



HAL
open science

Contrainte de polarisation pour la reconstruction d'ondes gravitationnelles

Cyril Cano, Nicolas Le Bihan, Eric Chassande-Mottin

► **To cite this version:**

Cyril Cano, Nicolas Le Bihan, Eric Chassande-Mottin. Contrainte de polarisation pour la reconstruction d'ondes gravitationnelles. GRETSI 2023 - XXIXème Colloque Francophone de Traitement du Signal et des Images, GRETSI - Groupe de Recherche en Traitement du Signal et des Images, Aug 2023, Grenoble, France. hal-04217821

HAL Id: hal-04217821

<https://hal.science/hal-04217821>

Submitted on 26 Sep 2023

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Contrainte de polarisation pour la reconstruction d'ondes gravitationnelles

Cyril CANO¹ Nicolas LE BIHAN² Éric CHASSANDE-MOTTIN³

¹Université de Toulouse, ISAE-SUPAERO, F-31400, Toulouse, France

²Université Grenoble Alpes, CNRS, Grenoble INP, GIPSA-lab, F-38000 Grenoble, France

³Université Paris Cité, CNRS, Astroparticule et Cosmologie, F-75013 Paris, France

Résumé – Le problème de la reconstruction des polarisations des signaux gravitationnels observés par les détecteurs LIGO et Virgo est pour une grande partie du ciel un problème mal posé qui a reçu peu d'attention jusqu'ici dans la littérature. Nous proposons une nouvelle méthode de régularisation, basée sur un a priori de polarisation, pour le problème de dé-bruitage/reconstruction d'un signal bivarié noyé dans un bruit gaussien additif. La méthode de régularisation proposée s'avère plus polyvalente que les méthodologies existantes [8]. Une application est présentée sur des données synthétiques réalistes.

Abstract – The reconstruction problem of the polarizations of the gravitational signals observed by the LIGO and Virgo detectors is for a large part of the sky an ill-posed problem which has not received much attention so far in the literature. A new regularization method based on a polarization prior is introduced in the resolution scheme of the reconstruction/denoising problem of a bivariate signal embedded in an additive Gaussian noise. The proposed regularization method is found to be more versatile than existing methodologies [8]. An application is shown on realistic synthetic data.

1 Introduction

L'identification de sources astrophysiques non anticipées dans les données des détecteurs d'ondes gravitationnelles LIGO et Virgo demande l'utilisation de méthodes d'analyse de données robustes (e.g. [8]) reposant sur peu d'a priori sur les signaux ciblés. Les ondes gravitationnelles étant intrinsèquement bivariées, leur analyse polarimétrique peut être particulièrement utile dans ce contexte "agnostique". Cette question n'a pas reçu beaucoup d'attention dans la littérature jusqu'à présent.

La difficulté vient de la méthode de mesure, qui fournit comme observable une combinaison linéaire des formes d'ondes h_+ et h_\times associées aux deux modes de polarisation *plus* et *croix* des ondes gravitationnelles. Les poids de ce mélange dépendent de la position de la source dans le ciel. En conséquence, la localisation de la source est nécessaire pour la reconstruction de ces variables.

La reconstruction des ondes gravitationnelles nécessite la résolution d'un problème inverse mal posé. Ceci résulte du mauvais conditionnement de la matrice de mélange, ainsi que des propriétés du bruit. Une méthode de régularisation est proposée pour la reconstruction de signaux polarisés non stationnaires. *L'originalité de l'approche réside dans l'utilisation de l'information de polarisation dans le schéma de reconstruction du signal.* Sur la base d'un a priori sur la polarisation du signal attendu, le problème de reconstruction est pénalisé par l'énergie du signal sur un axe de polarisation donné. La régularisation proposée est une contrainte de polarisation qui permet une reconstruction faiblement modélisée des signaux gravitationnels. Une méthode raffinée est proposée en ajoutant un a priori de parcimonie structuré sélectionnant des régions temps-fréquence issues des propriétés physiques du signal attendu. Les méthodes de reconstruction proposées sont mises en œuvre et évaluées sur des données synthétiques réalistes.

