Modélisation multiphysique du séchage convectif pour l'impression 3D de pâtes céramiques

Lauro Nicolas, Arnaud Alzina, David Smith, Benoit Nait-Ali, Julie Bourret, Gourdonnaud Delphine

▶ **To cite this version:**

Lauro Nicolas, Arnaud Alzina, David Smith, Benoit Nait-Ali, Julie Bourret, et al.. Modélisation multiphysique du séchage convectif pour l'impression 3D de pâtes céramiques. 15ème colloque national en calcul des structures, Université Polytechnique Hauts-de-France [UPHF], May 2022, 83400 Hyères-les-Palmiers, France. hal-03717661

HAL Id: hal-03717661
https://hal.science/hal-03717661

Submitted on 8 Jul 2022

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

CSMA 2022
15ème Colloque National en Calcul des Structures
16-20 Mai 2022, Presqu'île de Giens (Var)

Modélisation multiphysique du séchage convectif pour l'impression 3D de pâtes céramiques

N. Lauro[1], A. Alzina[1], D. Smith[1], B. Nait-Ali[1], J. Bourret[1], D. Gourdonnaud[1]

[1] *IRCER, Université de Limoges, {nicolas.lauro, arnaud.alzina, david.smith, benoit.nait-ali, julie.bourret, delphine.gourdonnaud}@unilim.fr*

Résumé — Ce travail porte sur le développement d'un modèle du séchage convectif de produits céramiques utilisant la méthode lagrangienne actualisée pour prendre en compte le retrait de séchage. Le modèle est appliqué au cas de l'impression 3D d'une pâte céramique où la maîtrise dimensionnelle du retrait est une problématique majeure pour les industriels. Les équations constitutives ainsi que les conditions limites sont présentées, puis la méthode lagrangienne actualisée est décrite. Enfin le modèle est confronté au séchage d'un cordon de pâte d'alumine extrudé par robocasting.
Mots clés — Impression 3D, Modélisation, Séchage, Grandes déformations.

1 Introduction

L'impression 3D de pâte céramique par micro-extrusion est en plein essor. Cette technologie répond à beaucoup des problématiques des industriels concernant le prototypage ou la fabrication de pièces à petite échelle. Cependant, malgrès de grandes avancées sur la formulation des pâtes et sur les aspects technique, il subsiste des difficultés parmis lesquelles : la maitrise dimensionnelle difficile des produits finis. En effet, une fois la pièce imprimée elle doit être séchée avant de subir une cuisson pour obtenir ses propriétés mécaniques finales. Ces deux étapes s'accompagnent d'un retrait. Une des difficultés supplémentaires spécifiques à l'impression 3D est que le séchage des couches déjà déposées s'opère alors même que la pièce est en cours d'impresion. Il est donc important de maitriser le retrait car un retrait non-uniforme peut causer l'apparition de défauts sur la pièce et, s'il est mal pris en compte, entrainer des dimensions finales non controlées [1, 2].

Le séchage convectif d'un produit céramique est complexe et la cinétique est influencée par de nombreux paramètres, aussi bien du matériau que de l'environnement de séchage [3, 4, 5]. De fait, des études expérimentales sont très souvent nécessaires pour définir les paramètres de séchage optimaux pour un produit. Il était donc naturel pour beaucoup de chercheurs de développer des modèles afin de prédire la cinétique de séchage de pièces céramiques [6, 7, 8, 9]. Cependant à cause de la complexité, très peu de modèles prennent en compte le retrait dimensionnel de la pièce explicitement lors du séchage.

Le modèle présenté dans ce résumé implique la thermique, le transfert de masse et la mécanique afin d'obtenir des résultats précis de cinétiques y compris l'aspect dimensionnel. La partie mécanique utilise une loi hyperélastique et a été mise en place avec la méthode lagrangienne actualisée [10, 11], ce qui permet la modification de la géométrie à chaque incrément de temps, réduisant ainsi les surfaces exposées au séchage pendant la simulation. Cette spécificité permet au modèle de reproduire très fidélement le phénomène de séchage convectif.

