

# Analyse faiblement non-linéaire de stabilité d'un cylindre de ferrofluide

Romain Canu, Marie-Charlotte Renoult

► **To cite this version:**

Romain Canu, Marie-Charlotte Renoult. Analyse faiblement non-linéaire de stabilité d'un cylindre de ferrofluide. Rencontre du Non-Linéaire, Mar 2021, Paris, France. hal-03185049

**HAL Id: hal-03185049**

**<https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-03185049>**

Submitted on 30 Mar 2021

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

## Contexte & Objectif

### Contexte

- Ferrofluides : suspensions de fines particules magnétiques ( $d \simeq 10 \text{ nm}$ ) dans un fluide porteur.
- Écoulement étudié : rupture capillaire de cylindres de ferrofluide en présence d'un champ magnétique.
- Application en impression : prédiction des gouttes satellites  $\rightarrow$  nécessité de prendre en compte les non-linéarités des équations.
- État de l'art : essentiellement des analyses linéaires de stabilité [1, 2].

### Objectif

- Réaliser une analyse faiblement non-linéaire de stabilité d'un cylindre de ferrofluide dans un champ magnétique axial.

## Formulation

### Hypothèses de travail

- Ferrofluide incompressible non-visqueux
- Champ magnétique stationnaire
- Réponse linéaire, homogène et isotrope du ferrofluide
- Conditions isothermes
- Gravité négligée
- Action du fluide environnant négligée
- Configuration axisymétrique

### Équations de volume

$$\begin{aligned} (1) \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{u} &= 0 \\ (2) \quad \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \vec{u} \cdot \vec{\nabla} \vec{u} &= -\vec{\nabla} \Pi \\ (3) \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{B} &= 0 \\ (4) \quad \vec{\nabla} \wedge \vec{H} &= \vec{0} \end{aligned}$$

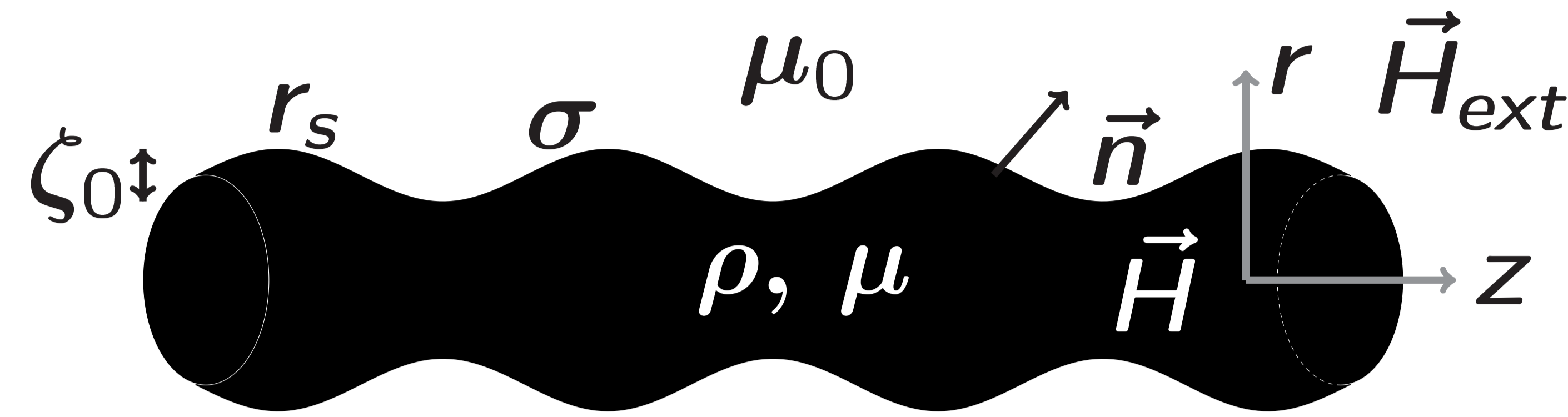
$$\text{avec } \Pi = P + \frac{N_{Bo,m}}{\mu_r - 1} \int_0^H v \frac{\partial M}{\partial v} dH \quad \vec{M} = (\mu_r - 1) \vec{H}$$