2 Modèle d'observation des signaux gravitationnels

On considère ici les ondes gravitationnelles issues de systèmes astrophysiques tels que les binaires de trous noirs. L'observation du réseau des détecteurs peut s'écrire sous la forme de l'équation vectorielle linéaire suivante :

$$\mathbf{x}(t; \Theta) = F(\Theta) \mathbf{h}(t) + \mathbf{n}(t; \Theta), \quad (1)$$

avec $\mathbf{x}(t; \Theta) = [x_D(t - \tau_{D,\Theta})]_{D=L,H,V}^T \in \mathbb{R}^3$ désigne le signal reçu par le réseau, où les indices L, H, V désignent les détecteurs LIGO Livingston, LIGO Hanford et Virgo ; le délai $\tau_{D,\Theta}$ est dû au temps de propagation des ondes gravitationnelles entre le centre de la Terre (pris comme référence) et le détecteur ; $F(\Theta) = [F_+(\Theta), F_\times(\Theta)] \in \mathcal{M}_{3,2}(\mathbb{R})$ est une matrice de mélange composée des diagrammes d'antenne des détecteurs, où $F_{+,\times}(\Theta) = [F_{+,\times}^D(\Theta)]_{D=L,H,V}^T \in \mathbb{R}^3$; $\mathbf{h}(t) = [h_+(t), h_\times(t)]^T \in \mathbb{R}^2$ est le signal d'onde gravitationnelle à deux variables et $\mathbf{n}(t; \Theta) \in \mathbb{R}^3$ est un bruit additif gaussien. Selon la position du ciel, les décalages temporels $\tau_{D,\Theta}$ relient les trois temps d'observation dans un repère commun lié au centre de la Terre. Les bruits $n_D(t)$ sont supposés stationnaires¹ et indépendants d'un détecteur à l'autre.

Le bruit d'un détecteur D est caractérisé par sa densité spectrale de puissance $S_D(\omega)$, où ω est la variable fréquentielle, pouvant être estimée sur un segment de données des détecteurs. Pour chaque fréquence, nous obtenons la matrice de covariance du bruit $\Delta(\omega) = \text{diag}\{S_D(\omega)\}_{D=L,H,V}$. L'équation (1) peut être réécrite dans le domaine temps-fréquence

¹Le bruit est supposé stationnaire pendant le temps d'observation. En pratique, des dérives sont observées sur des périodes de temps plus longues en plus des bruits transitoires qui peuvent se superposer par intermittence aux signaux gravitationnels.

pour une décomposition linéaire de type Gabor comme

$$\tilde{X}(\omega, \tau; \Theta) = \tilde{F}(\omega, \tau; \Theta) H(\omega, \tau) + \tilde{N}(\omega, \tau; \Theta), \quad (2)$$

où $\tilde{X}(\omega; \Theta) = \Delta^{-1/2}(\omega) X(\omega; \Theta)$ est le vecteur d'observations blanchies et respectivement pour $\tilde{F}(\omega; \Theta)$ et $\tilde{N}(\omega; \Theta)$.

3 Reconstruction de signaux gravitationnels

La reconstruction des signaux h_+ et h_\times à partir de données bruitées est un problème inverse mal posé car, pour une grande partie du ciel, la matrice de mélange $\tilde{F}_\times(\omega; \Theta)$ est mal conditionnée, ce qui signifie que la composante h_\times ne peut être récupérée. Nous proposons une approche dans laquelle le problème de reconstruction est modélisé comme un problème d'optimisation avec un terme de fidélité aux données $\Psi(h, x)$ et plusieurs termes de régularisation $\Omega_i(h)$. L'onde reconstruite \hat{h} est obtenue comme

$$\hat{h} = \arg \min_{h \in \mathcal{H}} \Psi(h, x) + \sum_{i=1}^n \lambda_i \Omega_i(h), \quad (3)$$

où les $\lambda_i > 0$ sont des paramètres de régularisation et \mathcal{H} est un espace de Hilbert de dimension finie. Motivé par une interprétation statistique du schéma de reconstruction, le terme de fidélité aux données est choisi comme étant la log-vraisemblance des observations, qui, compte tenu du bruit gaussien, peut être écrite dans le domaine temps-fréquence comme la fonction des moindres carrés pondérée par le bruit²³

$$\Psi(h, x) = \sum_{(\omega, \tau) \in \Gamma} \frac{1}{2} \left\| \tilde{X}(\omega, \tau) - \tilde{F}(\omega) H(\omega, \tau) \right\|_2^2, \quad (4)$$