2 Construction d'un modèle de séchage convectif d'une pâte céramique

Le séchage convectif est la technique la plus utilisée pour le séchage de produits céramiques crus. De l'air chaud est envoyé sur la surface à sécher pour apporter la chaleur nécessaire à l'évaporation de l'eau. Par ailleurs, le flux d'air évacue alors la vapeur d'eau qui a été formé loin de la surface du produit.

2.1 Définition des équations constitutives

Le séchage convectif d'une céramique crue est complexe. Afin de pouvoir construire un modèle de ce phénomène, quelques hypothèses ont été faites :
(1) la céramique crue est composée d'un squelette solide poreux homogène et d'eau liquide ;
(2) toutes les propriétés physiques pour les transferts de masse et de chaleur sont isotropes ;
(3) les mouvements de l'eau au sein du système obéissent à une loi de diffusion (loi de Fick) impliquant un coefficient de diffusion équivalent ;
(4) l'évaporation de l'eau a lieu uniquement à la surface du produit durant le séchage.

Le modèle est composé de trois équations constitutives décrivant la température, les transferts de masse et l'élasticité. La modélisation des transferts de chaleur utilise l'équation de la chaleur pour un milieu isotrope. Elle est donnée par :

$$\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot \vec{Q} = 0 \quad \text{with} \quad \vec{Q} = -\lambda \vec{\nabla} T \tag{1}$$

où T est la température, λ est la conductivité thermique, ρ est la masse volumique, et C_p est la chaleur spécifique. Les transferts de masse au sein du produit sont décrits par l'équation de diffusion de masse, donnée par :

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot \vec{J} = 0 \quad \text{with} \quad \vec{J} = -D_w \vec{\nabla} C \tag{2}$$

où C est la concentration en eau en $\text{mol} \cdot \text{m}^{-3}$ et D_w est le coefficient de diffusion équivalent en $\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$.

Le comportement mécanique de la pâte est décrit par une loi hyperélastique décrite dans la partie 3.

2.2 Conditions limites

Lors du séchage convectif, nous avons supposé que seul la surface externe du produit est en contact direct avec l'air environnent. L'intéraction entre cette surface et l'air implique une fine couche où la teneur en vapeur d'eau et la temperature varient. Elle est appelée couche limite. La vitesse d'évaporation à la surface est proportionnelle à la différence entre la teneur en vapeur d'eau de l'air (C_{air}) et la teneur en vapeur d'eau dans la couche limite à la surface du produit (C_s). Le flux de masse ($\vec{J}$)est donnée par :

$$-\vec{J} \cdot \vec{n} = k(C_{air} - C_s) \quad \text{sur} \quad \partial\Omega \tag{3}$$

où $\vec{n}$ est le vecteur unitaire normal sortant et k est le coefficient de transfert de masse en $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$. Les deux teneurs en vapeur d'eau peuvent être liées à la pression de vapeur saturante en utilisant la loi des gaz parfaits :

$$\begin{cases} C_{air} = RH \frac{P_s(T_{air})}{RT_{air}} \\ C_s = a_w \frac{P_s(T_s)}{RT_s} \end{cases} \tag{4}$$

où RH est l'humidité relative de l'air, a_w est l'activité de l'eau à la surface du produit, R est la constante des gaz parfaits, et P_s est la pression de vapeur saturante de l'eau à T_{air} ou T_s, qui peut être calculée en utilisant l'équation d'Antoine [12].