$$N_{Bo,m} = \frac{\mu_0(\mu_r - 1)H_0^2 R_0}{\sigma} \quad \mu_r = \frac{\mu}{\mu_0} \quad \vec{B} = \mu_r \vec{H}$$

$$\vec{T} = - \left( \Pi + \frac{N_{Bo,m}}{\mu_r - 1} \int_0^H M dH + \frac{1}{2} \frac{N_{Bo,m}}{\mu_r - 1} H^2 \right) \vec{i} + \frac{N_{Bo,m}}{\mu_r - 1} \vec{B} \vec{H}$$

### Équations à l'interface

$$\begin{aligned} (1) \quad \vec{u} \cdot \vec{n} &= -\frac{1}{\|\vec{\nabla}(r-r_s)\|} \frac{\partial(r-r_s)}{\partial t} \\ (2) \quad \left[ (\vec{n} \cdot \vec{T}) \cdot \vec{n} \right] &= \vec{\nabla} \cdot \vec{n} \\ (3) \quad \left[ \vec{B} \cdot \vec{n} \right] &= 0 \\ (4) \quad \left[ \vec{H} \wedge \vec{n} \right] &= \vec{0} \end{aligned}$$



Cylindre de ferrofluide déformé

### Résolution pour $\vec{H} = \vec{e}_z$

Les grandeurs sont développées en série de puissance de l'amplitude de la déformation initiale :  $\mathbf{A} = \mathbf{A}_0 + \zeta_0 \mathbf{A}_1 + \zeta_0^2 \mathbf{A}_2$  jusqu'à l'ordre 2 [3].

Problème aux valeurs propres [2]

$$\alpha_1^2 = \frac{l_1(k)}{l_0(k)} k (1 - k^2 + P_{mag}(N_{Bo,m}, \mu_r, k)) \quad \alpha_2^2 = \alpha_1^2(2k)$$

$$\text{avec } P_{mag} = -N_{Bo,m} (\mu_r - 1) k \frac{l_0(k)K_0(k)}{\mu_r l_1(k)K_0(k) + l_0(k)K_1(k)}$$

Problème aux valeurs initiales [4]

