SÉRIE VII. — TOME I. FÉVRIER 1930 N° 2.

LE JOURNAL DE PHYSIQUE
ET
LE RADIUM

LA RÉFLEXION DES RAYONS X DE GRANDE LONGUEUR D'ONDE SUR UN MIROIR PLAN

par M. JEAN THIBAUD
(Laboratoire de Physique des Rayons X.)

Sommaire. — Rappel d'expériences antérieures de l'auteur sur la détermination de l'angle limite de réflexion totale sur un réseau en verre pour des radiations comprises entre 20 Å et 65 Å. Rectification à un travail récent de E. Dershem sur la réflexion de la raie $K\alpha$ du carbone. 1. — Dans le cas du verre et de la radiation $\lambda = 44.9$ Å la formule de dispersion de Kallman-Mark, tenant compte des discontinuités d'absorption du milieu dispersif, conduit à un résultat ($\delta = 1 - n = 5{,}73 \times 10^{-3}$), du même ordre que la formule simplifiée de Drude-Lorentz. 2. — Calcul de l'intensité réfléchie sur un miroir en fonction de l'angle d'incidence, en tenant compte de l'absorption. Réseau de courbes pour différentes valeurs du coefficient d'extinction K et de l'indice δ. Possibilité de déterminer l'angle limite $\theta_m = \sqrt{2\delta}$ à partir des courbes expérimentales de réflexion : le pouvoir réflecteur limite (dans le cas $\theta = \theta_m$) à la valeur.

$$A_0 = \frac{1 + 2a - 2\sqrt{a}}{1 + 2a + 2\sqrt{a}}, \qquad \text{si } a = \frac{K}{2\delta}.$$

Il passe par un minimum pour $K = \delta$.

3. — Application à la courbe expérimentale de Dershem ; on trouve $a = 0{,}3$ c. a. d. $A_0 = 19$ pour cent. Il en résulte pour le verre et la raie $K\alpha$ du carbone les valeurs : angle critique $\theta_m = 6° 12'$, indice $\delta = 5{,}84 \times 10^{-3}$, indice $K = 3{,}5 \times 10^{-3}$. Accord avec la formule de Kallman-Mark.

1. — La théorie électronique rend compte des phénomènes de dispersion en admettant que les électrons matériels élastiquement liés, peuvent être mis en vibration par l'action du rayonnement incident et constituent alors des « résonateurs » possédant une fréquence propre de vibration ν_i.

Dans le cas où les électrons dispersifs sont libres ou encore lorsque leur fréquence propre ν_i est très différente de la fréquence ν du rayonnement incident, on parvient à la formule de dispersion bien connue (Lorentz).

$$n^2 - 1 = \frac{e^2}{\pi m} \times \frac{NZ}{\nu^2} \tag{1}$$

où n est l'indice du milieu ; N le nombre d'atomes par unité de volume, Z le nombre des électrons dispersifs de chaque atome.

Il est actuellement établi que, dans le domaine des rayons X, l'indice de réfraction n est légèrement inférieur à l'unité, dont il diffère d'une quantité très petite δ. De sorte que (1) s'écrira sous la forme simplifiée :

$$\delta \equiv 1 - n = \frac{e^2}{2\pi m} \times \frac{NZ}{\nu^2}. \tag{2}$$

Article published online by EDP Sciences and available at http://dx.doi.org/10.1051/jphysrad:019300010203700

Remarquons que la quantité δ varie comme le carré de la longueur d'onde : elle est de l'ordre de 10^{-6} pour les rayons X ordinaires (1 Å) ; nous devons nous attendre à la voir atteindre des valeurs plus importantes (10^{-2}) pour des radiations d'une centaine d'Angströms.

2. — Au cours de recherches, dont le début remonte à 1925, ayant pour objet la diffraction des rayons X sur des réseaux *lignés*, j'ai montré tout le parti que l'on pouvait tirer de l'emploi des réseaux sur verre, sous des incidences rasantes, pour l'étude spectrale des rayons X de très grande longueur d'onde — principe dont l'utilisation tend à se généraliser actuellement pour la difficile spectrographie du domaine intermédiaire entre les radiations X et ultra-violettes (1).

Je voudrais rappeler ici les résultats auxquels je suis parvenu en ce qui concerne la dispersion des rayons X de grande longueur d'onde. J'ai utilisé deux méthodes différentes pour déterminer l'indice $n = 1 - \delta$.

En premier lieu, comme P. P. Ewald l'a montré, la relation de Bragg, reliant les angles θ de réflexion sélective d'une radiation λ sur un réseau cristallin d'interstice d, cesse d'être rigoureuse si le milieu cristallin est dispersif (indice $n = 1 - \delta$). Elle doit être alors remplacée par :

$$m\lambda = 2d \sin\theta \left(1 - \frac{4\delta d^2}{m^2\lambda^2}\right). \tag{3}$$

Dans le domaine des rayons X de grande longueur d'onde, le terme correctif $\frac{4\delta d^2}{m^2\lambda^2}$ va prendre une importance beaucoup plus grande que dans la région des rayons X ordinaires. Si l'on négligeait ce terme, on serait conduit à des estimations de longueur d'onde beaucoup trop grandes ; c'est ce que nous avons montré (2) en comparant les résultats de notre méthode du réseau tangent avec les valeurs de Thoreus et Dauvillier obtenues avec l'aide du cristal tournant. C'est d'ailleurs pour cela qu'il faut renoncer à utiliser la réfraction cristalline pour la recherche des longueurs d'onde dans le domaine intermédiaire.

