



**HAL**  
open science

# Contrôle dynamique d'un bras manipulateur flexible à 2 degrés de liberté et par contrôleur PID adaptatif

Fatima Zahra Baghli, Larbi El Bakkali

## ► To cite this version:

Fatima Zahra Baghli, Larbi El Bakkali. Contrôle dynamique d'un bras manipulateur flexible à 2 degrés de liberté et par contrôleur PID adaptatif. CFM 2013 - 21ème Congrès Français de Mécanique, Aug 2013, Bordeaux, France. hal-03440376

**HAL Id: hal-03440376**

**<https://hal.science/hal-03440376>**

Submitted on 22 Nov 2021

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Contrôle dynamique d'un bras manipulateur flexible à deux degrés de liberté par un contrôleur PID Adaptatif

F.Z.BAGHLI, Y.LAKHAL, L.EL BAKKALI,

*Equipe M2SM, UAE/E28FS*

*Faculté des sciences de Tétouan, Université Abdelmalek Essaâdi, M'hannech II BP 2121, Tétouan Maroc*

[baghli.fatimazahra@gmail.com](mailto:baghli.fatimazahra@gmail.com)

## Résumé :

*Dans ce travail, nous présentons une stratégie de contrôle adaptatif à la commande en position et en poursuite de trajectoire d'un bras manipulateur flexible à deux degrés de liberté. La technique de contrôle est basée sur un contrôleur PID (Proportionnel Intégral Dérivé) Adaptatif qui est considérée comme une solution très intéressante pour les systèmes non linéaires. Notre système mécanique est simulé dans l'environnement Matlab/ Simulink. La commande proposée montre l'efficacité et la robustesse en boucle fermée*

## Abstract:

*In this work, we present an adaptive control strategy to control position and trajectory tracking of a flexible manipulator with two degrees of freedom. The control technique is based on Adaptive PID controller which is considered a very interesting solution for nonlinear systems. Our mechanical system is simulated in Matlab / Simulink environment, the proposed order is demonstrated by simulation efficiency and robustness in a closed loop.*

**Mots clés :** Manipulateur flexible, contrôleur PID Adaptatif, robustesse, systèmes mécaniques

## 1 Introduction

Le contrôle des systèmes mécaniques, plus particulièrement des manipulateurs robotiques, est un domaine actif de la recherche appliquée. Les robots classiques utilisés dans l'industrie sont extrêmement précis mais relativement lents et exigent des moteurs puissants. Les efforts déployés dans la modélisation et le contrôle de manipulateurs flexibles sont alors motivés par la demande prévue d'un poids léger, de la précision et d'une grande vitesse des robots dans divers applications. En fait, dans le cas d'un robot rigide, la connaissance de l'angle moteur permet d'obtenir directement la position de l'extrémité, par contre pour un robot à bras flexible, la rotation de la base entraîne l'oscillation du bras tout entier. Le contrôle direct de l'extrémité d'un robot flexible est plus difficile que celui d'un robot rigide. D'où le besoin d'une loi de commande qui contrôle la position de l'extrémité en tenant compte des déformations du bras. Ceci constitue l'objectif de ce travail. Pour ce faire, la modélisation cinématique et dynamique aboutit à des équations différentielles obtenues sous formes d'équations d'état et de fonction de transfert en utilisant la théorie d'Euler- Lagrange. Pour une position désirée, on utilise la technique de la commande adaptative (PID). Notre système mécanique est simulé dans l'environnement Matlab/ Simulink. Les résultats obtenus par

l'application de la commande proposée donnent des performances appréciables.

## 2 Modélisation du bras manipulateur flexible

Le bras manipulateur flexible retenu est un robot 2R (deux articulations rotoïdes) schématisé sur la (figure1) subissant une déformation dans le plan du mouvement.