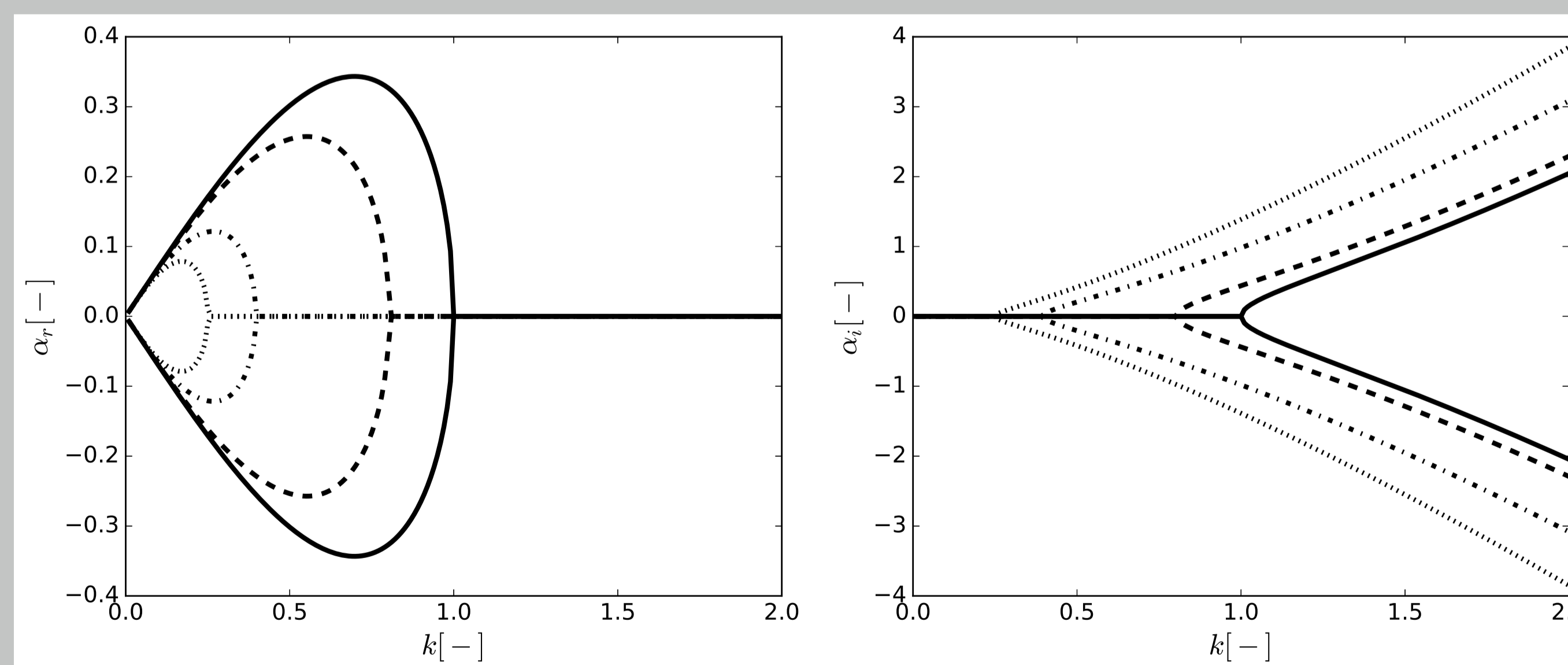
Conditions initiales de type déformation pure

$$\zeta_1(z, t = 0) = \cos(kz) \quad \zeta_2(z, t = 0) = -1/4$$

$$\frac{\partial \zeta_1}{\partial t}(z, t = 0) = 0 \quad \frac{\partial \zeta_2}{\partial t}(z, t = 0) = 0$$