où Γ correspond au support temps-fréquence sur lequel le signal est présent. La direction de la source dans le ciel étant supposée connue et l'axe de polarisation étant choisi pour correspondre au repère de polarisation dominant [8], on omettra alors Θ dans les calculs. La région temps-fréquence associée au signal peut être identifiée par excès de puissance avec un algorithme ad hoc. Les solutions de (3), pour $\lambda_i = 0$, sont données par $\hat{H}(\omega, \tau) = \tilde{F}^\dagger(\omega) \tilde{X}(\omega, \tau)$, où on a noté la pseudo-inverse $\tilde{F}^\dagger(\omega) = (\tilde{F}^T(\omega) \tilde{F}(\omega))^{-1} \tilde{F}^T(\omega)$.

Des méthodes pour contraindre la polarisation du signal reconstruit ont déjà été proposées [8]. Des paramètres de polarisation (ellipticité, orientation) sont calculés à partir des signaux h_+ et h_\times et leurs parties en quadrature (leurs transformées de Hilbert). Les solutions analytiques du problème inverse sont dérivées en fonction des valeurs imposées à certains paramètres de polarisation [8]. *Nous proposons une méthode plus générale, en cela qu'elle utilise un outil adapté aux signaux polarisés, introduisant un paramètre de régularisation qui permet de faire varier l'intensité de la contrainte de polarisation dans le problème de reconstruction.*

3.1 Contrainte de polarisation

Motivés par les différences entre les polarisations attendues pour le signal et pour le bruit, nous proposons une régularisation de type Tikhonov [11] basée sur un a priori de polarisation.

²Le bruit est supposé décorrélé sur les indices temps-fréquence.

³On note $\|\cdot\|_2$ la norme induite par le produit scalaire canonique noté $\langle \cdot, \cdot \rangle$. La norme l^1 , notée $\|\cdot\|_1$ correspond à la somme des valeurs absolues d'un vecteur complexe.

La contrainte quadratique est de la forme

$$\Omega_{\text{polar}}(h) = \sum_{\omega, \tau} \frac{1}{2} \|L_{-\mu} H(\omega, \tau)\|_2^2 \quad (5)$$

où

$$L_{-\mu} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 + s_1 & s_2 + i s_3 \\ s_2 - i s_3 & 1 - s_1 \end{bmatrix}. \quad (6)$$

est la matrice de Jones d'un polariseur [7] d'axe $-\mu = (s_1, s_2, s_3)$, avec s_i les paramètres de Stokes normalisés définissant la polarisation qui est pénalisée. $L_{-\mu} H(\omega, \tau)$ correspond à la quasi-projection de l'axe de polarisation de $H(\omega, \tau)$ sur $-\mu$. Pour un signal h avec un état de polarisation instantanée $\mu_h(\omega, \tau)$ orthogonal⁴ à $-\mu$, soit $\mu_h(\omega, \tau) = \mu$, la sortie du filtre est $L_{-\mu} H(\omega, \tau) = [0, 0]^T$ et $\Omega_{\text{polar}}(h) = 0$ (pas de contrainte). Les signaux tels que $\mu_h(\omega, \tau) = -\mu$ sont donc pénalisés, puisque $L_{-\mu} H(\omega, \tau) = H(\omega, \tau)$ (contrainte maximale). Ainsi, le terme de régularisation (5) pénalise les polarisations différentes de μ . Le paramètre de régularisation λ_{polar} est défini comme la puissance du filtre polariseur et peut être adapté pour chaque $(\omega, \tau) \in \Gamma$, tout comme l'a priori μ .

La linéarité du problème inverse (1), préservée par (5), se traduit par l'existence d'une solution analytique :

$$\hat{H}(\omega, \tau) = (\tilde{F}^T(\omega) \tilde{F}(\omega) + \lambda_{\text{polar}} L_{-\mu}^T L_{-\mu})^{-1} \tilde{F}^T(\omega) \tilde{X}(\omega, \tau) \quad (7)$$

pour chaque coefficient temps-fréquence.