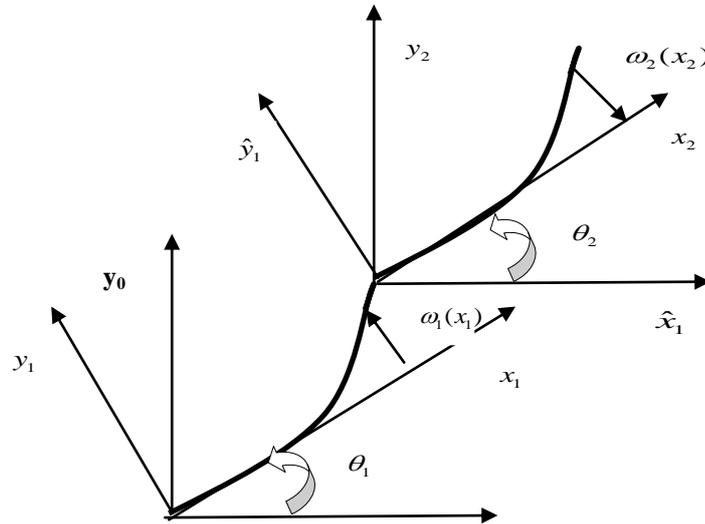


Fig. 1: Schéma du bras manipulateur flexible à 2ddl

Le mouvement rigide est décrit par les angles  $\theta_i$  ( $i=1,2$ ) des articulations et  $\omega_i(x_i)$  représente la déflexion transversale de la liaison  $i$  à l'abscisse  $x_i$  avec  $0 \leq x_i \leq l_i$ ,  $l_i$  étant la longueur de la liaison  $i$ . Avec

$(x_0, y_0)$  : Le repère inertiel

$(x_i, y_i)$  : Le repère rigide mobile associé à la liaison  $i$

$(\hat{x}_i, \hat{y}_i)$  : Le repère flexible mobile associé à la liaison  $i$

Le tableau 1 regroupe les valeurs numériques des différents paramètres du bras manipulateur flexible :

Tab. 1: Paramètres du robot 2R

	Masse : $m_i$ (Kg)	Longueur : $l_i$ (m)	Densité volumique : $\rho$ (Kg/m <sup>3</sup> )	Rigidité (Nm <sup>2</sup> ) : EI
Bras 1	0.678	0.5	0.2211	4.74
Bras 2	0.204	0.6	0.1698	2

### 2.1 Modèle cinématique

Soit  ${}^i P_i(x_i) = (x_i, \omega_i(x_i))^T$  la position d'un point le long de la liaison  $i$  par rapport au repère  $(x_i, y_i)$  et

$P_i(x_i)$  étant la position absolue du même point dans le repère  $(x_0, y_0)$ , aussi  ${}^i r_{i+1} = {}^i P_i(l_i)$  indique la position de l'organe du repère par rapport au repère  $(x_{i+1}, y_{i+1})$  et  $r_i$  sa position absolue par rapport au repère  $(x_0, y_0)$

On distingue deux types de matrices de rotation : Matrice de rotation de la liaison rigide donnée par la

formule suivante :

$$R_i = \begin{pmatrix} \cos \theta_i & -\sin \theta_i \\ \sin \theta_i & \cos \theta_i \end{pmatrix} \quad (1)$$

Et la matrice de rotation de la liaison flexible est écrite sous la forme suivante :

$$E_i = \begin{pmatrix} 1 & -\dot{\omega}'_{ie} \\ \dot{\omega}'_{ie} & 1 \end{pmatrix} \quad \text{Avec} \quad \omega'_{ie} = \frac{\delta \omega_i}{\delta x_i} \Big|_{x_i = l_i} \quad (2)$$

Les vecteurs de positions absolues peuvent être exprimés comme suit :

$$\begin{aligned} P_i &= r_i + T_i {}^i P_i \\ r_{i+1} &= r_i + T_i {}^i r_{i+1} \end{aligned} \quad (3)$$