Par contre, les divergences entre les résultats obtenus au réseau tangent et par la méthode de Bragg peuvent être utilisées pour la détermination de l'indice n, puisque :

$$\frac{4\delta}{\lambda^2} d^2 = 1 - \frac{\lambda}{\lambda_{\text{Bragg}}}. \tag{4}$$

J'ai trouvé ainsi, pour la raie $K\alpha$ du bore ($\lambda = 68$ Å) $\delta = 1{,}27 \times 10^{-2}$, valeur en accord avec les prévisions obtenues par la formule classique de Lorentz (2) : $\delta = 1{,}44 \times 10^{-2}$

Ces recherches paraissaient démontrer une augmentation de δ, proportionnelle à λ^2, conformément à la théorie classique de la dispersion.

Nous avons cherché, dans un travail récent, une confirmation plus directe de ce résultat par une méthode de réflexion totale.

3. — L'indice des milieux matériels pour les rayons X étant inférieur à l'unité, les rayons Röntgen subiront la réflexion totale en pénétrant dans un miroir, par tous les angles d'incidence θ (3), inférieurs à un certain angle limite θ_m de réflexion totale donné par :

$$\theta_m = \sqrt{2\delta}. \tag{5}$$

Cet angle est de l'ordre de quelques minutes (A. H. Compton) pour les rayons X ordinaires. Il doit augmenter en raison directe de la longueur d'onde si la dispersion suit la théorie classique et atteindre plusieurs degrés pour des radiations d'une cinquantaine

(1) Voir par exemple le rapport de Osgood, *Physical Review*, Supplément (octobre 1929) ; les travaux récents de Söderman, Edlen-Ericsson à Upsalla.

(2) Thibaud et Soltan. *C. R.*, t. **185** (1927), p. 642 et *J. Phys.*, t. **8** (1927), pp. 484-494.

(3) Conformément à un usage qui tend à s'établir dans l'optique des rayons X, les angles d'incidence θ sont couplés à partir de la surface du miroir et non de la *normale* à celle-ci.

d'Angströms. C'est ce que j'ai entrepris de vérifier, il y a un peu plus d'un an (1) au moyen du dispositif suivant :

La détermination de l'angle limite θ_m est faite à l'aide du spectrographe à réseau dans le vide représenté sur la figure 1. Le tube à rayons X, à cathode incandescente, d'un modèle spécial pour la production des rayons mous, a été décrit antérieurement (2). Il est du type métallique. Son alimentation se fait à tension assez basse (moins de 1 000 volts) pour prévenir la formation de raies d'étincelles. L'anticathode était en fer; la cathode, un filament de molybdène porté à l'incandescence par un courant auxiliaire, contribuait à la formation. par distillation, d'un film de molybdène sur l'anticathode. Le tube est fixé par un joint

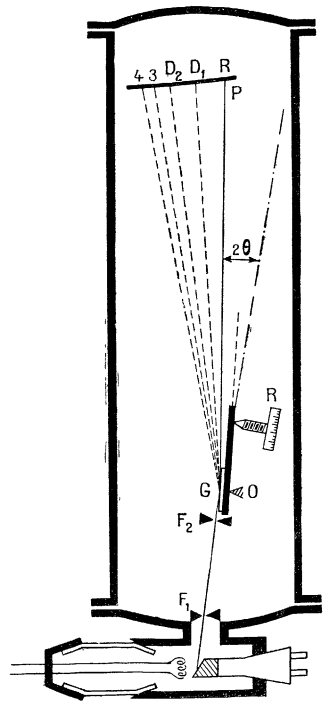


Fig. 1.

conique au centre de la porte circulaire qui ferme l'enceinte cylindrique du spectrographe.

On sait que dans l'utilisation d'un réseau sous incidence tangentielle on se place dans les conditions de réflexion totale ($\theta < \theta_m$) : j'ai effectivement montré (3), dans le cas des radiations K du cuivre, une disparition graduelle du spectre de diffraction quand l'incidence atteint l'angle limite.

Nous avons enregistré photographiquement (dans les mêmes conditions de fonctionnement et avec des poses de même durée) une série de spectres en augmentant progressivement l'angle d'incidence θ (à l'aide de la vis micrométrique R, fig. 1) sur le réseau et en notant la diminution progressive d'intensité des raies puis leur disparition. Les estimations d'intensité sont facilitées par le grand nombre d'ordres successifs d'une même raie (parfois jusqu'à sept). Les diverses raies monochromatiques utilisées pour cette étude sont comprises entre 17 Å et 65 Å : ce sont les raies Lα et Ll du fer ($\lambda = 17{,}7$ Å et $\lambda = 20{,}1$ Å) Kα de l'oxygène ($\lambda = 23{,}8$ Å), Kα du carbone ($\lambda = 44{,}9$ Å) et les raies M du molybdène (raie faible $\lambda = 54{,}9$ Å ; raie intense $\lambda = 65{,}0$).

(1) *C. R.*, t. **187** (1928), p. 219.
(2) *J. Phys.*, t. **8** (1927), p. 447. *Rev. d'Opt.*, t. **5** (1926), p. 103.
(3) *Rev. d'Opt.*, t. **5** (1926), p. 103.

En fait, comme le spectre renferme simultanément plusieurs raies monochromatiques, on assistera lorsque l'incidence θ augmente, à la disparition successive des raies : celles de longueurs d'onde les plus courtes disparaissant les premières. Nous avons reproduit, Planche I, deux spectres (45 mA, 1100 volts) enregistrés pour deux angles différents $\theta = 3° 30'$ et $\theta = 4° 30'$.

On notera, sur le premier d'entre eux, que l'intensité de la raie Kα de carbone est déjà fortement diminuée par rapport à la raie du molybdène $\lambda = 65$ Å. Sur le deuxième cliché, on ne voit plus trace de la raie KαC ($\lambda = 44{,}9$) et de la raie $\lambda = 54{,}9$ Å. L'intensité de la raie M du molybdène $\lambda = 65$ Å est également réduite.