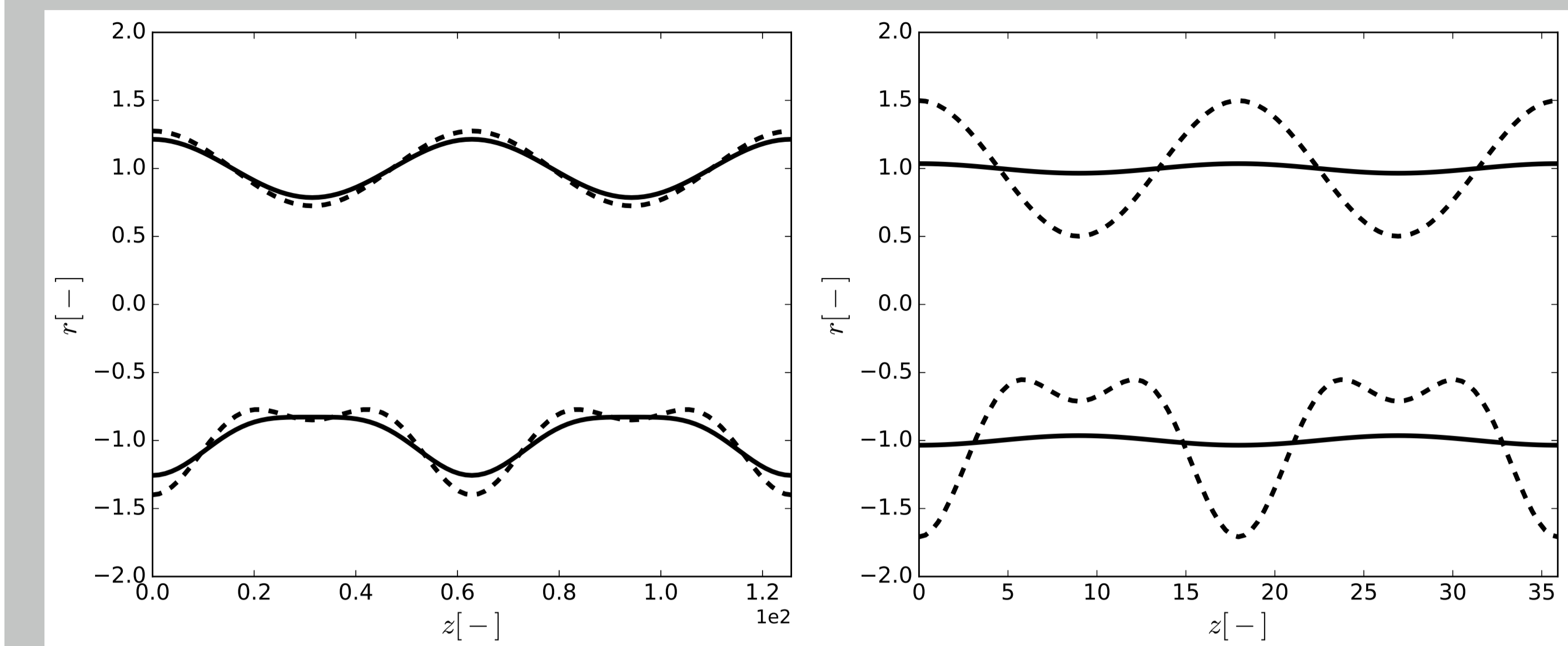
### Résultats

Solutions de la relation de dispersion pour  $\mu_r = 2$ ,  $N_{Bo,m} \in \{0; 1; 5; 10\}$



Taux de croissance  $\alpha_r = \text{Re}(\alpha_1)$  et fréquence  $\alpha_i = \text{Im}(\alpha_1)$  en fonction du nombre d'onde  $k$ .

## Résultats



Position de l'interface à l'ordre 1 (partie supérieure) et à l'ordre 2 (partie inférieure) pour  $N_{Bo,m} = 0$  (pointillé),  $N_{Bo,m} = 5$  (trait plein), ( $k = 0.1$ ,  $t = 57$ ) (gauche) et ( $k = 0.35$ ,  $t = 20$ ) (droite).

- Stabilisation et retard dans l'apparition de gouttes satellites quand  $N_{Bo,m}$  augmente.
- Stabilisation et suppression des gouttes satellites quand  $k$  se rapproche de la coupure.

## Conclusions & Perspectives

### Conclusions

- Effet stabilisateur du champ magnétique axial.
- Retard dans l'apparition de gouttes satellites quand l'intensité du champ augmente.
- Possibilité de supprimer les gouttes satellites à un nombre d'onde faible devant 1 en augmentant l'intensité du champ magnétique.

### Perspectives

- Prise en compte de la viscosité des fluides dans l'analyse faiblement non-linéaire.
- Investigation d'autres formes de champ magnétique.
- Application en médecine : injection de ferrofluide visqueux dans un fluide biologique.

## Remerciements

Cette étude est financée par le projet INFEMA du LabEx EMC<sup>3</sup> commun entre le LOMC (Normandie Univ, UNIHAVRE, CNRS) et le CORIA.

## Références

- [1] Ronald E. Rosensweig. *Ferrohydrodynamics*. Cambridge monographs on mechanics and applied mathematics. Cambridge University Press, Cambridge; New York, 1985.
- [2] Romain Canu and Marie-Charlotte Renoult. Linear stability analysis of a Newtonian ferrofluid cylinder under a magnetic field. *J. Fluid Mech.*, 2021 (accepted).
- [3] Man-Chuen Yuen. Non-linear capillary instability of a liquid jet. *J. Fluid Mech.*, 33(1) :151–163, July 1968.
- [4] Louise Cottier, Günter Brenn, and Marie-Charlotte Renoult. Initial conditions to study the temporal behavior of a viscoelastic liquid jet under perturbation. *Atomization and Sprays*, 31(3) :1–15, 2021 (accepted).