Où  $T_i$  est la matrice de transformation globale du repère  $(x_0, y_0)$  par rapport au repère  $(x_i, y_i)$  qui obéit aux équations récursives suivantes :

$$\begin{aligned} T_i &= T_{i-1} E_{i-1} A_{i-1} \\ T_0 &= I \end{aligned} \quad (4)$$

Les composantes cinématiques de tout point appartenant à la liaison  $i$  peuvent être entièrement caractérisées par rapport au repère de base on utilisant les équations (1) et (4) ainsi que la position de l'organe terminal dans l'espace opérationnel est donnée par :

$$P = T_1 \begin{bmatrix} l_1 \\ \omega_1(l_1) \end{bmatrix} + T_1 E_1 A_2 \begin{bmatrix} l_2 \\ \omega_2(l_2) \end{bmatrix} \quad (5)$$

La vitesse angulaire absolue du repère  $(x_i, y_i)$  est donnée par :

$$\dot{\Omega}_i = \sum_{j=1}^i \dot{\theta}_j + \sum_{k=1}^{i-1} \dot{\omega}'_{ke} \quad (6)$$

La vitesse linéaire absolue d'un point du bras manipulateur est :

$$\dot{P}_i = \dot{r}_i + \dot{T}_i {}^i P_i + T_i {}^i \dot{P}_i \quad (7)$$

En supposant les liaisons inextensibles alors :  ${}^i P_i(x_i) = (0, \omega(x_i))^T$

## 2.2 Modèle dynamique

L'équation dynamique du mouvement du bras manipulateur flexible est obtenue en utilisant l'approche standard de Lagrange.

L'énergie cinétique du robot manipulateur flexible est donnée par la somme des contributions suivantes :

$$E_c = E_{c_{hi}} + E_{c_{li}} + E_{c_p} \quad (8)$$

$E_{c_{hi}}$  : L'énergie cinétique du corps rigide au niveau du moyeu  $i$  de masse  $m_{hi}$  et de moment d'inertie  $J_{hi}$  est :

$$E_{c_{hi}} = \frac{1}{2} m_{hi} \dot{r}_i^T \dot{r}_i + \frac{1}{2} J_{hi} \dot{\Omega}_i^2 \quad (9)$$

$E_{c_{li}}$  l'énergie cinétique du bras  $i$  de densité  $\rho_i$  est :  $E_{c_{li}} = \int_0^{l_i} \rho_i(x_i) \dot{P}(x_i)^T \dot{P}(x_i) dx_i$  (10)

Et  $E_{c_p}$  l'énergie cinétique associée à la charge de masse  $m_p$  et de moment d'inertie  $J_p$  située à l'extrémité

du bras est :  $E_{c_p} = \frac{1}{2} m_p \dot{r}_{n+1}^T \dot{r}_{n+1} + \frac{1}{2} J_p (\dot{\Omega}_n + \dot{\omega}'_ne(x_i))^2$  (11)

L'énergie potentielle du système bras manipulateur flexible s'exprime aussi par la somme des contributions suivantes :

$$E_p = \sum_{i=1}^n E_{p_{ei}} + \sum_{i=1}^n E_{p_{ghi}} + \sum_{i=1}^n E_{p_{gli}} + \sum_{i=1}^n E_{p_{gp}} \quad (12)$$

$E_{p_{ei}}$  : L'énergie élastique du bras  $i$  :  $E_{p_{ei}} = \frac{1}{2} \int_0^{l_i} (EI)_i(x_i) \left( \frac{d^2 \omega(x_i)}{dx_i^2} \right)^2 dx_i$  (13)

$E_{p_{ghi}} = -m_{hi} g_0^T r_i$  et  $E_{p_{gp}} = -g_0^T \int_0^{l_i} \rho_i(x_i) P_i(x_i) dx_i$  sont les énergies gravitationnelles respectives du moyeu  $i$

et du bras  $i$  :  $E_{p_{gp}} = -m_p g_0^T$  est l'énergie gravitationnelle de la charge. Avec  $g_0$  est l'accélération gravitationnelle.

