMENTS DE MATRICE. — Les valeurs ainsi déterminées peuvent être considérées comme les rapports des éléments de matrice nucléaires à $C_{.1} \int B_{ij}$ puisque ce dernier a été pris égal à l'unité.

Nº 10

On obtient les valeurs des éléments de matrice euxmêmes à partir de la probabilité totale de transition :

$$\lambda = \int_{1}^{W_0} S(W) F_0(Z, W) p W q^2 \, \mathrm{d} W / (2\pi^3).$$

La fonction S(W) est reliée en facteur de forme utilisé $A_0(W)$ par la relation :

$$S(W) = \left| C_A \int B_{ij} \right|^2 A_0(W).$$

On en tire :

$$ft = \frac{2\pi^3 \operatorname{Log} 2}{C_V^2} \left| \frac{C_A}{C_V} \int B_{ij} \right|^{-2}$$

t étant la période partielle de la transition, et :

$$f = \int_{1}^{W_0} A_0(W) \ F_0(Z, W) \ pWq^2 \ dW$$

la quantité $A_0 F_0 p W q^2$ est tabulée par le programme de minimisation. De la valeur de C_V , on déduit, les temps étant exprimés en secondes [2] :

$$ft = 6\ 200 \left| \frac{C_A}{C_V} \int B_{ij} \right|^{-2}$$
 avec $\frac{C_A}{C_V} = -1,18.$

On a ici (période totale 18,7 jours; rapport d'embranchement 8,8 %) $t = 18,36 \times 10^6$ s. On obtient ainsi $\left|C_A \int B_{ij}/C_F\right|$, et de là les autres éléments de matrice. En normalisant ceux qui contiennent **r** par le rayon nucléaire du ⁸⁶Sr ($\rho = 0,0137$), les valeurs obtenues sont les suivantes :

$$\int i\gamma_5 = \mp 0,054; \quad \int \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{r}/\rho = \pm 0,39; \quad \int \mathbf{r}/\rho = \mp 0,084$$

 $\int i\boldsymbol{\alpha} = \pm 0,036; \quad \int i\boldsymbol{\sigma} \wedge \mathbf{r}/\rho = \mp 0,20; \quad \int B_{ij}/\rho = \pm 0,39.$

Le rapport q de l'élément de matrice $\int B_{ij}$ de la transition $2^- \rightarrow 2^+$ à celui, $\left(\int B_{ij}\right)_u$, de la transition unique $2^- \rightarrow 0^+$ [30] est tel que :

$$q^{2} = rac{\left|\int B_{ij}
ight|^{2}}{\left|\int B_{ij}
ight|^{2}_{u}} = 0,47.$$

V. **Conclusion.** — Les résultats de cette étude sont à confronter avec les prédictions du modèle des couches. En effet, ce modèle devrait pouvoir s'appliquer valablement ici étant donné la présence de couches complètes à 38 et 50 nucléons. Dans ce cas, le niveau initial 2⁻ est décrit par un trou de neutron dans la couche $1g_{9/2}$ et un trou de proton dans la couche $1f_{5/2}$: la transition ${}^{86}_{37}\text{Rb}_{49} \rightarrow {}^{86}_{38}\text{Sr}_{48}$ devrait alors être représentée par la transition à une particule neutron $g_{9/2}$ \rightarrow proton $f_{5/2}$, avec $\Delta j = 2$. On ne devrait donc avoir qu'un seul élément de matrice nucléaire, d'ordre 2, $\int B_{ij}$.

On sait depuis longtemps que ce n'est pas le cas et que d'autres éléments de matrice interviennent. Pour ce qui est de notre résultat, les valeurs obtenues ne montrent même pas une prédominance de $\int B_{ij}$. La présence des éléments de matrice d'ordre 0 et 1 nécessite l'introduction de mélanges de configuration.

S. Wahlborn [32] a envisagé différentes structures possibles pour le premier niveau excité du ⁸⁶Sr. Il a évalué les valeurs correspondantes des rapports des éléments de matrice non relativistes à $\int B_{ij}$, ainsi que le rapport q, en vue de comparer ces calculs avec les valeurs obtenues à partir de résultats expérimentaux [28]. Sa conclusion est que le niveau 2⁺ ne peut être ni un état à deux particules, ni un état purement collectif, mais nécessite une description intermédiaire; celle-ci est obtenue en supposant une interaction particule-surface, ce qui introduit dans la fonction d'onde nucléaire un terme vibrationnel. Dans ces conditions, Wahlborn arrive à retrouver approximativement certains résultats expérimentaux.

Les éléments de matrice que nous avons trouvés pourraient changer ces conclusions. En particulier, notre rapport q n'est pas incompatible avec un niveau 2⁺ uniquement à deux particules. Cependant, notre valeur de $\int \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{r}$, en particulier, n'est pas en accord avec l'hypothèse d'un simple mélange de configurations, du moins si on se limite aux transitions mettant en jeu l'une des couches intervenant dans la configuration principale de l'état 2⁻, $1f_{5/2}$ ou $1g_{9/2}$.