Nous avons essayé de traduire numériquement les variations d'intensité de chaque

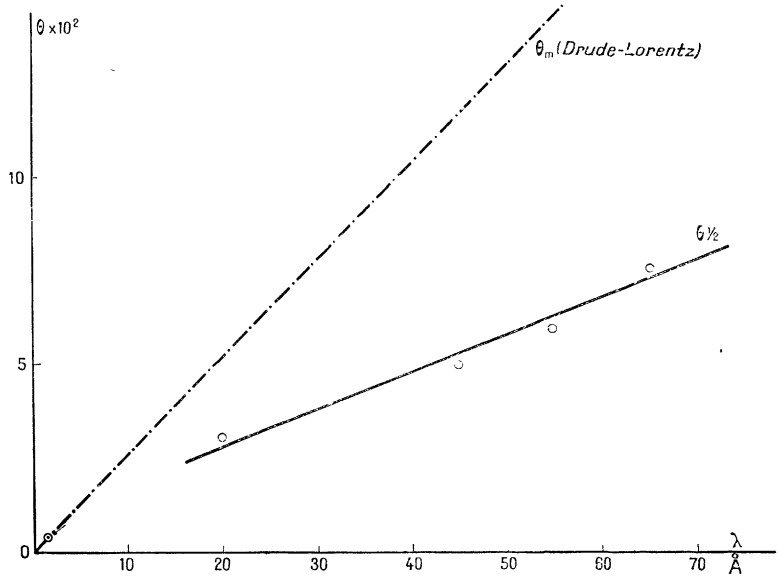


Fig. 2.

raie en fonction de l'angle θ. L'intensité 100 pour cent d'une raie était prise égale à l'intensité diffractée par le réseau sous des angles θ très petits.

Nous déterminions les angles $\theta_{1/2}$ pour lesquels l'intensité de chaque raie était réduite à 50 pour cent de sa valeur initiale. Nous donnons également, dans le tableau, la valeur théorique de l'angle limite θ_m calculé à partir de la formule simplifiée (2) :

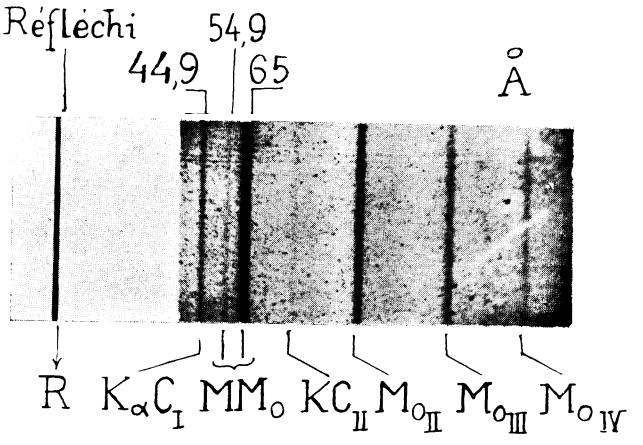
$$(\lambda \text{ en Å}) \qquad \theta_m = \sqrt{2\delta} = \sqrt{2{,}72\,\rho\lambda^2 \times 10^{-6}} = 2{,}6\,\lambda . 10^{-3}.$$

	Rayons X ordinaires.	Rayons X de grande longueur d'onde.				
λ	1,5	20	44,9	54,9	65	Å
θ 1/2	0,4	3	5	6	7,4	$\times 10^{-2}$
θ_m (théorique)	0,4	5,2	11,7	14,3	16,9	$\times 10^{-2}$

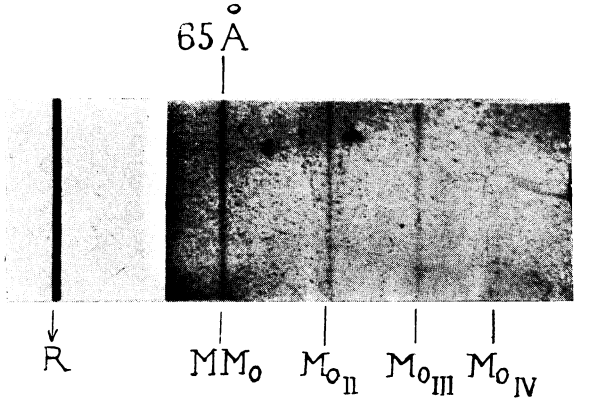
Ces résultats sont représentés graphiquement (fig. 2). Les conclusions qui se dégagent de cette étude sont les suivantes :

1° La diminution de l'intensité du rayonnement réfléchi (ou diffracté sur le réseau) ne se produit pas *brusquement* pour un certain angle θ_m : cette limite de réflexion totale est remplacée par une courbe plus ou moins aplatie (1).

(1) Voir à ce sujet : J. Thibaud, *Ann. Sc. Brux.*, série B, t. **48** (1928), p. 167.



Incidence $\Theta = 3° 30'$



Incidence $\Theta = 4° 30'$

Planche I

JEAN THIBAUD.

J'indiquais que l'origine de cette forme de la courbe d'intensité réfléchie était due à l'influence de l'absorption des rayons mous sur leur dispersion; effet qui commençait à être sensible pour les rayons ordinaires (Förster, Prins).

2° Lorsque la longueur d'onde de la radiation monochromatique augmente (de 45 à 65 Å, par exemple) cet effet d'aplatissement de la courbe de réflexion s'accentue.

