Le calcul statistique de l'aimantation rémanente

L. Néel

► To cite this version:

L. Néel. Le calcul statistique de l'aimantation rémanente. J. Phys. Radium, 1929, 10 (7), pp.263-266.
10.1051/jphysrad:01929001007026300 . jpa-00205383

HAL Id: jpa-00205383

<https://hal.science/jpa-00205383>

Submitted on 1 Jan 1929

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

LE CALCUL STATISTIQUE DE L'AIMANTATION RÉMANENTE

Par M. L. NÉEL.

Sommaire. — On a calculé dans cet article, l'aimantation rémanente en fonction de l'aimantation à saturation dans une substance à cristallisation confuse, dont l'aimantation obéit au mécanisme proposé par M. Forrer.

1. L'étude des propriétés des corps ferromagnétiques a conduit M. Forrer ⁽¹⁾ à les interpréter par l'hypothèse des multiplets ; le nickel, par exemple, possède un doublet, dont les constituants sont à angle droit dans un champ nul. Par suite de la symétrie cubique du cristal, deux possibilités d'orientation sont à retenir :

- a) Les constituants sont tous deux dirigés suivant des axes quaternaires.
- b) Ils sont dirigés suivant des axes binaires, la résultante est alors dirigée suivant un axe quaternaire.

Un champ magnétique assez fort renverse les constituants du doublet de façon à rapprocher la résultante de la direction du champ magnétique. Si l'on diminue ensuite le champ jusqu'à zéro, les deux constituants du doublet occupent alors, parmi les directions possibles énoncées plus haut, les deux directions les plus voisines du champ magnétique. Dans l'hypothèse *a*, les deux constituants du doublet seront dirigés suivant les deux axes quaternaires les plus rapprochés de la direction du champ. Dans l'hypothèse *b*, la résultante sera sur l'axe quaternaire le plus rapproché du champ.

Ainsi les axes quaternaires ne jouent pas le même rôle : pour calculer l'aimantation rémanente dans une substance à cristallisation confuse, il faudra diviser les axes quaternaires en catégories, suivant l'angle qu'ils font avec le champ magnétique, et étudier pour chaque catégorie de ces axes, leur répartition suivant les différentes directions de l'espace.

2. Soient *N* particules, possédant chacune la symétrie cubique et distribuées au hasard en orientation. Par un point *O*, fixe, nous menons des parallèles à tous les axes quaternaires, et nous en prenons les intersections telles que *M*, avec la sphère Σ de centre *O* et de rayon 1. Chaque particule fournit ainsi six points *M*. Il est évident que la densité des points *M* sur la sphère est uniforme et égale à $6\sqrt{3}/4\pi$. Prenons maintenant un plan *Q* passant par *O* et une demi-normale *OH* à ce plan. Nous n'envisagerons plus désormais, que la demi-portion de sphère située du côté de *OH*. Sur celle-ci, chaque particule fournit trois points *M*, *M'*, *M''*, que nous classons suivant leur distance à la droite *OH*, dans des catégories α , β , γ . Le point le plus rapproché de *OH* sera mis dans la catégorie α , le point intermédiaire, dans la catégorie β et le plus éloigné dans la catégorie γ . Dans une petite portion $d\sigma$ de la demi-sphère, située autour d'un point *D*, le nombre des points *M* est égal à $P_\alpha d\sigma$ dont $P_\alpha d\sigma$ appartiennent à la catégorie α , $P_\beta d\sigma$ à la catégorie β , etc..., et :

$$P_\alpha + P_\beta + P_\gamma = P$$

P_α , P_β , P_γ sont uniquement des fonctions de l'angle θ de *OD* avec *OH*, que nous nous proposons de calculer.

3. Considérons les particules possédant en commun la direction *OM*. L'une quelconque d'entre elles fournit le trièdre trirectangle *OM' M'' M'''* et puisque les particules sont distribuées d'une façon isotrope en orientation, les points *M'* et *M''* sont uniformément distribués sur le demi-cercle intersection de la sphère Σ avec le plan perpendiculaire en *O* à la

⁽¹⁾ *C.-R.*, **182** (1926), p. 1 272 et 1 530 ; t, **183** (1926), p. 121. *J. Phys.*, t. **10** (1929), p.

b) Un dernier cas à examiner est celui où φ est compris entre 0 et $\frac{\pi}{4}$, c'est-à-dire

$$\sqrt{2} < \operatorname{tg} \theta < +\infty.$$

Lorsque M' est entre μ et A ou entre μ' et B, OM possède une inclinaison intermédiaire entre celles de OM' et OM'' et rentre ainsi dans la catégorie β , tandis que lorsque M' est entre μ