On obtiendrait des résultats plus complets en étudiant le noyau ${}^{84}_{37}\text{Rb}_{37}$. En effet, cet isotope se désintègre par émission β^+ pour donner ${}^{84}_{36}\text{Kr}_{48}$ par deux transitions β , comme le ${}^{86}\text{Rb}$: une du type $2^- \rightarrow 2^+$ suivie de l'émission d'un γ donnant le fondamental 0^+ de ${}^{84}\text{Kr}$ et une transition unique $2^- \rightarrow 0^+$. Les éléments de matrice de la transition $2^- \rightarrow 2^+$ et le rapport qont également été déterminés par Eichler et Wahlborn [28]. Mais l'accord entre les résultats trouvés et les calculs de Wahlborn est ici moins bon que dans le cas de ${}^{86}\text{Rb}$ [32]. Or le niveau 2^+ de ${}^{84}\text{Kr}$ donnerait des informations complémentaires de celles fournies par ${}^{86}\text{Sr}$. Il semble donc intéressant de faire d'autres mesures sur le ${}^{84}\text{Rb}$ en vue d'une nouvelle détermination des éléments de matrice de cette transition $2^- \rightarrow 2^+$.

BIBLIOGRAPHIE

- LEE (T. D.) et YANG (C. N.), Phys. Rev., 1956, 104, 254.
- [3] WU (C. S.) et Moszkowski (S. A.), « Beta decay », Interscience Publishers.
- [2] SCHOPPER (H.), « Weak Interactions and Nuclear Beta Decay », North-Holland Co., 1966.
- [4] MORITA (M.) et MORITA (R. S.), Phys. Rev., 1958, 109, 2048.

- [5] BHALLA (C. P.) et ROSE (M. E.), « Table of Electronic Radial Functions at the Nuclear Surface and Tangents of Phase Shifts », O.R.N.L. 3207, 1961.
- [6] FEYNMAN (R. P.) et GELL-MANN (M.), Phys. Rev., 1958, 109, 193.
- [7] BOUCHIAT (C. C.), Thèse, Université de Paris, 1960.
- [8] BLIN-STOYLE (R. J.) et NOVAKOVIC (L.), Nuclear Physics, 1964, 51, 133.
- [9] DEUTSH (J. P.), GRENACS (L.), LEHMANN (J.) et LIPNIK (P.), J. Physique, 1961, 22, 659.
- [10] SIMMS (P. C.), NEMENSON (A.), WEI (T. H.) et WU (C. S.), Phys. Rev., 1965, 138, B 777.
- [11] FISCHBECK (H. J.) et WILKINSON (R. G.), Phys. Rev., 1960, 120, 1762.
- [12] HOCQUENGHEM (J. C.) et BERTHIER (J.), communication privée, 1966.
- [13] ANDRÉ (S.), Thèse, Université de Grenoble, 1965.
- [14] MAHMOUD (H. M.) et KONOPINSKI (E. J.), Phys. Rev., 1952, 88, 1266.
- [15] KOTANI (T.), Phys. Rev., 1959, 114, 795.
- [16] LIPPS (F. W.) et TOLHOEK (H. A.), *Physica*, 1954, **XX**, 85 et 395.
- [17] VIANO (J. B.), Thèse de 3^e cycle, Université de Grenoble, 1967.

- [18] RENARD (J. C.), Thèse de 3^e cycle, Université de Grenoble, 1965.
- [19] BOEHM (F.) et ROGERS (J.), Nuclear Physics, 1963, 45, 392.
- [20] OREAR (J.), « Notes on Statistics for Physicists », U.C.R.I., 8417, 1958.
- [21] ARNDT (R. A.) et MAC GREGOR (M. H.), Methods in Computational Physics, 1966, 6, 253.
- [22] I_{AVERNE} (A.), Thèse de 3^e cycle, Université de Grenoble, 1967.
- [23] FLETCHER (R.) et POWELL (M. J. D.), The Computer Journal, 1963, 6, 163.
- [24] Box (M. J.), The Computer Journal, 1966, 9, 67.
- [25] AHRENS (T.) et FEENBERG (E.), Phys. Rev., 1952, 86, 64.
- [26] FUJITA (J. I.), Phys. Rev., 1962, 126, 202.
- [27] DAMGAARD (J.) et WINTHER (A.), Phys. Letters, 1966, 23, 345.
- [28] EICHLER (J.) et WAHLBORN (S.), Phys. Letters, 1963,4, 344.
- [29] SIMMS (P. C.), Phys. Rev., 1965, 138, B 784.
- [30] KONOPINSKI (E. J.), « The Theory of Beta Radioactivity », Clarendon Press, 1966.
- [31] LACHKAR (J.), Rapport C.E.A. R 3659, 1969.
- [32] WAHLBORN (S.), Nuclear Physics, 1964, 58, 209.