3° Si l'on considère les angles ($\theta_{1/2}$) du miroir pour lesquels l'intensité diffractée est sensiblement la moitié de ce qu'elle serait pour l'incidence rasante ($\theta = 0$) on observe, pour les diverses raies étudiées, une proportionnalité à la longueur d'onde λ (voir figure 2 où sont portés les angles $\theta_{1/2}$ indiqués dans ma note aux Comptes Rendus de juillet 1928).

4° L'angle $\theta_{1/2}$ est de l'ordre de plusieurs degrés pour $\lambda = 50$ Å. En comparant ce résultat à ceux établis pour les rayons X ordinaires (θ_m = quelques minutes), il apparait que δ varie sensiblement comme le carré de la longueur d'onde.

Numériquement, en prenant l'angle limite θ_m — qui n'a plus ici que la signification théorique $\theta_m = \sqrt{2\delta}$ — égal à l'angle $\theta_{1/2}$ (hypothèse assez arbitraire comme je le montrerai plus loin) on trouve des angles deux fois plus petits que ceux calculés par la formule simplifiée (2) (Cf fig. 2).

En résumé, la variation prévue de δ en fonction de λ^2 paraît vérifiée, au coefficient numérique près (la méthode basée sur le terme correctif de Bragg, paragraphe 2, concluait, au contraire, à l'accord complet). Nous verrons, plus loin, l'explication de ces coefficients numériques différents.

4. — Depuis, deux mesures qui n'ont porté que sur la radiation Kα du carbone ($\lambda = 44{,}9$ Å) sont venues s'ajouter aux miennes. Toutes deux ont eu pour objet la recherche de la courbe de réflexion totale sur un *miroir* et non sur un réseau.

M. Valouch [1] produit la réflexion d'un pinceau de rayons issus *directement* d'un tube à cathode incandescente sur des miroirs de flint ou d'aluminium. Il est évident que le rayonnement étudié ne saurait, dans ce dispositif, être monochromatique. Comme mes spectres l'ont montré [2], il comprend, à côté de la raie *Kα* du carbone, une radiation générale faible, le doublet N_{IV-V} N_{VI-VII} ($\lambda_1 = 56{,}0$ Å $\lambda_2 = 59{,}1$ Å) du tungstène et fréquemment les raies *Kα* de l'oxygène ($\lambda = 23{,}8$ Å) et de l'azote ($\lambda = 31{,}8$ Å).

Très récemment E. Dershem [3] a publié un travail sur la réflexion de la raie *Kα* du carbone sur un miroir de verre. La radiation était rendue préalablement monochromatique à l'aide d'un réseau ligné sur verre (600 traits par mm).

Dershem donne une courbe de décroissance de l'intensité réfléchie, quand l'angle θ augmente, qui confirme mes conclusions précédentes (n° 1, absence de limite nette θ_m de réflexion totale). Une erreur d'interprétation de mes résultats l'a conduit à une apparente contradiction entre ses résultats et les miens [4].

Les courbes d'intensité réfléchie sous divers angles θ ont la même allure. Toutefois la réflexion sur le réseau indiquerait une décroissance plus rapide. Prins [5] a fait une remarque à ce sujet. Le réseau paraît ainsi peu approprié à la détermination précise de θ_m.

Dershem conclut qu'il lui paraît difficile de trouver l'angle critique θ_m à partir de la courbe expérimentale. La formule de dispersion (2) de Lorentz conduirait à un angle $\theta_m = 6°40'$. Cet auteur remarque que pour ce même angle l'intensité réfléchie est déjà tombée à une valeur très petite et que par suite « la véritable valeur de l'angle limite est certainement inférieure à celle que l'on a calculée ».

(1) *Bull. Soc. Franc. Phys.*, t. 280 (1929); p. 109.
(2) Voir les reproductions : *Phys. Z.*, t. 29 (1928), p. 241-261.
(3) *Phys. Rev.*, t. 34 (1929), p 1015.
(4) Les angles θ_m, donnés dans le tableau numérique, ne correspondent pas à la disparition complète d'une ligne, mais au contraire à une intensité réduite de 50 pour 100 ($\theta_m \simeq \theta_{1/2}$).
(5) *Nature*, 7 septembre 1929.

Je montrerai plus loin que, au contraire, il est non seulement possible de calculer l'angle θ_m à partir de la courbe de décroissance, en appliquant les relations de Fresnel, mais que, de plus, le résultat obtenu se trouve en accord avec la formule de dispersion (2).

I. **La formule de dispersion pour les rayons X de grande longueur d'onde.** — Par analogie avec le phénomène de dispersion anormale au voisinage d'une ligne d'absorption, dans le domaine optique, on peut rechercher l'influence, sur la courbe de dispersion des rayons X des différentes bandes d'absorption du milieu réflecteur.

En ne négligeant plus les fréquences propres ν_i des résonateurs atomiques, on sait qu'on est conduit à des formules de la forme :

$$n^2 - 1 = C\Sigma \frac{1}{\nu_i^2 - \nu^2} \tag{6}$$

Dans le domaine des rayons X mous, ceci conduirait, au voisinage d'une fréquence d'absorption, à des valeurs de l'indice n très importantes, parfois supérieures à l'unité et qui sont nettement contredites par les résultats de l'expérience (1).

En réalité l'absorption des rayons X n'a pas lieu sous forme d'une *raie* comme dans le domaine optique, mais sous forme de *bandes*. Ceci est vrai également pour les rayons X mous comme le montrent les spectres d'absorption de l'auteur (bandes K de l'oxygène, de l'azote, du carbone (2).