Une contrainte de polarisation dure est obtenue par la quasi-projection de la solution du problème des moindres carrés par le polariseur⁵ L_μ , tel que $\hat{H}(\omega, \tau) = L_\mu \tilde{F}^\dagger(\omega) \tilde{X}(\omega, \tau)$, où μ correspond à l'état de polarisation du signal reconstruit. Par exemple, en choisissant $\mu = (1, 0, 0)$, on reconstruit \hat{h}_+ identiquement à la solution du problème des moindres carrés (4) et $\hat{h}_\times \equiv 0$.

3.2 Contrainte de polarisation et de parcimonie

Dans la plupart des scénarios physiques, on s'attend à ce que les signaux gravitationnels se décomposent sur un petit nombre de coefficients temps-fréquence [2]. Sur la base de cette hypothèse, la méthode de reconstruction proposée peut être affinée en incluant un terme de régularisation supplémentaire $\Omega_{\text{parci}}(h)$, notamment sur le nombre et la distribution des coefficients temps-fréquence du signal souhaité, voie déjà explorée dans [6].

L'algorithme de seuillage itératif (ISTA) est souvent utilisé pour la résolution du problème LASSO [3] où $\Omega_{\text{parci}}(h) = \|H\|_1$. Combettes et al. [5] ont étendu ISTA au cas d'un régularisateur général non lisse Ω_{parci} à l'aide d'un opérateur proximal. L'algorithme général est donné⁶ dans Algorithme 1 pour un terme d'attache aux données (4) et un a priori de polarisation (5).

Dans le cas d'une pénalisation par la norme l^1 de H , l'opérateur de proximité de l'Algorithme (1) est donné par l'opérateur de seuillage doux $\text{prox}_{\frac{\lambda_{\text{parci}}}{\gamma(\omega)} \Omega_{\text{parci}}} = \mathbb{S}_{\frac{\lambda_{\text{parci}}}{\gamma(\omega)}}$.

⁴De façon contre intuitive, deux points antipodaux sur la sphère de Poincaré correspondent à des états de polarisation dits orthogonaux [7].

⁵Notons que, le polariseur pour la contrainte dure est défini avec μ , alors qu'il est défini avec $-\mu$ pour la contrainte douce, où μ est l'axe de polarisation choisi comme a priori sur le signal reconstruit.

⁶Algorithme 1 prend le parti de représenter la partie quadratique de la fonction objectif en un seul opérateur quadratique $Q(h) = \Psi(h) + \lambda_{\text{polar}} \Omega_{\text{polar}}(h)$ afin de simplifier la lecture.

Algorithme 1 : PEW

Entrée : $H^{(1)} \in \mathbb{C}^{M,N}$, $k = 1$, $\lambda_{\text{polar,parci}} \in \mathbb{R}_+$
 $\Xi(\omega) = \tilde{F}^T(\omega)\tilde{F}(\omega) + \lambda_{\text{polar}}L_{\mu}^*L_{\mu}$;
 $\gamma(\omega) = \|\Xi(\omega)\Xi^*(\omega)\|$;

répéter

$$\begin{cases} \nabla Q^{(k)}(\omega, \tau) = \Xi(\omega)H^{(k)}(\omega, \tau) - \tilde{F}^T(\omega)\tilde{X}(\omega, \tau); \\ H^{(k+1)}(\omega, \tau) = \\ \text{prox}_{\frac{\lambda_{\text{parci}}}{\gamma(\omega)}\Omega_{\text{parci}}} (H^{(k)}(\omega, \tau) - \frac{1}{\gamma(\omega)}\nabla Q^{(k)}(\omega, \tau)); \\ k = k + 1; \end{cases}$$

jusqu'à convergence;

Généralisant le LASSO, la parcimonie structurée [9] revient à imposer un a priori sur la répartition des coefficients temps-fréquence du signal. La régularisation est obtenue par l'introduction de normes mixtes et d'opérateurs d'expansion [9]. Les solutions sont construites en adaptant l'opérateur de proximité de la méthode générale de descente du gradient proximal présentée dans l'Algorithme 1. Par exemple, l'opérateur de proximité empirique et persistant de Wiener (PEW) [10] est donné par

$$S_{\lambda}^{\text{PEW}}(H(\omega, \tau)) = H(\omega, \tau) \times \max(1 - \lambda^2/H^{C_{\omega,\tau}}, 0), \quad (8)$$

