Algorithme SAGE pour la calibration robuste de radio-interféromètres en présence d'interférences

Yassine Mhiri, Mohammed-Nabil El Korso, Arnaud Breloy, Pascal Larzabal

▶ **To cite this version:**

Yassine Mhiri, Mohammed-Nabil El Korso, Arnaud Breloy, Pascal Larzabal. Algorithme SAGE pour la calibration robuste de radio-interféromètres en présence d'interférences. XXVIIIème Colloque Francophone de Traitement du Signal et des Images, GRETSI'22, Sep 2022, Nancy, France. hal-03775526

HAL Id: hal-03775526
https://hal.science/hal-03775526

Submitted on 12 Sep 2022

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Algorithme SAGE pour la calibration robuste de radio-interféromètres en présence d'interférences

Yassine MHIRI[1], Mohammed Nabil EL KORSO[1], Arnaud BRELOY[2], Pascal LARZABAL[1]
[1] SATIE, Université Paris-Saclay; [2] LEME, Université Paris Nanterre.
{yassine.mhiri}{pascal.larzabal}@universite-paris-saclay.fr,
{m.elkorso}{abreloy}@parisnanterre.fr

Résumé – Les radio-interféromètres sont des réseaux phasés produisant des images à haute résolution à partir de la matrice de covariance des mesures. L'étalonnage de tels instruments est nécessaire et constitue une tâche critique. Toutefois, les radio-interféromètres modernes représentent un nouveau défi pour la radioastronomie car ils sont plus sensibles aux interférences de radiofréquence (RFI). En effet, la présence de RFI dans le processus de calibration induit des biais dans l'estimation des erreurs instrumentales. L'objectif de cet article est de proposer une alternative pour atténuer les effets des RFI. Pour cela, nous proposons d'abord un modèle permettant de prendre en compte la présence de RFI dans les données sur plusieurs canaux de fréquences grâce à un modèle de rang faible. Nous réalisons ensuite une estimation par maximum de vraisemblance des paramètres de calibration avec un algorithme *d'Espérance Maximisation Généralisée sur Espaces Alternés* (SAGE). Pour cet algorithme, nous dérivons deux ensembles originaux de données complètes, pour lesquels nous obtenons des solutions explicites. Des simulations numériques montrent un gain en performance significatif sur des données corrompues par des RFI comparé aux méthodes de l'état de l'art.

Abstract – Radio interferometers are phased arrays producing high-resolution images from the covariance matrix of measurements. Calibration of such instruments is necessary and is a critical task. However, modern radio interferometers (LOFAR, SKA) brings a new challenge in radio astronomy because there are more sensitive to Radio Frequency Interferences (RFI). The presence of RFI during the calibration process generally induces biases in state-of-the-art solutions. The purpose of this paper is to propose an alternative to alleviate the effects of RFI. For that, we first propose a model to take into account the presence of RFI in the data across multiple frequency channels thanks to a low-rank structured noise. We then achieve maximum likelihood estimation of the calibration parameters with a Space Alternating Generalized Expectation-Maximization (SAGE) algorithm for which we derive originally two sets of complete data allowing close form expressions for the updates. Numerical simulations show a significant gain in performance for RFI corrupted data in comparison with some more classical methods.