M. Kallmann et M. Mark (3) ont tenu compte, pour l'établissement d'une formule de dispersion, de l'existence d'un domaine d'absorption continu à partir d'un bord de bande. de fréquence ν_0. Ils supposent une série d'oscillateurs virtuels qui vibrent avec une fréquence propre ν_i (supérieure à ν_0) et une intensité proportionnelle à $\frac{1}{\nu_i^3}$. Ils sont parvenus à une formule que des travaux récents (4) semblent avoir confirmé dans le domaine des rayons X :

$$\delta = \frac{e^2}{2\pi m} \sum \frac{N_0}{\nu^2} \left[1 + \frac{\nu_0^2}{\nu^2} L \left(\frac{\nu_0^2 - \nu^2}{\nu_0^2} \right) \right]. \tag{7}$$

N_0 = nombre des résonateurs ν_0 par unité de volume.

J'ai déjà signalé (5) que la formule précédente, donnait dans le cas des rayons X d'une cinquantaine d'angströms, et en tenant compte des bandes d'absorption, des résultats très voisins de ceux de la formule simplifiée (2), et en excellent accord avec les valeurs de δ que je déterminais par expérience (raie $K\alpha$ du bore ; $\lambda = 68$ Å). Les fréquences propres ν_i des résonateurs atomiques n'apportent pas, dans le domaine considéré, de perturbations importantes à l'indice.

Je veux revenir ici, plus en détail, sur ce point dans le cas concret de la réflexion de la raie $K\alpha$ du carbone ($\lambda = 44{,}9$ Å) sur un miroir (ou un réseau) en verre.

J'envisagerai le cas d'un verre de la composition moyenne suivante : 70 pour cent SiO_2 ; 7 pour cent CaO ; 12 pour cent Na_2O. Je négligerai l'influence des substances à faible pourcentage (B_2O_3, Al_2O_3, ZnO, K_2O) qui pourraient s'y trouver.

Ecrivons la formule 7 sous la forme :

$$\delta = \frac{e^2}{2\pi m} \sum \frac{N_0}{\nu^2} \left[1 + \frac{L(1 - x^2)}{x^2} \right]$$

(1) Thibaud. *Phys. Z.*, t. **29** (1928), p. 241.
(2) Thibaud. *C. R*, t. **186** (1928), p. 308.
(3) *Ann. der Phys.*, **82** (1927), p. 585.
(4) A. Larsson. *Inaugural dissertation*, Uppsala (1929).
(5) *Phys. Z., loc. cit.*

en posant $x = \frac{\nu}{\nu_0} = \frac{\lambda_0}{\lambda}$ (λ, ν = radiation incidente; λ_0, ν_0 = bord d'une bande d'absorption).

Ou encore, en désignant par $f(x)$ la quantité entre crochets :

$$\delta = \frac{e^2}{2\pi m} \frac{\mathcal{N}\rho}{\nu^2} \sum \frac{a}{A} [2f(x_K) + 6f(x_L) + \ldots]. \qquad (8)$$

$\mathcal{N}$ = nombre d'Avogadro.

ρ = densité du milieu (verre).

a = pourcentage d'atomes de chaque élément par gramme du milieu.

A = poids atomique de l'élément.

$f(x_K)$, $f(x_L)$ valeurs de $f(x)$ pour les fréquences ν_K, ν_L,... des discontinuités K, L,... de l'élément considéré.

Remarquons que, lorsque x n'est pas voisin de l'unité, c'est-à-dire, lorsque la fréquence ν envisagée n'est pas dans le voisinage d'une discontinuité d'absorption, la fonction $f(x_0)$ se rapproche de l'unité.

Le tableau suivant exprime la part qui revient à chacun des atomes constituant le verre, dans l'effet de dispersion anomale, pour la radiation $\lambda = 44{,}9$ Å :

ÉLÉMENT	Z	a/A	ABSORPTION	λ_0	x	$f(x)$	X	$a/A \times X$	$a/A \times Z$
Silicium...	14	0,0125	K	6,7 Å	0 149	— 0,003	13,99	0,175	0,175
			L	126	2,8	+ 1,245			
Oxygène...	8	0,0285	K	23,5	0,523	— 0,17	5,66	0,161	0,228
Sodium ...	11	0,0043	K	11,5	0,256	— 0,033	8,93	0,039	0,047
Calcium...	20	0,00125	K	3,06	0,068	— 0,032	5,54	0,0069	0,025
			L	35,3	0,786	— 0,55			

Le nombre atomique Z exprime, pour chaque atome, le nombre d'électrons qui participeraient à la dispersion « normale » (form. 2), le nombre X (quantité entre crochets dans 8) exprimant le nombre d'électrons effectifs dans la dispersion, compte tenu de l'effet « anomal ». On voit que X est voisin de Z, sauf pour le calcium, dont la bande L est assez proche de la longueur d'onde λ étudiée. Encore cet effet anomal sera-t-il peu sensible dans le résultat final, le nombre d'atomes de calcium étant restreint.

En prenant pour les constantes les valeurs :

$$\rho = 2{,}65 \qquad \mathcal{N} = 6{,}061 \times 10^{23} \qquad \frac{e^2}{2\pi m} = 4{,}03 \times 10^7 \text{ U. E. S.}$$

il vient [1] :

(λ en Å)

$$\delta = 2{,}842 \times 10^{-6} \lambda^2.$$

ou

($\lambda = 44{,}9$ Å)

$$\delta = 5{,}73 \times 10^{-3}$$

pour la radiation $K\alpha$ du carbone.

La formule de dispersion simplifiée 2 conduirait à :

$$\delta = \frac{e^2}{2\pi m} \times \frac{\mathcal{N}\rho\lambda^2}{c^2} \sum \frac{a}{A} Z \qquad \text{(voir la dernière colonne du tableau précédent).} \qquad (9)$$

c'est-à-dire à :

$$\delta = 7{,}08 \times 10^{-3}.$$

[1] On tient compte, dans le calcul, de l'influence des éléments à faible pourcentage (B, Al, Zn, K, etc.) en ajoutant 0,013 aux deux dernières colonnes du tableau.