où $C_{\omega,\tau} \in \mathbb{C}^{n \times n}$ est un ensemble de poids sur un voisinage $\Gamma_{\omega,\tau}$ de (ω, τ) de taille $n \times n$, tel que $\|C_{\omega,\tau}\|_2 = 1$, et $H^{C_{\omega,\tau}}$ est la racine carrée de la somme des $C_{\omega,\tau}(\omega', \tau')\|H(\omega', \tau')\|_2^2$ pour $(\omega', \tau') \in \Gamma_{\omega,\tau}$. En d'autres termes, pour chaque (ω, τ) , les coefficients temps-fréquence sur un voisinage $\Gamma_{\omega,\tau}$ sont impliqués dans l'opérateur de seuillage. Cela tend à éliminer les grands coefficients isolés et à conserver les coefficients ayant un voisinage pertinent. Des poids différents correspondent à des effets de regroupement différents. L'exponentiation de λ tend à préserver les coefficients énergétiques $H(\omega, \tau)$, ce qui conduit à de meilleures performances dans cette procédure de reconstruction en une étape⁷ [10].

4 Résultats

La méthode de régularisation proposée promouvant un axe de polarisation fixé par a priori est implémentée et testée sur des données synthétiques réalistes. Pour chaque détecteur LIGO et Virgo, nous avons considéré un segment de données bruitées de la troisième campagne d'observation [1]. Le segment de données commence le 29 janvier 2020 à 06 :54 GMT et dure ~ 7 , sec. Une forme d'onde est simulée à l'aide du modèle SEOBNRv4 [4] pour une binaire composée de deux trous noirs de masses $20 M_{\odot}$ chacun, à une distance de 500 Mpc. La binaire est vue de face (inclinaison de 0 deg), ce qui correspond à une polarisation circulaire constante du signal, soit $\mu_h = (0, 0, 1)$. Le bruit et le signal sont filtrés à l'aide d'un filtre passe-haut dont la fréquence de coupure est 25 Hz. Le rapport signal sur bruit total est égal à 20, soit 13, 14 et 5 pour les détecteurs LIGO Livingston, LIGO Hanford et Virgo. Pour la reconstruction, une région temps-fréquence Γ est approximativement sélectionnée autour de l'événement.

Contrainte de polarisation Dans cet exemple, une forte contrainte de polarisation circulaire conduit à un meilleur ré-

⁷Une estimation en deux étapes consisterait à estimer, dans un premier temps, le support temps-fréquence Γ du signal, puis, dans un second temps, les coefficients $H(\omega, \tau)$ sur ce support.

sultat. Cependant, afin d'illustrer la variabilité offerte par le coefficient de pénalisation λ_{polar} , le résultat de la reconstruction est présenté pour $\lambda_{\text{polar}} = 0, 1$ et $\mu = (0, 0, -1)$ sur la Figure 2. L'effet de la contrainte est visible de la ligne (b) à la ligne (c), où la polarisation du signal a partiellement changé. En particulier, la reconstruction de h_{\times} est améliorée par la contrainte. Pour les applications réelles, λ_{polar} doit être adapté au degré de confiance en faveur d'un état de polarisation donné.

Parcimonie structurée et contrainte de polarisation Pour simplifier, l'a priori de polarisation et les poids de l'opérateur PEW sont identiques pour tout le plan temps-fréquence. Les poids sont définis tel que $C_{\omega,\tau}(\omega', \tau') = \delta_{\omega-\omega'+\tau-\tau'-3}$, ce qui favorise les groupes diagonaux de coefficients temps-fréquence énergétiques et définit un voisinage $\Gamma_{\omega,\tau}$ de taille $n \times n$, avec $n = 3$. Le résultat de la reconstruction est présenté pour $\lambda_{\text{polar}} = 2$, $\lambda_{\text{parci}} = 3$ et $\mu = (0, 0, -1)$ en Figure 2. Cela permet de définir une contrainte forte (mais pas dure) à la fois sur la structure des groupes temps-fréquence que sur la polarisation reconstruite. La crête du signal est sélectionnée par l'a priori de parcimonie structurée. L'extrémité de la crête n'est pas sélectionnée car elle est verticale et ne correspond pas à l'a priori défini par $C_{\omega,\tau}$.