Employant le principe des modes assumés la déflexion du bras peut être exprimée comme suit :

$$\omega_i(x_i, t) = \sum_{j=1}^{n_{ei}} \varphi_{ij} \psi_{ij}(t) \quad (14)$$

Où  $\psi_{ij}(t)$  sont des variables temporelles associées à des modes de formes assumés  $\varphi_{ij}$  du bras  $i$

Alors le modèle dynamique obtenu à partir des équations d'Euler-Lagrange est :

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left( \frac{\delta L}{\delta \dot{\theta}_i} \right) - \frac{\delta L}{\delta \theta_i} &= \tau_i \\ \frac{d}{dt} \left( \frac{\delta L}{\delta \dot{\psi}_{ij}} \right) - \frac{\delta L}{\delta \psi_{ij}} &= 0 \end{aligned} \quad (15)$$

Alors l'équation générale du mouvement du bras manipulateur flexible à 2ddl peut être écrite sous une forme approchée

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q}) + G(q) + \begin{bmatrix} 0 \\ D\dot{q} + Kq \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tau \\ 0 \end{bmatrix}; q = (\theta, \psi) \quad (16)$$

Où  $\tau$  est le vecteur ( $n \times 1$ ) des efforts appliqués par les actionneurs,  $M(q)$  est la matrice ( $n \times n$ ) d'inertie,  $C(q, \dot{q})$  est le vecteur ( $n \times 1$ ) des forces de Coriolis,  $G(q)$  est le vecteur ( $n \times 1$ ) des forces gravitationnelles,  $K$  est la matrice d'élasticité,  $q = (\theta, \psi)$

Les frottements visqueux des joints et l'amortissement des articulations peuvent être ajoutés comme un terme égal à  $D\dot{q}$  ou  $D$  est une matrice diagonale.

### 3 Commande du bras manipulateur par PID adaptatif

Un régulateur PID est obtenu par l'association des trois actions (proportionnelle, intégrale, dérivée) et il remplit essentiellement les trois fonctions suivantes :

- Il fournit un signal de commande en tenant compte de l'évolution du signal de sortie par rapport à la consigne.
- Il élimine l'erreur statique grâce au terme intégrateur.
- Il anticipe les variations de la sortie grâce au terme dérivateur.

La description mathématique du contrôleur PID appliqué à l'entrée de commande du bras manipulateur  $\tau$  est décrite par :

$$\tau = K_p e + K_i \int_0^t e(\varepsilon) d\varepsilon + K_d \dot{e} \quad (17)$$

Où  $e = q_d - q_i$  ( $i = 1, 2$ ) représente le signal d'erreur,  $q_d$  est le signal d'entrée de référence et  $K_p, K_i, K_d$  sont respectivement le Gain proportionnel, intégral et dérivé.

Le réglage adaptatif des processus cherche à résoudre des problèmes sur des systèmes très divers par l'extension des résultats théoriques. L'objectif est donc l'application de la théorie et de techniques connues et leurs multiples combinaisons permettant de résoudre de nombreuses incertitudes paramétriques.

Parmi les différentes possibilités d'adaptation que l'on peut trouver dans la littérature, on se propose de retenir la suivante : Calculer en permanence et de manière automatique, les paramètres optimaux de régulation et les appliquer sur le processus en temps réel et de manière continue. Pour être efficace, le

processus doit être modélisé et identifié en permanence. Le régulateur observe alors l'état du processus, le compare au modèle précédent, et en déduit les nouveaux paramètres du modèle puis du régulateur.