Pour le transfert de chaleur à la surface exposée au séchage, le flux fait intervenir deux termes. Le premier rend compte de l'échange par convection via la loi de Newton. Le deuxième terme permet de prendre en comptel'enthalpie de vaporisation de l'eau. Le flux de chaleur ($\vec{Q}$) à la surface est donné par :

$$-\vec{Q} \cdot \vec{n} = h(T_{air} - T_s) - \vec{J} \cdot \vec{n}(L_w M_w) \qquad \text{on} \quad \partial\Omega \tag{5}$$

où h est le coefficient de transfert thermique, T_{air} est la température de l'air, T_s est la température à la surface du produit, M_w est la masse molaire de l'eau, et L_w est l'enthalpie de vaporisation de l'eau. Le coefficient h dépend du régime de convection de l'air, de la vitesse de l'air et de la température de la surface.

2.3 Paramètres du modèle

Afin d'obtenir des résultats convenables, des propriétés physiques bien déterminées doivent être insérées dans le modèle. Certaines de ces propriétées dépendent de la teneur en eau et de la distribution de l'eau dans le produit pendant le séchage. Le matériau choisi pour les expériences et le modèle est une pâte d'alumine qui présente l'avantage d'avoir un retrait très peu anisotrope dû à la forme des grains. Les valeurs des propriétés physiques entrées dans le modèle ont toutes été mesurées sur cette pâte. La mesure de ces propriétés ainsi que leur implémentation dans un modèle de séchage a fait l'objet d'un article [13]. La micro-extrusion nécessite une quantité d'eau initiale qui permet un éloignement des grains por apporter de la plasticité à la pâte. C'est pour cette raison que la pâte subit un retrait lors de l'évaporation de l'eau jusqu'à ce que les grains soient en contact.

3 Prise en compte du retrait grâce à la formulation lagrangienne actualisée

Le retrait de séchage de la pièce est une partie très importante du phénomème de séchage. La diminution de l'aire de la surface exposée séchage, l'inégalité du retrait et les contraintes interne ainsi générées sont des phénomèmes trés peu modélisés. Pourtant ces derniers sont cruciaux pour l'obtention de résultats en adéquation avec la réalité. Ainsi ce modèle utilise les grandes déformations avec la méthode lagrangienne actualisée pour prendre en compte les changements de surface liées au retrait des produits [11].

3.1 Description de la méthode lagrangienne actualisée

La Fig. 1 présente les différents configurations auxquelles les expression développées dans ce papier feront référence.