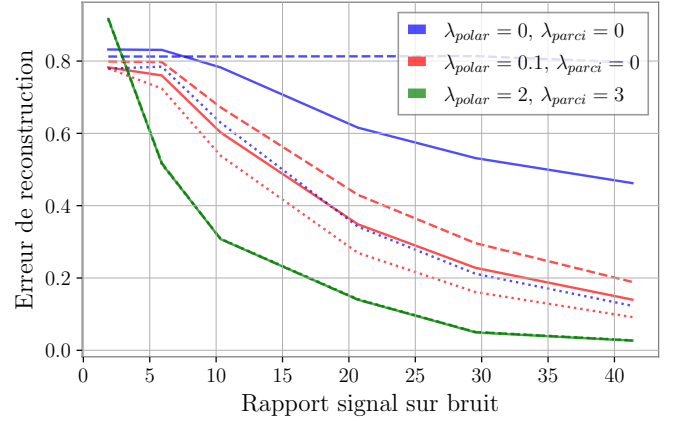


FIGURE 1 : Erreur de reconstruction vs rapport signal sur bruit du signal injecté dans le réseau de détecteur pour h (traits pleins), h_+ (pointillés) et h_{\times} (traits discontinus).

La précision de l'approximation de la forme d'onde est mesurée par $\varepsilon(h, \hat{h}) = 1 - |\langle h, \hat{h} \rangle| / (\|h\|_2 \|\hat{h}\|_2)$ pour une forme d'onde donnée h et sa reconstruction \hat{h} . La mesure ε est courante pour tester la précision de la forme d'onde dans l'analyse des données d'ondes gravitationnelles [4]. Elle est invariante par rapport au déphasage. La précision de la reconstruction est mesurée avec la métrique d'inadéquation ε pour le signal d'onde gravitationnel bivarié injecté h et les deux formes d'onde de polarisation h_+ et h_{\times} . Les différents résultats sont résumés dans la Figure 1.

Il apparaît que la contrainte de polarisation peut aider à récupérer des signaux faibles ou des composantes *croix* faibles sans imposer une contrainte forte sur le signal reconstruit. En outre, la reconstruction de h_+ est aussi améliorée grâce à la contrainte. L'ajout de la parcimonie structurée inclut un a priori physique sur les régions temps-fréquence sélectionnées, ce qui donne de meilleurs résultats qu'une troncature fixe [6].

Les hyperparamètres des méthodes présentées peuvent être ajustés empiriquement sur un ensemble de données de signaux

injectés. Cette méthode faiblement modélisée peut récupérer des signaux faibles avec quelques hypothèses (par exemple de polarisation circulaire). Les paramètres peuvent être adaptés en temps et en fréquence afin de correspondre aux différentes phases de la forme d'onde (coalescence, fusion, relaxation). De même, la méthode se généralise sans difficulté à des signaux plus complexes (provenant de supernovae, binaires excentriques, avec precession) exhibant une variation de polarisation $\mu_h(\omega, \tau)$ dans le plan temps-fréquence en adaptant l'a priori sur le paramètre $\mu(\omega, \tau)$ à la source envisagée.

Références

- [1] R ABBOTT *et al.* : Open data from the third observing run of LIGO, Virgo, KAGRA and GEO. *arXiv preprint arXiv :2302.03676*, 2023.
- [2] Quentin BAMMEY, Philippe BACON, Eric Chassande MOTTIN, Aurelia FRAYSSE et Stephane JAFFARD : Sparse time-frequency representation of gravitational-wave signals in unions of wilson bases. In *2018 26th European Signal Processing Conference (EUSIPCO)*, pages 1755–1759, 2018.
- [3] Amir BECK et Marc TEBoulLE : A fast iterative shrinkage-thresholding algorithm for linear inverse problems. *SIAM Journal on Imaging Sciences*, 2(1):183–202, 2009.
- [4] Alejandro BOHÉ *et al.* : Improved effective-one-body model of spinning, nonprecessing binary black holes for the era of gravitational-wave astrophysics with advanced detectors. *Phys. Rev. D*, 95:044028, Feb 2017.
- [5] Patrick L. COMBETTES et Valérie R. WAJS : Signal recovery by proximal forward-backward splitting. *Multiscale Modeling & Simulation*, 4(4):1168–1200, 2005.
- [6] Fangchen FENG, Eric CHASSANDE-MOTTIN, Philippe BACON et Aurélie FRAYSSE : Structured sparsity regularization for gravitational-wave polarization reconstruction. In *2018 26th European Signal Processing Conference (EUSIPCO)*, pages 1750–1754, 2018.
- [7] Jose GIL et Razvigor OSSIKOVSKI : *Polarized Light and the Mueller Matrix Approach*. CRC Press, 2nd edition, 2022.
- [8] S. KLIMENKO *et al.* : Method for detection and reconstruction of gravitational wave transients with networks of advanced detectors. *Phys. Rev. D*, 93:042004, Feb 2016.
- [9] Matthieu KOWALSKI, Kai SIEDENBURG et Monika DÖRFLER : Social sparsity ! neighborhood systems enrich structured shrinkage operators. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 61(10):2498–2511, 2013.
- [10] Kai SIEDENBURG, Matthieu KOWALSKI et Monika DÖRFLER : Audio declipping with social sparsity. In *2014 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP)*, pages 1577–1581, 2014.
- [11] A. N. TIKHONOV : Regularization of incorrectly posed problems. *Soviet Mathematics Doklady*, 4(6):1624–1627, 1963.