Comme je l'ai indiqué antérieurement, la formule complète de Kalmann-Mark, compte tenu des bandes d'absorption, conduit à un résultat peu différent de celui de la formule 2.

Remarquons qu'il n'en serait plus ainsi pour un milieu dont la longueur d'onde de la discontinuité d'absorption serait très voisine de celle de la radiation.

Envisageons, à titre d'exemple, le cas où un film carboné se déposerait sur la surface du miroir étudié (ceci peut se produire dans les spectrographes à vide métalliques, dont les joints sont scellés à la graisse à vide). Il faut alors tenir compte de l'effet anomal des électrons K du carbone (bande K du carbone : $\lambda = 43{,}5$ Å [1]). La fonction $f(x)$ prend alors la valeur $f(x_0) = -1{,}99$, d'où $X = 0{,}02$ au lieu de $Z = 6$; l'expression de δ deviendrait vingt fois plus petite que celle que nous avons calculée ci-dessus.

En fait la divergence entre les résultats des formules 2 et 7 ne devient appréciable que pour les longueurs d'onde voisines (différant au plus de 1 à 2 Å) d'une discontinuité L et surtout M ou N de l'un des éléments constituant le miroir réflecteur. Pour le verre et les métaux usuels, ce dernier cas ne se produirait que pour des radiations dépassant 100 Å.

II. **Etude de la réflexion des rayons X de grande longueur d'onde sur un miroir. Formules de Fresnel.** — Dans le calcul de l'intensité réfléchie par un miroir, il est impossible de négliger l'influence de l'absorption, qui devient particulièrement importante pour les radiations intermédiaires.

Pour en tenir compte nous introduirons l'indice, dans les calculs, sous la forme complexe :

$$n' = n - iK = (1 - \delta) - iK$$

où n représente l'indice de réfraction ordinaire, et K (indice d'extinction) est proportionnel au coefficient d'absorption. On démontre facilement, en effet, que

$$K = \frac{\mu\lambda}{4\pi} \qquad (10)$$

si μ représente le coefficient d'absorption du milieu réflecteur pour la radiation λ.

Remarquons qu'en admettant que, pour les rayons X mous, l'absorption μ continue à varier comme le cube de la longueur d'onde (loi de Bragg-Pierce), le coefficient K se trouvera grossièrement proportionnel à λ^4.

Voisin de 10^{-6} pour les rayons X ordinaires, il atteindra, pour une radiation de 50 Å, une valeur plus voisine de l'unité.

Nous calculerons le rapport A de l'intensité réfléchie à l'intensité incidente sur le miroir, à l'aide des formules de Fresnel ; dans le cas [2] où l'indice n du milieu est inférieur à 1, celles-ci donnent pour les composantes R et I du rayonnement, parallèles à la surface du miroir :

$$R = I \times \frac{n\cos i - \cos i'}{n\cos i + \cos i'}.$$

Les angles i et i' étant comptés à partir de la normale à la surface.

Lorsque $n < 1$, $\cos i' = \pm \frac{1}{n}\sqrt{n^2 - \sin^2 i}$ devient imaginaire. Drude a démontré qu'il convient alors de choisir le signe — devant le radical. Il vient :

$$\frac{R}{I} = \frac{n^2\cos i + \sqrt{n^2 - \sin^2 i}}{n^2\cos i - \sqrt{n^2 - \sin^2 i}}.$$

(1) J. Thibaud. *C. R.*, t. **186** (1928), p. 308.

(2) Ceci correspond au cas, expérimentalement réalisé dans la réflexion des rayons X mous, du passage de l'onde du vide dans un milieu $n < 1$.

Substituant à i son complément θ et introduisant l'indice complexe n' à la place de n, nous obtenons :

$$\frac{R}{I} = \frac{[(1-\delta) - iK]^2 \sin\theta + \sqrt{[(1-\delta) - iK]^2 - \cos^2\theta}}{[(1-\delta) - iK]^2 \sin\theta - \sqrt{[(1-\delta) - iK]^2 - \cos^2\theta}} \tag{11}$$

C'est l'expression qui sert de point de départ à R. Förster [1] dans son calcul de l'intensité réfléchie dans le cas des rayons X ordinaires.

Nous savons que δ est de l'ordre de 10^{-3} et que l'angle θ est très petit. Nous négligerons les puissances supérieures de δ et confondrons sinus et angle.

Par contre une remarque précédente nous a montré que K était susceptible de prendre des valeurs plus voisines de l'unité.

Il vient :

$$\frac{R}{I} = \frac{(1-iK)^2\theta + \sqrt{\theta^2 - \theta_m^2 - 2iK + 2\delta\, iK - K^2}}{(1-iK)^2\theta - \sqrt{\theta^2 - \theta_m^2 - 2iK + 2\delta\, iK - K^2}}.$$

négligeons iK devant 1 dans $(1-iK)^2\theta$. Remarquons que $\theta_m^2 = 2\delta$ et posons :

$$\theta = \theta_m + m\,\theta_m = (1+m)\,\theta_m :$$

$$\frac{R}{I} = \frac{(1+m)\theta_m + \sqrt{2m\,\theta_m^2 - 2i(1-\delta) - K^2}}{(1+m)\theta_m - \sqrt{2m\,\theta_m^2 - 2i(1-\delta) - K^2}}.$$