1 Introduction

La radioastronomie utilise des radiotélescopes pour détecter les faibles émissions de sources célestes dans le domaine des ondes radio. Un radio-interféromètre est un réseau phasé d'antennes qui utilise les corrélations (appelées visibilités) entre les signaux reçus par chaque capteur pour produire une image du ciel. Une nouvelle génération de radio-interféromètres, tels que le LOFAR ou le SKA, est actuellement conçue pour améliorer la sensibilité des observations radio sur une large bande passante en utilisant un grand nombre d'antennes placées sur des surfaces étendues. Ce saut technologique pose plusieurs défis en matière de traitement du signal afin d'exploiter pleinement le potentiel scientifique de ces instruments. Dans cet article, nous considérons le problème de la calibration multifréquence des radiotélescopes interféromètres qui est une étape indispensable pour produire des observations fiables du ciel avec une haute sensibilité. La calibration consiste à estimer les erreurs instrumentales systématiques affectant les mesures. De telles perturbations vont des gains électroniques des antennes aux perturbations atmosphériques et peuvent être modélisées à l'aide du formalisme de Jones [1]. La calibration en présence de radio-interféromètres peut s'effectuer à partir de la position et du flux de sources célestes référencées fortes, dites de calibration, pour estimer les paramètres du modèle. Le domaine de la radioastronomie a connu plusieurs générations successives d'algorithmes de calibration. La dernière tendance met l'accent sur la modélisation statistique en formulant des algorithmes robustes permettant de résoudre un problème de maximum de vraisemblance. Dans la littérature, nous pouvons trouver de nombreuses approches non linéaires par moindres carrés [2][3] qui supposent un bruit gaussien additif sur les visibilités. D'autres modélisations du bruit ont été proposées, notamment une distribution t de Student [4][5][6] pour tenir compte de la présence éventuelle de valeurs aberrantes. L'une des principales limites à la sensibilité des radiotélescopes est la présence d'interférences de radiofréquences (RFI), principalement due aux ondes radio d'origine humaine. Les RFI peuvent provenir de diverses sources, des signaux de télécommunications aux lignes de transmission à haute tension. De plus, la généralisation des réseaux de télécommunications à grande échelle et l'utilisation croissante des satellites rendent la modélisation et l'atténuation des RFI un défi important en traitement du signal. En effet, malgré les efforts déployés pour construire de tels instruments dans des zones de silence radio (dans lesquelles les transmissions radio sont rares ou limitées), les RFI ont toujours

un impact significatif sur les observations en radioastronomie [7].

Dans cet article, nous proposons d'abord un modèle multi-fréquentiel permettant de modéliser la présence de RFI dans les données mesurées. Nous dérivons ensuite un SAGE permettant d'obtenir les estimés au sens du maximum de vraisemblance des solutions de calibration et du sous-espace des RFI. Des simulations numériques viennent appuyer l'apport du modèle proposé lorsque les données mesurées sont corrompues par des RFI.

2 Modèle de données

2.1 Modélisation des RFI

Le vecteur de visibilités idéal pour le couple d'antennes (p, q) (ligne de base) est modélisé ainsi [1]

$$\mathbf{v}_{f,pq} = \sum_{i=1}^{D} (\mathbf{J}^*_{f,q,i} \otimes \mathbf{J}_{f,p,i}) \mathbf{c}_{i,f}, \tag{1}$$

où D est le nombre de sources de calibration considérées, $\mathbf{J}_{f,q,i} \in \mathbb{C}^{2\times 2}$ est la matrice de Jones modélisant les perturbations subies par le front d'ondes entre la source i et l'antenne p à la fréquence f et $\mathbf{c}_{i,f} = \text{vec}(\mathbf{C}_{i,f})$, $\mathbf{C}_{i,f} \in \mathbb{C}^{2\times 2}$ est la matrice de correlation de la source i à la fréquence f. Le symbole $\otimes$ représente un produit de Kronecker. Pour un radio-interféromère de P antennes, le vecteur de visibilités mesuré, de taille $4 \times N_b$ où $N_b = \frac{P(P-1)}{2}$ est le nombre de ligne de base, s'écrit

$$\mathbf{r}_f = \begin{bmatrix} \mathbf{r}_{f,12} \\ \vdots \\ \mathbf{r}_{f,(P-1)P} \end{bmatrix} = \mathbf{v}_f + \mathbf{n}_f, \tag{2}$$

où $\mathbf{n}_f$ est un bruit additif gaussien [2]. D'autres modèles ont été proposés considérant un bruit additif distribué selon une loi t de Student afin de prendre en compte la présence de possible valeurs aberrantes [5]. Nous proposons de modéliser l'impact des interférences de radiofréquences (RFI) par un bruit additif de rang faible,

$$\mathbf{r}_f = \mathbf{v}_f + \mathbf{W}_f \mathbf{y}_f + \mathbf{n}_f, \tag{3}$$

où $\mathbf{y}_f \sim \mathcal{CN}(\text{vec}(\mathbf{I}), \mathbf{I})$, $\mathbf{n}_f \sim \mathcal{CN}(0, \sigma^2\mathbf{I})$ et $\text{rank}(\mathbf{W}_f) << 4N_b$. En effet, il peut être montré qu'en modélisant les RFI comme des ondes électromagnétiques, on aboutit à un modèle de rang faible sur les visibilités [8].