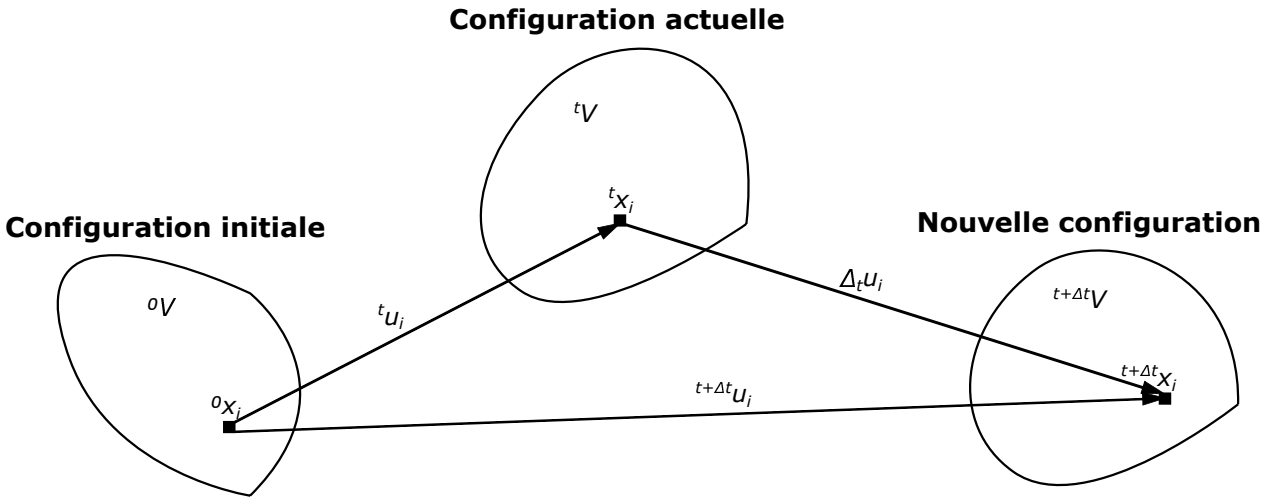

FIGURE 1 – Configurations de référence

Au temps t, la position relative de deux points s'écrit $d^t x_i$. Le gradient de la transformation s'écrit donc :

$$ {}^t_0F_{ij} = {}^t_0x_{i,j} = \frac{\partial^t x_i}{\partial^0 x_j} \tag{6} $$

Aucune condition limite n'est appliquée pour la partie mécanique, le principe de travail virtuel s'écrit donc :

$$ \int_{^tV} {}^{t+\Delta t}_tS_{ij}\delta^{t+\Delta t}_t\varepsilon_{ij}d^tV = 0 \tag{7} $$

où ${}^{t+\Delta t}_tS_{ij}$ est le second tenseur de Piola-Kirchoff en référence au temps t et ${}^{t+\Delta t}_t\varepsilon_{ij}$ est le tenseur des déformations de Green-Lagrange. Il est possible de décomposer chacun de ces deux termes comme la

somme d'un terme connu et d'un incrément inconnu :

$$ {}^{t+\Delta t}_{t}S_{ij} = {}^{t}_{t}S_{ij} + \Delta_t S_{ij} = {}^{t}T_{ij} + \Delta_t S_{ij} \tag{8} $$

$$ {}^{t+\Delta t}_{t}\varepsilon_{ij} = {}^{t}_{t}\varepsilon_{ij} + \Delta_t \varepsilon_{ij} = \Delta_t \varepsilon_{ij} \tag{9} $$

où ${}^{t}T_{ij}$ est le tenseur des contraintes de Cauchy-Lagrange.

La déformation s'exprime :

$$ {}^{t+\Delta t}_{t}\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}(\Delta_t u_{i,j} + \Delta_t u_{j,i} + \Delta_t u_{k,i}\Delta_t u_{k,j}) \tag{10} $$

L'incrément de déformation s'écrit alors :

$$ \Delta_t \varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}(\Delta_t u_{i,j} + \Delta_t u_{j,i}) + \frac{1}{2}\Delta_t u_{k,i}\Delta_t u_{k,j} \tag{11} $$

On définit alors les incréments de déformations linéaires et non-linéaires :

$$ \Delta_t e_{ij} = \frac{1}{2}(\Delta_t u_{i,j} + \Delta_t u_{j,i}) \tag{12} $$

$$ \Delta_t \eta_{ij} = \frac{1}{2}\Delta_t u_{k,i}\Delta_t u_{k,j} \tag{13} $$

L'incrément de déformation et l'incrément de déformation virtuel en sont déduits :

$$ \Delta_t \varepsilon_{ij} = \Delta_t e_{ij} + \Delta_t \eta_{ij} \tag{14} $$

$$ \delta\Delta_t \varepsilon_{ij} = \delta\Delta_t e_{ij} + \delta\Delta_t \eta_{ij} \tag{15} $$

Le principe de travail virtuel devient alors :

$$ \int_{{}_tV} \Delta_t S_{ij}\delta\Delta^{t+\Delta t}_{t}\varepsilon_{ij} d^tV + \int_{{}_tV} {}^{t}T_{ij}\delta\Delta_t e_{ij} d^tV + \int_{{}_tV} {}^{t}T_{ij}\delta\Delta_t \eta_{ij} d^tV = 0 \tag{16} $$