Le système de commande adaptatif est donné par: 
$$\Psi_i(t) = \frac{\phi_i}{[\theta_{id} - \theta_i]^2 + 1} \quad (18)$$

Où  $\Psi_i(t)$  est le paramètre adaptatif qui ajuste constamment les gains du régulateur PID, et  $\phi_i$  est le gain de poids adaptatif

La figure montre la structure de contrôle PID adaptative

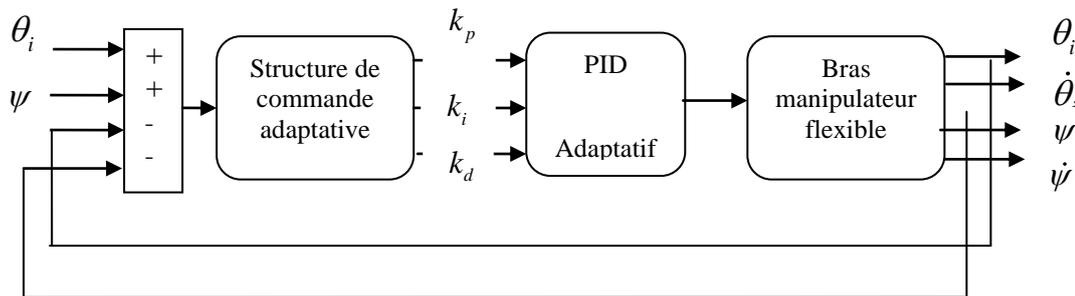


Fig. 2: Structure de commande adaptative

#### 4 Résultats et discussions :

Les résultats obtenus par l'application de la commande proposée montrent que les performances sont appréciables. Comme la montre les figures (4), on voit que l'écart entre la position désirée pour l'extrémité du bras et la position réelle s'annule.

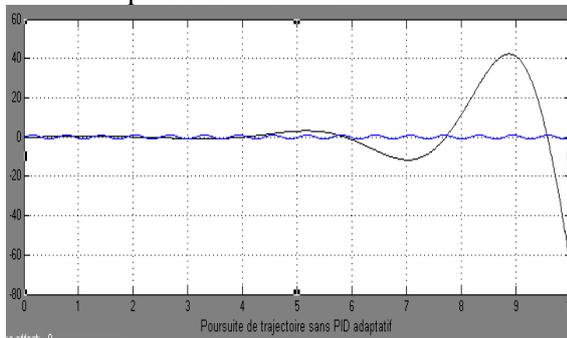


Fig. 3: Poursuite de trajectoire sans PID

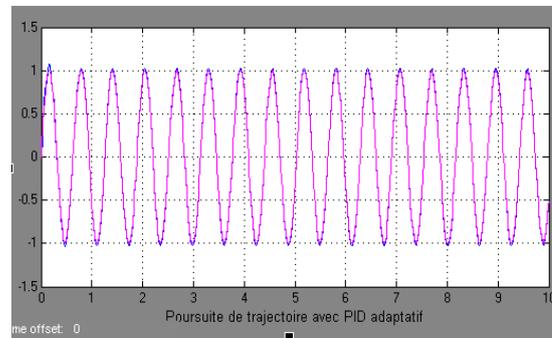


Fig. 4: Poursuite de trajectoire avec PID

#### 5 Conclusion

Une technique de commande a été proposée pour contrôler le système « bras manipulateur flexible à 2ddl ». La simulation a démontré que la commande adaptative par PID est robuste.

#### References

- [1] Mark W., Sprong, Seth Hutchinson, M.Vidyasar, Robot dynamics and Control, Second Edition, 2004
- [2] R. Kelly, V. Santibáñez, A. Loria, Control of Robot Manipulators in Joint Space, 2nd Edition, Springer, 2005.
- [3] Michael A.Johnson, Mohammad H. Moradi, PID Control New Identification and Design Methods, Springer, 2005.

[4] F.Baghli, Y.Lakhal, L.El bakkali, Contrôle dynamique d'un bras manipulateur à deux degrés de liberté par un contrôleur PID, 11<sup>ème</sup> Congrès international de Mécanique, Agadir 23 – 26 avril 2013