2.2 Modèle multi-fréquence

En suivant les travaux présentés dans [9][10], nous modélisons la dépendance en fréquence des matrices de Jones par un polynôme. En considérant le canal de fréquence f, l'antenne p et la source i, la matrice de Jones $\mathbf{J}_{i,p}(f)$ est exprimée comme suit,

$$\mathbf{J}_{i,p}(f) = \sum_{k=1}^{K} b_k(f) \mathbf{Z}_{i,p,k}, \quad b_k(f) = \left(\frac{f - f_0}{f_0}\right)^{k-1}, \tag{4}$$

où K est l'ordre polynomial et f_0 la fréquence centrale. L'expression est simplifiée en utilisant $\mathbf{B}_f = [b_1(f), \ldots, b_K(f)] \otimes \mathbf{I}_2$,

$$\mathbf{J}_{i,p}(f) = \mathbf{B}_f \mathbf{Z}_{i,p}, \quad \mathbf{Z}_{i,p} = \begin{bmatrix} \mathbf{Z}_{i,p,1} \\ \vdots \\ \mathbf{Z}_{i,p,K} \end{bmatrix}. \tag{5}$$

La matrice bloc contenant tous les coefficients du polynôme est notée $\mathbf{Z}$. Le vecteur de visibilités idéal pour le canal de fréquence f et la ligne de base formée par l'antenne p et q devient,

$$\mathbf{v}_{f,pq}(\mathbf{Z}) = \sum_{i=1}^{D} ((\mathbf{B}^*_f \mathbf{Z}^*_{i,q}) \otimes (\mathbf{B}_f \mathbf{Z}_{i,p})) \text{vec}(\mathbf{C}_i). \tag{6}$$

Idéalement, étant donné que les RFI peuvent se trouver sur plusieurs canaux de fréquences, une matrice de rang faible $\mathbf{W}_f$ est attribuée à chaque canal affecté par des RFI. Pour réduire la charge de calculs, nous réduisons la dimension du modèle en considérant une matrice commune de rang faible, $\mathbf{W}$, qui englobe la structure des RFI sur tous les canaux de fréquences. Ainsi, le modèle exprimé en (3) est factorisé de la sorte,

$$\mathbf{r}_f = \mathbf{v}_f(\mathbf{Z}) + \sigma_f \mathbf{W} \mathbf{y}_f + \mathbf{n}_f, \quad \mathbf{y}_f \sim \mathcal{CN}(\text{vec}(\mathbf{I}), \mathbf{I}), \tag{7}$$

où $\mathbf{W}$ est partagé sur toutes les bandes de fréquences ($\text{span}(\mathbf{W}_f) \in \text{span}(\mathbf{W})$) et σ_f est une pondération d'activation ($\sigma_f \neq 0$ si l'interférence est non nulle pour l'indice f).

En concaténant les visibilités mesurées sur F canaux de fréquences, nous déduisons le modèle pour l'ensemble des données multifréquentielles corrompues par des RFI,

$$\mathbf{r} = \mathbf{v}(\mathbf{Z}) + ((\sigma_1, \ldots, \sigma_F) \otimes \mathbf{W})\, \mathbf{y} + \mathbf{n}, \tag{8}$$

où $\mathbf{W} \in \mathbb{C}^{4N_\mathcal{B} \times M}$, $\mathbf{y} = [\mathbf{y}_1, \ldots, \mathbf{y}_F]$, $\forall f \in [1, F], \mathbf{y}_f \sim \mathcal{CN}(\text{vec}(\mathbf{I}), \mathbf{I})$ et $\mathbf{n} \sim \mathcal{CN}(\mathbf{0}, \sigma^2\mathbf{I})$. Le nombre de colonnes de la matrice de structure des RFI, $\mathbf{W}$, doit être choisi de sorte que $\text{rank}(\mathbf{W}) << 4N_\mathcal{B}$.