On linéarise alors le premier terme de l'expression par une série de Taylor pour obtenir :

$$ \int_{{}_tV} {}_{t}C_{ijkl}\Delta_t e_{kl}\delta\Delta_t e_{ij} d^tV + \int_{{}_tV} {}^{t}T_{ij}\delta\Delta_t e_{ij} d^tV + \int_{{}_tV} {}^{t}T_{ij}\delta\Delta_t \eta_{ij} d^tV = 0 \tag{17} $$

3.2 Prise en compte du retrait

La déformation de la pièce entre un instant $t-1$ et un instant t est donc fonction de la teneur en eau C du matériau à ces deux instants. Il faut donc connaitre le comportement du matériau pour pouvoir alimenter le modèle. Pour cela, nous nous appuyons sur une courbe de expérimentale, dite de "Bigot" (Fig. 2) qui représente la teneur en eau (base sèche) en fonction du retrait calculé sur la longueur à la fin de l'essai. C'est courbe est obtenue par un suivi simultané de la masse et de la longueur (via un capteur laser) d'un échantillon.

À partir de cette courbe il est possible déterminer le retrait comme une déformation à appliquer à chaque pas de temps en fonction de la quantité d'eau manquante à un instant t par rapport à un instant $t-1$. Cette déformation intervient dans le calcul du tenseur des contraintes de Cauchy-Lagrange définit par :

$$ {}^{t}T_{ij} = {}_{0}{}^{t}F^{total}_{ik}\ {}^{t}_{0}S_{kl}\ {}_{0}{}^{t}F^{total}_{jl}\ {}^{t}_{0}J^{total\top} \tag{18} $$

où ${}_{0}{}^{t}F^{total}$ est le tenseur du gradient de déformation qui inclut la déformation liée au retrait ayant eu lieu sur l'incrément. Il est définit par l'expression :

$$ {}^{t}_{0}F^{total} = {}_{0}{}^{t}F\ {}^{t}_{t-1}\varepsilon^{retrait} \tag{19} $$

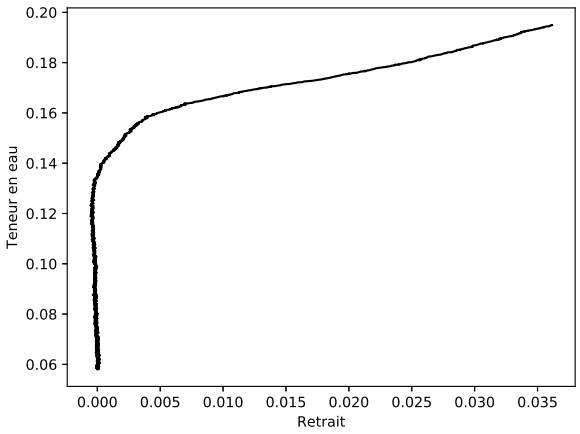

FIGURE 2 – Courbe de Bigot d'une pâte d'alumine

dans laquelle ${}_{t-1}^{t}\varepsilon^{retrait}$ correspond au tenseur de déformation lié au retrait pris par la pièce entre un instant $t-1$ et un instant t. De la même façon, ${}_{0}^{t}J^{total}$ est la jacobienne incluant la déformation liée au retrait pris lors du dernier incrément, elle est défini telle que :

$$ {}_{0}^{t}J^{total} = {}_{0}^{t}J \ \det({}_{t-1}^{t}\varepsilon^{retrait}) \tag{20} $$

Le modèle actuel utilise une loi bilinéaire pour décrire le retrait, cependant une loi plus proche de celle observée sur la Fig. 2 va être implémentée.

4 Résultats expérimentaux et simulations

Le modèle a été confronté à des résultats expérimentaux sur le séchage de cordons d'alumine, matériau très utilisé pour l'impression 3D de produits céramiques.