Posant

$$a = \frac{K}{\theta_m^2} = \frac{K}{2\delta}$$

$$\frac{R}{I} = \frac{(1+m) + \sqrt{2[(m - a^2\delta) - ia(1-\delta)]}}{(1+m) - \sqrt{2[(m - a^2\delta) - ia(1-\delta)]}}.$$

Expression qui peut être mise sous la forme :

$$\frac{R}{I} = \frac{(1+m) + \sqrt{2\sqrt{m^2+a^2}\left[\cos\frac{\varphi}{2} + i\sin\frac{\varphi}{2}\right]}}{(1+m) - \sqrt{2\sqrt{m^2+a^2}\left[\cos\frac{\varphi}{2} + i\sin\frac{\varphi}{2}\right]}}$$

en posant

$$\operatorname{tg}\varphi = -\frac{a(1-\delta)}{m - a^2\delta}.$$

Cette formule exprime le rapport des composantes : on passe aisément au rapport A des intensités réfléchie et incidente :

$$A = \frac{(1+m)^2 + 2\sqrt{m^2+a^2} + 2(1+m)\sqrt{2\sqrt{m^2+a^2}}\cos\varphi/2}{(1+m)^2 + 2\sqrt{m^2+a^2} - 2(1+m)\sqrt{2\sqrt{m^2+a^2}}\cos\varphi/2}. \tag{12}$$

L'angle φ doit être choisi entre π et 2π; $\cos\varphi/2$ étant ainsi toujours négatif, le rapport A est inférieur à 1.

(1) *Helv. Phys. Acta*, t. 1 (1928), p. 18.

Nous nous proposons, comme application de la formule précédente de donner graphiquement la variation de l'intensité réfléchie par un miroir de verre ordinaire, en fonction de l'angle d'incidence θ, pour la raie $K\alpha$ du carbone ($\lambda = 44{,}9$ Å).

La donnée numérique la plus importante, à partir de laquelle on calculera a, est le coefficient d'absorption μ du verre pour cette radiation. La littérature ne fournit aucune indication précise à ce sujet.

En premier lieu j'ai eu l'occasion d'observer au cours de mes précédentes recherches photographiques que la raie Ll du fer ($\lambda = 20{,}1$ Å) était fortement absorbée (90 pour cent environ) par une feuille d'aluminium battu de 1 micron d'épaisseur, ce qui correspond à un coefficient d'absorption $\mu = 2 \times 10^4$.

En admettant la proportionnalité de l'absorption au cube de la longueur d'onde, le

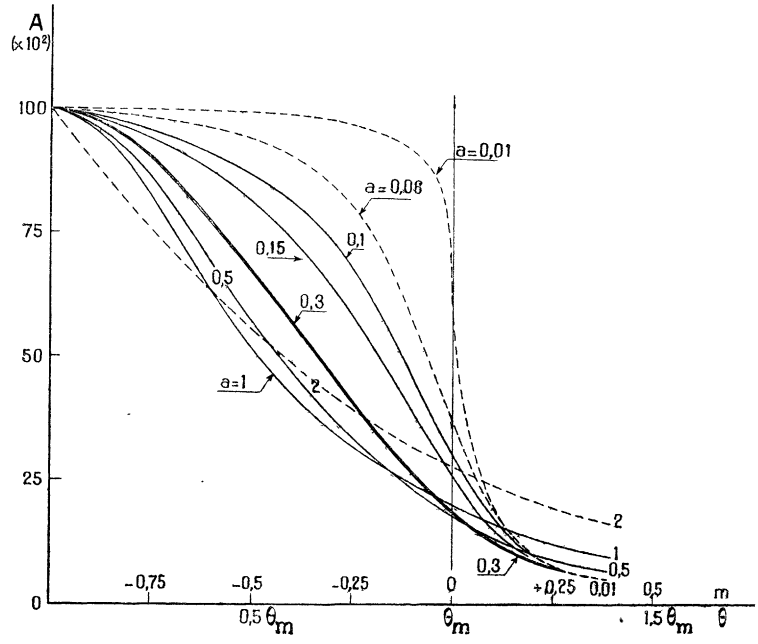


Fig 3

coefficient de la radiation 45 Å dans l'aluminium serait de l'ordre de 10^5. Ce serait aussi, sensiblement, le coefficient d'absorption dans le silicium, l'un des constituants principaux du verre.

D'autre part, au cours de mesures non publiées, dont il a bien voulu me communiquer le résultat, M. Holweck a déterminé en 1924 l'absorption dans une feuille mince (1) de verre qui laissait filtrer 1,6 pour 100 du rayonnement incident (radiation excitée sous 280 volts) : il obtenait $\mu = 7 \times 10^4$.

En résumé nous adopterons pour le verre le coefficient $\mu = 10^5$, en notant que c'est là une valeur probablement un peu forte.

Prenant pour δ la valeur précédemment calculée par la formule 7 ($\delta = 5{,}73 \times 10^{-3}$) il vient :

$$a = \frac{\mu\lambda}{4\pi \times 2\delta} = 0{,}31.$$

Nous avons donné (fig. 3) la reproduction graphique de l'expression (12) du rapport A

(1) Cette feuille pesait 0.164 milligr. par cm².

(pouvoir réflecteur), en fonction de l'angle θ [$\theta = (1 + m)\,\theta_m$] pour des valeurs différentes de a c'est-à-dire dans le cas de coefficients d'absorption μ très différents : $a = 0{,}01$ (cas des rayons X ordinaires) ; $a = 0{,}06$; $a = 0{,}1$; $a = 0{,}15$; $a = 0{,}3$; $a = 0{,}5$; $a = 1$ et $a = 2$.