3 Estimation par maximum de vraisemblance

Dans cette section, nous présentons un algorithme qui vise à estimer les paramètres inconnus du modèle spécifié par (8) par maximum de vraisemblance. L'ensemble des paramètres peut s'écrire ainsi,

$$\boldsymbol{\theta} = \{\mathbf{Z}, \mathbf{W}, \sigma^2, \sigma_1, \ldots, \sigma_F\}. \tag{9}$$

Le paramètre d'intérêt pour l'étalonnage en présence de radio-interféromètres est l'ensemble des coefficients polynomiaux $\mathbf{Z}$, utilisé pour calculer les matrices de Jones et calibrer les mesures. Étant donné un vecteur de visibilités mesuré $\mathbf{r} \in \mathbb{C}^{4N_\mathcal{B}F \times 1}$, la log-vraisemblance pour le modèle spécifié par (8) s'écrit,

$$\begin{aligned} \mathcal{L}(\mathbf{r}, \boldsymbol{\theta}) = &- \log\left(|\sigma^2\mathbf{I} + \boldsymbol{\Psi}\boldsymbol{\Psi}^H|\right) - (\mathbf{r} - \mathbf{v}(\mathbf{Z})) \\ &(\sigma^2\mathbf{I} + \boldsymbol{\Psi}\boldsymbol{\Psi}^H)^{-1}(\mathbf{r} - \mathbf{v}(\mathbf{Z}))^H, \end{aligned} \tag{10}$$

où $\mathbf{\Psi} = (\sigma_1, ..., \sigma_F) \otimes \mathbf{W}$. La maximisation directe de la vraisemblance n'est pas réalisable. Nous proposons alors d'utiliser un algorithme basé sur le SAGE pour trouver l'estimé du maximum de vraisemblance (MLE) pour le modèle proposé [11] [12]. En pratique, le SAGE consiste à définir plusieurs espaces de paramètres et leurs espaces de données complètes correspondants dans lesquels des procédures d'Espérance-Maximisation [13] sont exécutées. Pour chaque espace de paramètres, l'espérance de la log-vraisemblance des données complètes sachant les données observées est calculée dans *l'étape-E* puis maximisée dans *l'étape-M*. L'ensemble des données complètes est défini de telle sorte que la vraisemblance de ses paramètres associés conduit à des solutions explicites pour *l'étape-M*. Par ailleurs, l'algorithme SAGE permet de garantir la convergence vers un maximum local de la vraisemblance [11]. Le but de l'algorithme SAGE proposé est d'estimer le sous-espace des RFI ($\mathbf{W}$ et $(\sigma_f)_{1\leq f\leq F}$) à l'aide du premier espace de données complètes et à estimer les paramètres de calibration ($\mathbf{Z}$ et σ^2) avec le second.

Le premier ensemble de données complètes est défini comme la concaténations des visibilités mesurées avec le sous-espace RFI,

$$\mathcal{X}_1 = \{\mathbf{r}, \mathbf{y}\}. \tag{11}$$

Son vecteur paramètre associé définit le sous-espace RFI, $\boldsymbol{\theta}_1 = [\text{vec}(\mathbf{W}), \sigma_1, ..., \sigma_F]$ et conduit à l'étape E suivante,

$$\begin{aligned}
\hat{\mathbf{y}}_f &= \text{vec}(\mathbf{I}) + \sigma_f^{(m)} \mathbf{W}^{(m)^H} \\
&\quad (\sigma^{(m)^2}\mathbf{I} + \sigma_f^{(m)^2}\mathbf{W}^{(m)}\mathbf{W}^{(m)^H})^{-1} \\
&\quad (\mathbf{r}_f - \mathbf{v}_f(\mathbf{Z}^{(m)})), \\
\hat{\mathbf{\Sigma}}_f &= \mathbf{I} - \sigma_f^{(m)} \mathbf{W}^{(m)^H} \\
&\quad (\sigma^{(m)^2}\mathbf{I} + \sigma_f^{(m)^2}\mathbf{W}^{(m)}\mathbf{W}^{(m)^H})^{-1} \\
&\quad \sigma_f^{(m)} \mathbf{W}^{(m)^H}.
\end{aligned} \tag{12}$$

L'étape de maximisation conduit à des solutions explicites,

$$\sigma_f^{(m+1)} = \frac{\Re\Big((\mathbf{r}_f - \mathbf{v}_f)^H \mathbf{W} \hat{\mathbf{y}}_f\Big)}{\text{Tr}\big(\mathbf{W}^H \mathbf{W} (\hat{\mathbf{\Sigma}}_f + \hat{\mathbf{y}}_f \hat{\mathbf{y}}_f^H)\big)},$$

$$\mathbf{W}^{(m+1)} = \left(\sum_{f=1}^{F} \sigma_f \left(\hat{\mathbf{y}}_f (\mathbf{r}_f - \mathbf{v}_f)^H\right)^H\right) \left(\sum_{f=1}^{F} \sigma_f^2 \left(\hat{\mathbf{\Sigma}}_f + \hat{\mathbf{y}}_f \hat{\mathbf{y}}_f^H\right)^H\right)^{-1}.$$