4.1 Mesure optique du retrait

Un cordon de pâte d'alumine d'un diamètre de 1mm a été imprimé sur un support. Due à sa faible taille, la mesure de son retrait grâce à des méthodes classique (capteurs laser ou à contact) est difficile. La mesure a donc été effectuée à l'aide d'une caméra très haute résolution et d'un traitement des images obtenues à l'aide d'un script python. Le traitement des images s'appuie en partie sur la librairie openCV [14]. Des images sont prises à intervalles réguliers tout au long du séchage du cordon. Une attention particulière est portée à l'éclairage de façon à obtenir une image de la meilleure qualité pour l'extraction des données.

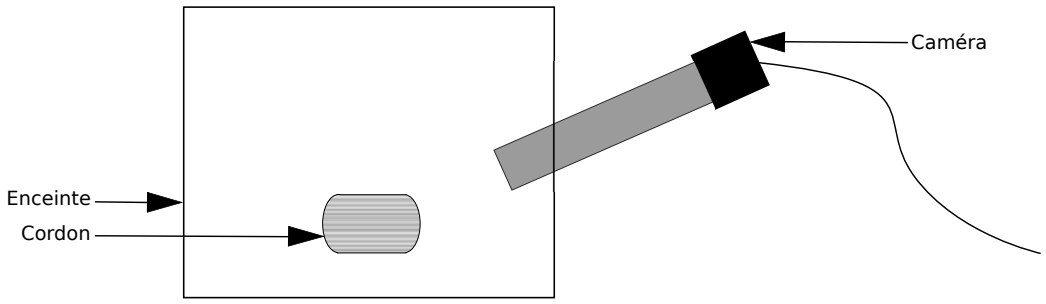

FIGURE 3 – Schéma du montage expérimental

Les images sont analysées individuellement afin de mesurer le diamètre du cordon (Fig. 4). L'utilisation de plusieurs points de mesures permet d'obtenir une moyenne spatiale du diamètre et donc de réduire le bruit sur les valeurs de retrait obtenues.

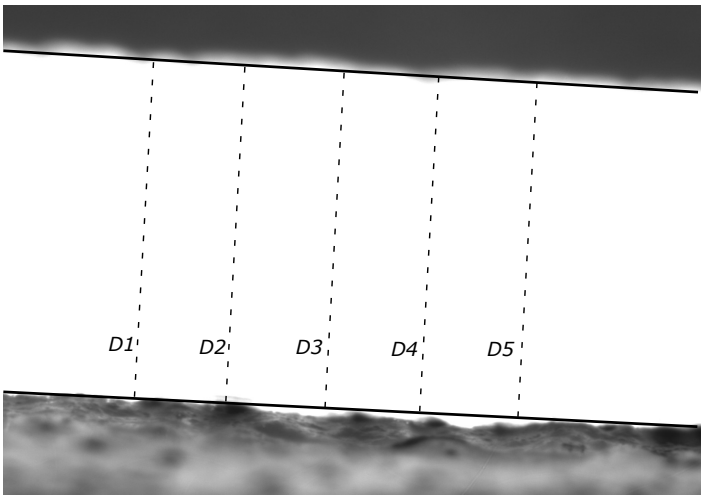

FIGURE 4 – Cordon (en blanc) d'alumine en cours de séchage

Le traitement des images permet d'obtenir une courbe du retrait subit par le cordon au cours de son séchage. Le séchage a eu lieu dans une enceinte avec un air à 20°C et une humidité relative de 60%.