Ces différentes courbes montrent un aplatissement de plus en plus grand lorsque a augmente, c'est-à-dire lorsque la longueur d'onde λ et, partant, l'absorption μ augmentent. Ceci est conforme à l'observation faite au cours de nos recherches (comparaison des courbes de réflexion relatives aux deux radiations $\lambda = 45$ Å et $\lambda = 65$ Å)

Considérons plus particulièrement le pouvoir réflecteur A_0 correspondant à l'angle limite $\theta_m = \sqrt{2\delta}$. Dans le cas $\theta = \theta_m$ ($m = 0$) la formule (12) devient, si l'on remarque que $\cos\frac{\varphi}{2} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$:

$$A_0 = \frac{1 + 2a - 2\sqrt{a}}{1 + 2a + 2\sqrt{a}}. \qquad (13)$$

On montre facilement (dérivée nulle) que cette expression passe par un minimum ($A_0 = 0{,}17$) pour $a = 0{,}5$, (c'est le cas où le coefficient d'extinction K est égal à l'indice δ) c'est-à-dire pour une valeur très voisine de celle à laquelle nous a conduit notre calcul préliminaire dans le cas du verre. On a ainsi :

$a = 0{,}1$	$A_0 = 0{,}31$	
$a = 0{,}3$	$A_0 = 0{,}19$	
$a = 0{,}5$	$A_0 = 0{,}172$	*Valeur minima.*
$a = 1$	$A_0 = 0{,}20$	
$a = 2$	$A_0 = 0{,}277$	

Ainsi, pour les longueurs d'onde très supérieures à 45 Å et les très fortes absorptions (1), on assisterait à une *augmentation* de l'intensité réfléchie sous des angles θ supérieurs à θ_m (cas de $a = 1$, $a = 2$). Le point d'inflexion des courbes disparaît pour $a > 2$).

L'examen des courbes montre que le pouvoir réflecteur A_0 varie peu, autour de la valeur moyenne 20 pour cent, pour les valeurs de a voisines de 0,5. C'est le cas de la réflexion de la raie $K\alpha$ du carbone sur le verre ($a = 0{,}3$) : malgré l'incertitude de la valeur à adopter pour le coefficient d'extinction du verre, le pouvoir réflecteur se trouve suffisamment déterminé dans le voisinage de l'angle critique θ_m : ce pouvoir réflecteur est $A_0 = 0{,}19$.

Pratiquement, l'enregistrement de la courbe expérimentale de réflexion permettra de déterminer l'angle limite θ_m (et par suite l'indice δ) et le coefficient d'extinction K du milieu pour la radiation étudiée, au moyen de la relation 13.

3. **Conclusions.** — On remarquera la profonde analogie de la courbe $a = 0{,}3$ (fig. 3) avec la courbe expérimentale de réflexion donnée par Dershem (2) dans le cas du verre et de la raie K du carbone : même chute presque rectiligne de l'intensité réfléchie pour $\theta \leq \theta_m$. On sait, d'après (13), que pour $a = 0{,}3$, l'angle limite est l'angle pour lequel l'intensité réfléchie est 19 pour cent de l'intensité incidente.

En se reportant à la courbe de Dershem on trouve que l'angle d'intensité réfléchie 0,19 est :

$$\theta_m = 6°12'.$$

(1) Le coefficient $a = \frac{\mu\lambda}{4\pi \times 2\delta}$ est grossièrement proportionnel au carré de la longueur d'onde ; à titre d'indication, on peut dire que les courbes de la fig. 3 correspondent approximativement, dans le cas du verre, aux radiations suivantes : $a = 2$ correspondrait à $\lambda = 115$ Å ; $a = 1$ à $\lambda = 80$ Å ; $a = 0{,}5$ à $\lambda = 60$ Å ; $a = 0.15$ à 30 Å ; $a = 0.1$ à 26 Å ; $a = 0.06$ à 20 Å.

(2) *Loc. cit*, p. 1019.

valeur très voisine de celle que je calculais par application de la formule (2) : $\theta_m = 6°,48'$.

Il lui correspond pour l'indice la valeur :

$$\delta = \frac{\theta_m^2}{2} = 5,84 \times 10^{-3}.$$

Ce résultat est en accord complet avec la valeur théorique obtenue par la formule (7) de Kallman et Mark : $\delta = 5,73 \times 10^{-3}$.

On peut enfin déterminer le coefficient d'extinction du verre pour la raie $\lambda = 44,9$, en adoptant $a = 0,3$:

$$K = a \times 2\delta = 3,5 \times 10^{-3}.$$

D'autre part, les courbes montrent qu'au voisinage de $a = 0,5$, l'angle limite cherché est sensiblement le double de l'angle $\theta_{1/2}$ d'intensité réfléchie 50 pour cent : ainsi se trouve expliqué le coefficient 0,5 qui s'introduisait dans mes récherches antérieures, lorsqu'on prenait (arbitrairement) θ_m égal à $\theta_{1/2}$.

Ainsi dans le tableau numérique de ma note (1), toutes les valeurs expérimentales de θ_m seraient à multiplier par 2, et, par suite, toutes les valeurs de δ à multiplier par 4.

En résumé, nous conclurons :

a) Il est possible de déterminer avec rigueur l'angle limite $\theta_m = \sqrt{2\delta}$ à partir des courbes de réflexion.

b) L'indice $n = 1 - \delta$ des rayons de 50 Å obéit à la formule de dispersion de Kallman-Mark (et, plus grossièrement, à la formule simplifiée de Drude-Lorentz).

c) L'application des formules de Fresnel aux rayons X mous est rendue tout à fait légitime par l'accord des courbes calculées avec celles déterminées par l'expérience.

(1) *C. R.* t **187** (1928), p. 219.

Manuscrit reçu le 31 décembre 1929.