Nous définissons le deuxième ensemble de données complètes comme étant la contribution de chaque source aux visibilités mesurées en incluant leur bruit thermique associé,

$$\mathcal{X}_2 = \{(\mathbf{u}_i)_{1\leq i\leq D} : \mathbf{u} = \mathbf{r} - \mathbf{\Psi}\mathbf{y} = \sum_{i=1}^{D} \mathbf{u}_i\}, \tag{13}$$

où $\mathbf{u}_i = \mathbf{v}_i(\mathbf{Z}) + \mathbf{n}_i$ avec $\mathbf{v}_i(\mathbf{Z})$ étant le vecteur de visibilités idéal de la source i et $\mathbf{n}_i \sim \mathcal{CN}(0, \beta_i\sigma^2\mathbf{I})$ tel que $\sum_{i=1}^{D} \beta_i = 1$ et $\beta_i > 0$ son bruit thermique associé. Les paramètres de calibration, $\boldsymbol{\theta}_2 = \big[\text{vec}(\mathbf{Z}), \sigma^2\big]$, sont mis à jour en utilisant ce deuxième ensemble de données complètes. L'étape E s'écrit,

$$\begin{aligned}
\hat{\mathbf{u}}_i &= \mathbf{v}_i(\mathbf{Z}^{(m)}) + \beta_i\sigma^2(\sigma^2\mathbf{I} + \mathbf{\Psi}^{(m)}\mathbf{\Psi}^{(m)^H})^{-1} \\
&\quad (\mathbf{r} - \mathbf{v}(\mathbf{Z}^{(m)})), \\
\hat{\mathbf{\Sigma}}_{\mathbf{u}_i} &= \beta_i\sigma^2\mathbf{I}_{4FN_\mathcal{B}} - \beta_i^2\sigma^4(\sigma^2\mathbf{I} + \mathbf{\Psi}^{(m)}\mathbf{\Psi}^{(m)^H})^{-1},
\end{aligned} \tag{14}$$

et conduit aux mises à jour suivantes,

$$\begin{aligned}
\sigma^{2^{(m+1)}} &= \frac{1}{4FN_\mathcal{B}D} \sum_{i=1}^{D} \frac{1}{\beta_i} \left(\|\hat{\mathbf{u}}_i - \mathbf{v}_i(\mathbf{Z})\|_F^2 + \text{Tr}(\hat{\mathbf{\Sigma}}_{\mathbf{u}_i})\right), \\
\text{vec}(\mathbf{Z}_{i,p}^{(m+1)^*}) &= \mathbf{M}_{i,p}^{-1}\text{vec}(\mathbf{T}_{i,p}),
\end{aligned} \tag{15}$$

où les matrices $\mathbf{M}_{i,p}$ et $\mathbf{T}_{i,p}$ s'expriment ainsi,

$$\begin{aligned}
\mathbf{M}_{i,p} &= \sum_{f=1}^{F} \Big(\sum_{q=p+1}^{N} \mathbf{F}_{i,f,q}^T \mathbf{F}_{i,f,q}^* \otimes \mathbf{B}_f^T \mathbf{B}_f^* \\
&\quad + \sum_{q=1}^{p-1} \mathbf{G}_{i,f,q}^T \mathbf{G}_{i,f,q}^* \otimes \mathbf{B}_f^T \mathbf{B}_f^* \Big), \\
\mathbf{T}_{i,p} &= \sum_{f=1}^{F} \Big(\sum_{q=p+1}^{N} \mathbf{B}_f^T \hat{\mathbf{U}}_{i,f,pq}^* \mathbf{F}_{i,f,q} \\
&\quad + \sum_{q=1}^{p-1} \mathbf{B}_f^T \hat{\mathbf{U}}_{i,f,qp}^T \mathbf{G}_{i,f,q} \Big),
\end{aligned}$$

avec $\mathbf{F}_{i,f,q} = \mathbf{B}_f^* \mathbf{Z}_{i,q}^{(m+1)^*} \mathbf{C}_{i,f}^T$ et $\mathbf{G}_{i,f,q} = \mathbf{B}_f^* \mathbf{Z}_{i,q}^{(m+1)^*} \mathbf{C}_{i,f}^*$.