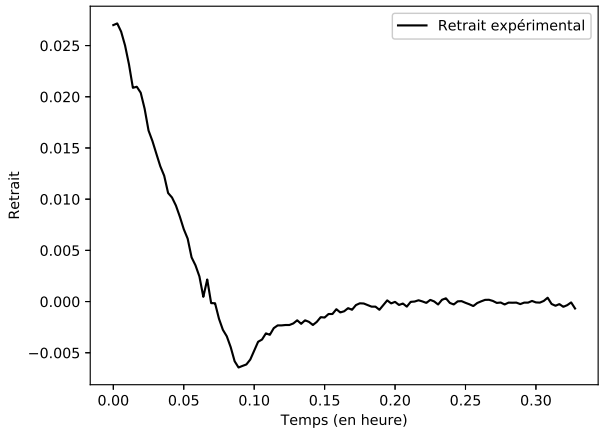

FIGURE 5 – Retrait de séchage d'un cordon d'alumine

La Fig. 5 montre le retrait subit par le cordon au cours du séchage. La courbe est typique du séchage d'une pâte céramique. Elle présente une partie linéaire due au départ de l'eau du cordon puis un regonflement lié au relachement des contraintes internes entre les grains avec le départ de l'eau localisé aux interfaces entre les grains.

4.2 Résultats de simulation

Le modèle a été construit sous python à l'aide de la librairie de calcul d'éléments finis FEniCS. La simulation a été réalisée en reproduisant la géométrie du cordon observé lors de la mesure optique du retrait à l'aide du logiciel Salome-Meca (Fig. 6).

Les conditions limites présentées en 2.2 du séchage convectif ont été appliquées aux surfaces en contact avec l'air : un flux de chaleur et un flux de masse. La partie en contact avec le support est soumise à une température imposée identique à celle de l'enceinte : 20°C. Les propriétés de l'air sont également identiques à celles de l'enceinte avec une température de 20°C et une humidité relative de 60%.

Le regonflement liés au départ de l'eau n'ont pas été pris en compte dans le modèle et n'apparaissent donc pas sur la courbe de retrait simulé. Ce phénomène apparait sur la Fig. 2 mais il est amplifié dans ce cas dû aux contraintes qui sont appliquées lors de l'extrusion du cordon. Néanmoins, la Fig. 7 montre que

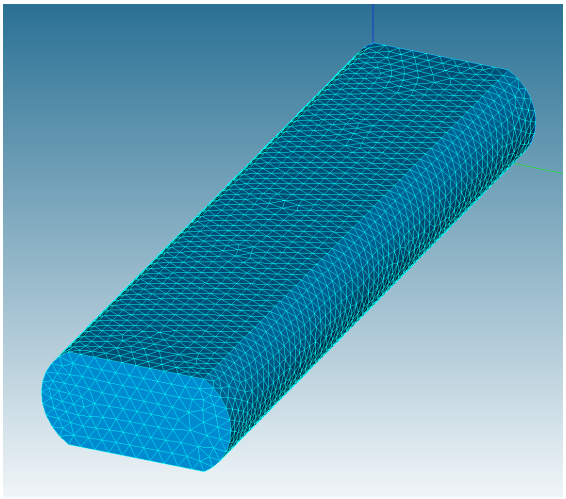

FIGURE 6 – Géométrie du cordon utilisé pour la simulation

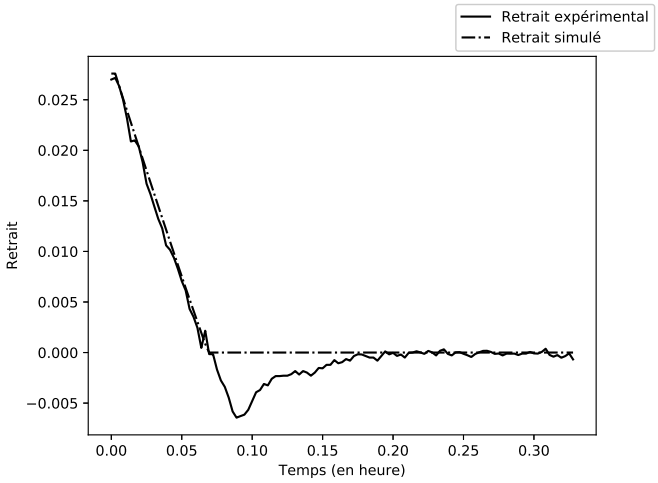

FIGURE 7 – Retrait issue de la simulation et retrait mesuré

le retrait calculé grâce au modèle est en très bonne adéquation avec le retrait expérimental. La cinétique de séchage du modèle est donc indentique à celle de la réalité.