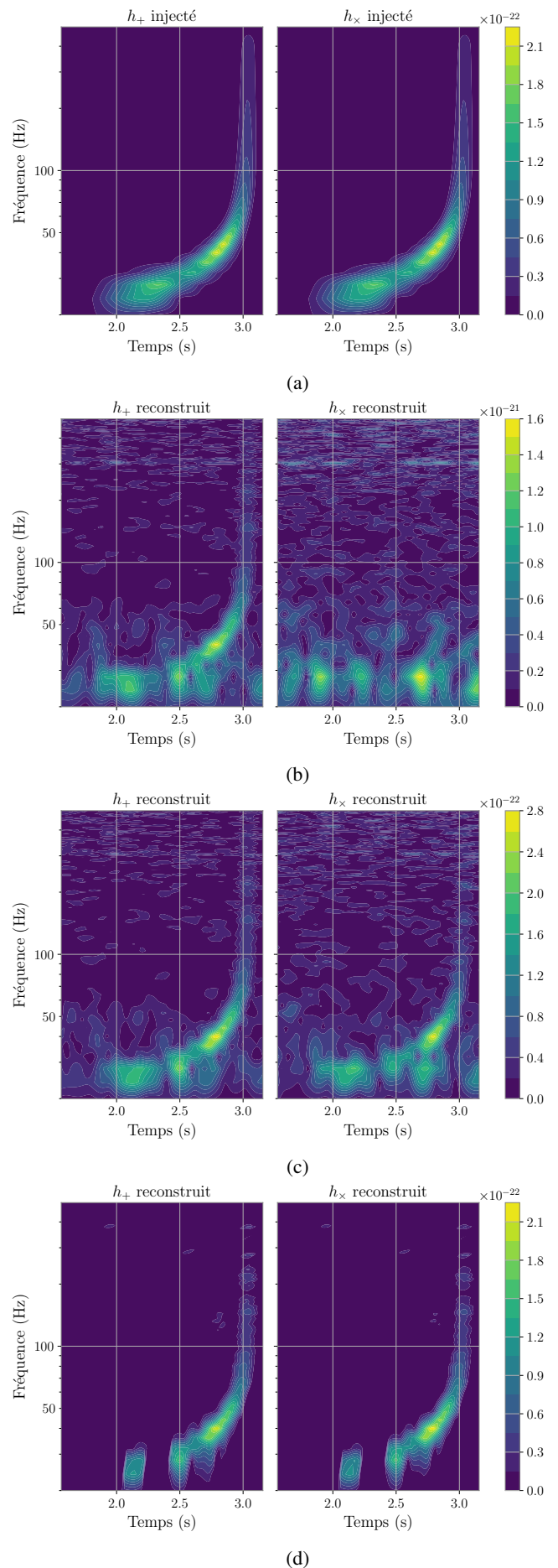


FIGURE 2 : Signal injecté (spectrogramme) (a), reconstruction par les moindres carrés (b), reconstruction avec contrainte de polarisation (circulaire) (c) et reconstruction avec contrainte de polarisation et parcimonie structurée (d).