4 Simulations numériques

Dans cette section, des simulations numériques permettant d'illustrer la pertinence du modèle introduit et la robustesse de l'algorithme proposé sont présentées. Nous considérons un radio-interféromètre composé de $P = 8$ antennes observant un ciel de $D = 2$ sources de calibration sur $F = 32$ bandes de fréquences. Les fréquences d'observation et la fréquence centrale f_0 sont fixées de sorte que $\frac{f-f_0}{f_0} \in [-1, 1]$. La puissance des deux sources de calibration sont respectivement de 100Jy et 50Jy. La matrice bloc $\mathbf{Z}$ est générée selon une loi uniforme, pour $i \in [1, D]$, $p \in [1, P]$, $\Re(\mathbf{Z}_{i,p}) \sim \mathcal{U}(0, 1)$ et $\Im(\mathbf{Z}_{i,p}) \sim \mathcal{U}(0, 1)$. La distribution t de Student est une distribution de choix pour modéliser la possible présence de valeurs aberrantes dans les visibilités [5] [4] [14]. Nous comparons donc notre algorithme à celui présenté dans [14], considérant un bruit additif sur les visibilités distribué selon une loi t de Student en fréquence. Nous nous intéressons à l'erreur quadratique moyenne normalisée pour la matrice bloc $\mathbf{Z}$, $\text{NMSE} = \frac{1}{M}\sum_m \frac{\|\mathbf{Z}-\mathbf{Z}_m\|}{\|\mathbf{Z}\|}$, où M représente le nombre de répétition de monte-carlo fixé à $M = 100$. La figure 1.a représente l'évolution du NMSE en fonction de la puissance des RFI lorsque seulement quelques bandes de fréquences sont corrompues par des interférences. En effet, des RFI de puissances

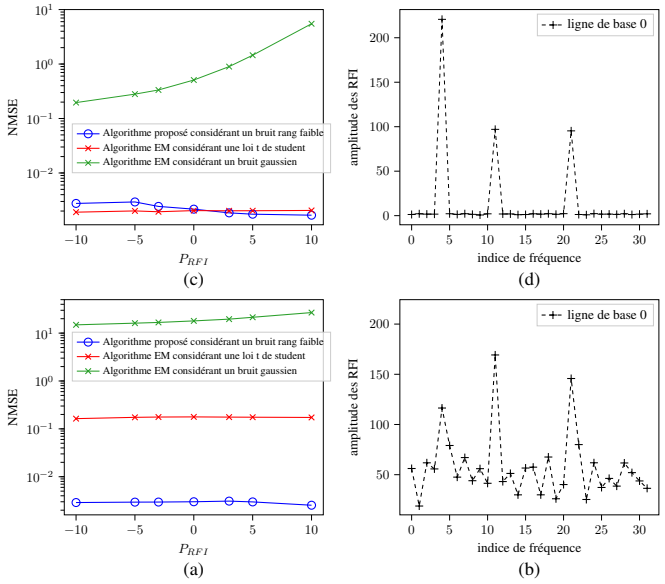

FIGURE 1 – Evolution du NMSE en fonction de la puissance des RFI.

variant de -10dB à 10dB sont ajoutées sur 10% des bandes de fréquences (figure 1.b). La méthode de calibration proposée affiche, sur ce cas d'école conforme à une distribution t de Student, des performances similaires à l'état de l'art dédié spécifiquement à ce scénario [14]. En réalité, il y a des RFI de plus ou moins grandes puissances sur toutes les bandes de fréquences [15]. Nous simulons alors un ciel perturbé par des RFI de faibles puissances (-15dB) sur chaque bande de fréquences. Additionnellement, des RFI de fortes puissances sont ajoutés sur 10% des bandes de fréquences avec une puissance variant de -10dB à 10dB (figure 1.d). On observe sur la figure 1.c un gain significatif en performance pour l'algorithme proposé comparé à l'état de l'art. En effet, notre contribution réside dans la prise en compte de la structure des RFI, ajoutant une robustesse à la présence de RFI de faibles puissances et de structures variées.