Fig. 3.

et μ' , M'' est entre ν' et ν , ou μ et par suite OM est plus éloigné de OH que OM' et OM'', OM appartient alors à la catégorie γ , et par le même raisonnement que ci-dessus on a (fig. 3)

$$P_{\beta} = \frac{2\gamma}{\frac{\pi}{2}} P \quad P_{\gamma} = \frac{\frac{\pi}{2} - 2\gamma}{\frac{\pi}{2}} P.$$

Je résume cette discussion dans le tableau suivant :

θ	$\operatorname{tg} \theta$	φ	P_{α}	P_{β}	P_{γ}
0	0		P	0	0
$\frac{\pi}{4}$	1	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{4\varphi - \pi}{\pi} P$	$\frac{2\pi - 4\varphi}{\pi} P$	0
θ_1	$\sqrt{2}$	$\frac{\pi}{4}$	0	$\frac{4\varphi}{\pi} P$	$\frac{\pi - 4\varphi}{\pi} P$
$\frac{\pi}{2}$	$+\infty$	0			

4. Nous allons maintenant calculer la valeur moyenne de la projection sur OH, que nous désignerons par $\bar{a}$, d'un vecteur unité porté par chaque axe appartenant à la catégorie α , c'est

$$\bar{a} = \frac{\int_{\Sigma} P_{\alpha} \cos \theta d\tau}{\int P_{\alpha} d\tau}.$$

Nous définissons aussi des quantités analogues $\bar{b}$, $\bar{c}$ relatives à des vecteurs unités portés par des axes de catégorie β et γ .

Remarquons de suite que :

$$\int_{\Sigma} P_{\alpha} d\sigma = \int_{\Sigma} P_{\beta} d\sigma = \int_{\Sigma} P_{\gamma} d\sigma = N.$$

Je prends comme élément d'aire l'élément $d\sigma = 2\pi \sin \theta d\theta$ compris entre les deux cônes de demi angle au sommet θ et $\theta + d\theta$. J'ai ainsi :

$$\bar{a} = 3 \int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos \theta \sin \theta d\theta + 3 \int_{\frac{\pi}{4}}^{\theta_1} \frac{4\varphi - \pi}{\pi} \cos \theta \sin \theta d\theta$$

$$\bar{b} = 3 \int_{\frac{\pi}{4}}^{\theta_1} \frac{2\pi - 4\varphi}{\pi} \cos \theta \sin \theta d\theta + 3 \int_{\theta_1}^{\frac{\pi}{2}} \frac{4\varphi}{\pi} \cos \theta \sin \theta d\theta$$

$$\bar{c} = 3 \int_{\theta_1}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\pi - 4\varphi}{\pi} \sin \theta \cos \theta d\theta.$$

Tous calculs faits on trouve :

$$\bar{a} = 3 \left[\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{\sqrt{2}}{\pi} \arctg \sqrt{2} \right] = 0,8313$$

$$\bar{b} = 3 \left[\frac{2}{\sqrt{2}} \arctg \sqrt{2} - \frac{1}{\sqrt{2}} \right] = 0,4587$$

$$\bar{c} = 3 \left[\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{2}}{\pi} \arctg \sqrt{2} \right] = 0,2100.$$

Remarquons que la valeur moyenne de la projection d'un vecteur unité porté par la direction OM quelle que soit la catégorie à laquelle elle appartienne est $1/2$, on vérifie que :

$$\frac{\bar{a} + \bar{b} + \bar{c}}{3} = \frac{1}{2}.$$

5. Appliquons ces résultats au calcul de l'aimantation rémanente du nickel dans les deux hypothèses énoncées plus haut. Si les deux moments du doublet sont dirigés suivant les axes quaternaires, dans la position d'aimantation rémanente, l'axe de la catégorie α et celui de la catégorie β porteront un moment ; celui de la catégorie γ ne portera rien.

L'aimantation moyenne par atome en fonction des composantes du doublet prises comme unité sera

$$\bar{a} + \bar{b} = 1,2900.$$

Au contraire, dans la seconde hypothèse, seul l'axe de catégorie α portera la résultante égale à $\sqrt{2}$. L'aimantation moyenne sera :

$$\bar{a} \sqrt{2} = 1,1756.$$

Manuscript reçu le 12 avril 1929.