5 Conclusion

Un modèle multiphysique du séchage convectif utilisant la méthode langrangienne actualisée pour prendre en compte les grandes déformations a été développé. Il permet une modélisation très fine du séchage d'un produit céramique grâce à des paramètres précis et à la prise en compte de la déformation de la géométrie due au retrait de séchage. La variation des surfaces exposées au séchage, en termes de surface et de normale, rend ce modèle particulièrement intéressant pour la prédiction de la vitesse de séchage de pièces céramiques issues de l'impression 3D.

Le modèle a permis de modéliser convenablement le séchage d'un cordon de pâte d'alumine pré-déformé. L'utilisation des grandes déformations pour décrire la partie mécanique permettra à terme de modéliser l'écrasement des cordons de manière dynamique ou encore l'affaissement de la pièce sous son propre poids, qui est une problématique importante de cette technologie. La méthode lagrangienne actualisée présente aussi l'avantage de faire évoluer la géométrie à chaque itération, apportant une plus grande précision sur la prise en compte des conditions limites de convection avec par exemple de modéliser plus fidélement le séchage par un flux d'air balayant une pièce.

Références

[1] R. Ford *Ceramics Drying*, Pergamon Press, 1986.

[2] D. Brosnan, G. Robinson *Introduction to drying of ceramics*, The American Ceramic Society, 2003.

[3] G. W. Scherer *Theory of Drying*, Journal of the American Ceramic Society, 3-14, 1990.

[4] E. Keita, P. Faure, S. Rodts, P. Coussot *MRI evidence for a receding-front effect in drying porous media*, Physical Review E - Statistical, Nonlinear, and Soft Matter Physics, 2013.

[5] S. Oummadi, B. Nait-Ali, A. Alzina, J. L. Victor, Y. Launay, M. Mirdrikvand, W. Dreher, K. Rezwan, D. S. Smith *Distribution of water in ceramic green bodies during drying*, Journal of the European Ceramic Society, 3164–3172, 2019.

[6] M. Jabbari, J. Hattel *Modeling coupled heat and mass transfer during drying in tape casting with a simple ceramics–water system*, Drying Technology, 244–253, 2016.

[7] A. Kaya, O. Aydin, I. Dincer *Heat and mass transfer modeling of recirculating flows during air drying of moist objects for various dryer configurations*, Numerical Heat Transfer ; Part A : Applications, 18–34, 2008.

[8] A. Kaya, O. Aydin, I. Dincer *Numerical modeling of heat and mass transfer during forced convection drying of rectangular moist objects*, International Journal of Heat and Mass Transfer, 3094–3103, 2006.

[9] V. P. Chandra Mohan, P. Talukdar *Three dimensional numerical modeling of simultaneous heat and moisture transfer in a moist object subjected to convective drying*, International Journal of Heat and Mass Transfer, 4638–4650, 2010.

[10] K. J. Bathe *Finite Element Procedures*, Prentice-Hall, 1996.

[11] S. Léger, A. Pepin *An updated Lagrangian method with error estimation and adaptive remeshing for very large deformation elasticity problems : The three-dimensional case*, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 1-18, 2016.

[12] B. Poling, J. Prausnitz, J. O'Connell. *The Properties of Gases and Liquids*, McGRAW-HILL, 2001.

[13] N. Lauro, S. Oummadi, A. Alzina, B. Nait-Ali, D. S. Smith *Computer model of drying behaviour of ceramic green bodies with particular reference to moisture content dependent properties*, Journal of the European Ceramic Society, 7321-7329, 2021.

[14] G. Bradski *The OpenCV Library*, Dr. Dobb's Journal of Software Tools, 2000.