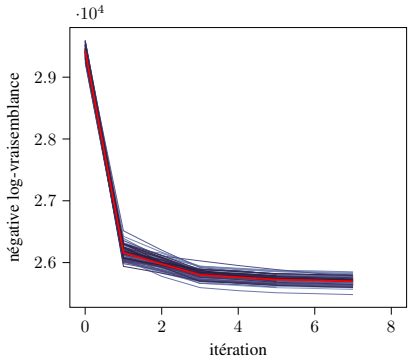

FIGURE 2 – Evolution de la vraisemblance logarithmique en fonction du nombre d'itérations.

La figure 2 montre pour 100 réalisations l'évolution de la vraisemblance logarithmique négative en fonction du nombre d'itérations. Il peut être noté que peu d'itérations sont nécessaire à la convergence de l'algorithme SAGE proposé, ce qui rend la charge de calculs nécessaire à la calibration acceptable.

5 Conclusion

Dans cet article, nous proposons un nouveau modèle de réception permettant une calibration multifréquentielle de radio-interféromètres en présence de RFI. Un algorihme SAGE fournissant une estimation des paramètres de calibration par maximum de vraisemblance est dérivé. Des simulations numériques témoignent de la robustesse du modèle et des performances de l'algorithme proposé.

Références

[1] Smirnov, OM, "Revisiting the radio interferometer measurement equation-I. A full-sky Jones formalism," *Astronomy & Astrophysics*, vol. 527, p. A106, 2011.

[2] Kazemi, S and Yatawatta, S and Zaroubi, S and Lampropoulos, P and De Bruyn, AG and Koopmans, LVE and Noordam, J, "Radio interferometric calibration using the SAGE algorithm," *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, vol. 414, no. 2, pp. 1656–1666, 2011.

[3] Tasse, C, "Nonlinear Kalman filters for calibration in radio interferometry," *Astronomy & Astrophysics*, vol. 566, p. A127, 2014.

[4] Kazemi, S and Yatawatta, S, "Robust radio interferometric calibration using the t-distribution," *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, vol. 435, pp. 597–605, Oct. 2013.

[5] Ollier, V and El Korso, MN and Boyer, R and Larzabal, P and Pesavento, M, "Robust calibration of radio interferometers in non-Gaussian environment," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 65, no. 21, pp. 5649–5660, 2017.

[6] Sob, UM and Bester, HL and Smirnov, OM and Kenyon, JS and Grobler, TL, "Radio interferometric calibration using a complex Student's t-distribution and Wirtinger derivatives," *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, vol. 491, no. 1, pp. 1026–1042, 2020.

[7] Baan, WA, "Implementing RFI mitigation in radio science," *Journal of Astronomical Instrumentation*, vol. 8, no. 01, p. 1940010, 2019.

[8] Mhiri, Yassine and El Korso, Mohammed Nabil and Breloy, Arnaud and Larzabal, Pascal, "Multifrequency Array Calibration in Presence of Radio Frequency Interferences," *Signal Processing*, p. 108613, 2022.

[9] Yatawatta, S, "Distributed radio interferometric calibration," *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, vol. 449, no. 4, pp. 4506–4514, 2015.

[10] Brossard, M and El Korso, MN and Pesavento, M and Boyer, R and Larzabal, P and Wijnholds, SJ, "Parallel multi-wavelength calibration algorithm for radio astronomical arrays," *Signal Processing*, vol. 145, pp. 258–271, 2018.

[11] Fessler, JA and Hero, AO, "Space-alternating generalized expectation-maximization algorithm," *IEEE Transactions on signal processing*, vol. 42, no. 10, pp. 2664–2677, 1994.

[12] Kozick, RJ and Sadler, BM, "Maximum-likelihood array processing in non-Gaussian noise with Gaussian mixtures," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 48, no. 12, pp. 3520–3535, 2000.

[13] Dempster, AP and Laird, NM and Rubin, DB, "Maximum likelihood from incomplete data via the EM algorithm," *Journal of the Royal Statistical Society : Series B (Methodological)*, vol. 39, no. 1, pp. 1–22, 1977.

[14] Yatawatta, Sarod, "Stochastic calibration of radio interferometers," *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, vol. 493, no. 4, pp. 6071–6078, 2020.

[15] Fridman, PA and Baan, WA, "RFI mitigation methods in radio astronomy," *Astronomy & Astrophysics*, vol. 378, no. 1, pp. 327–344, 2001.