Projection efficace de lumières sphériques sur les harmoniques sphériques

Pierre Mézières, Mathias Paulin

▶ **To cite this version:**

Pierre Mézières, Mathias Paulin. Projection efficace de lumières sphériques sur les harmoniques sphériques. Journées Françaises d'Informatique Graphique (JFIG 2020), Nov 2020, Nancy (en distanciel), France. hal-03079202

HAL Id: hal-03079202
https://hal.science/hal-03079202

Submitted on 17 Dec 2020

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Journées Françaises d'Informatique Graphique, Nancy, 25-27 novembre 2020

Projection efficace de lumières sphériques sur les harmoniques sphériques

P. Mézières et M. Paulin

IRIT, Université de Toulouse

Figure 1: *San-miguel avec pour seules sources d'éclairage 10 lumières sphériques dont la projection est calculée sur 10 bandes d'harmoniques sphériques. Image rendue en 69ms avec la résolution 3400×900.*

Résumé

Les Harmoniques Sphériques (HS) sont très utilisées dans le cadre du rendu temps réel, notamment dans les systèmes utilisant les algorithmes de transfert de radiance pré-calculé. Cependant, leur utilisation est souvent restreinte à des scènes fixes en raison d'une projection trop coûteuse de la contribution lumineuse sur les HS. Nous proposons ici un modèle générique pour calculer analytiquement et efficacement les coefficients d'harmoniques sphériques de la contribution de sources sphériques.

Mots clés : Rendu temps-réel, Harmoniques Sphériques, Projection efficace, Lumières sphériques

1. Introduction

Le rendu rapide et de haute qualités d'environnements 3D a de nombreuses applications : d'une part, le rendu temps réel permet d'interagir et de se plonger dans un jeu vidéo ou une application de réalité virtuelle ; d'autre part, le rendu interactif est utilisé par les créateurs de contenu pour évaluer l'aspect d'une scène en quelques secondes, et affiner le rendu progressivement avant de passer au rendu hors ligne.

Les Harmoniques Sphériques (HS) forment une base de fonctions bien connue et largement utilisées en informatique graphique. Elles permettent de projeter et reconstruire des signaux sphériques. De plus, la base de fonction étant orthogonale, la convolution de deux fonctions sphériques se calcule par un simple produit scalaire des vecteurs de coefficients des fonctions. Cette propriété permet alors d'accélérer l'évaluation de l'équation qui correspond à une convolution entre une fonction d'éclairage et une fonction de transfert, la réflectance. L'utilisation des HS se fait alors en deux étapes : d'une part, la projection des coefficients pour représenter et stocker les fonctions et d'autre part, le calcul de la convolution réalisé à l'aide d'un produit scalaire. La projection de la fonction de réflectance, exprimée dans le repère local à la surface, peut se faire en pré-calcul alors que la fonction d'éclairage exprimée dans le repère scène, et par essence dynamique dans les scènes animées, doit être projetée à la volée.

Afin de permettre l'évaluation de la convolution dans le repère de calcul, par exemple le repère scène, il est nécessaire d'appliquer une rotation au vecteur de coefficients pour passer du repère local au repère scène. Ce calcul de rotation reste une opération coûteuse, bien que pouvant être accélérée comme démontré par Nowrouzezahrai *et col.* [NSF12]. L'opération de projection d'une fonction sphérique sur la base d'harmoniques est aussi une opération coûteuse qui ne peut

© journées JFIG 2020

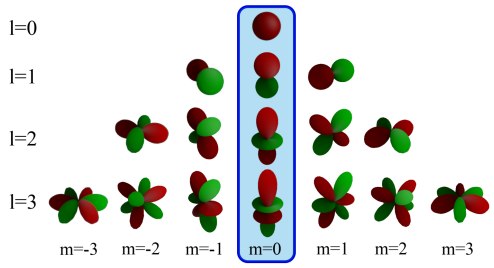

Figure 2: *Représentation des premières fonctions de bases des harmoniques sphériques. Les lobes sont colorés en fonction de leur signe, avec les valeurs positives en rouge et les négatives en vert.La sous-base des harmoniques zonales est sous-ligné au milieu.*

pas toujours être pré-calculée, ce qui est le cas de la fonction d'éclairage lors de l'animation des sources lumineuses. Il est possible de réduire le temps de projection en utilisant la sous-base des harmoniques sphériques que sont les harmoniques zonales (HZ). En projetant sur les harmoniques zonales, on peut ensuite reconstruire efficacement les harmoniques sphériques comme démontré par Sloan *et col.* [SLS05]

Afin de réduire le temps de calcul nécessaire pour effectuer la projection, nous proposons dans cet article, section 3, une formule analytique définie par récurrence permettant d'évaluer efficacement la projection de la contribution d'une source sphérique sur les harmoniques zonales.

2. Éclairage par Harmoniques Sphériques

Nous rappelons ici les principales caractéristiques des méthodes d'éclairage par harmoniques sphériques, une description plus approfondie est proposée par Sloan *et col.* [SKS02].

Harmoniques sphériques En utilisant les coordonnés sphériques, la partie réelle d'une harmonique Y_l^m est exprimée comme

$$Y_l^m(\theta,\phi) = \begin{cases} \sqrt{2}K_l^{|m|}\, P_l^{|m|}(\cos\theta)\, \sin(|m|\phi) & m<0 \\ K_l^0\, P_l^0(\cos\theta) & m=0 \\ \sqrt{2}K_l^m\, P_l^m(\cos\theta)\, \cos(m\phi) & m>0 \end{cases} \quad (1)$$

où P_l^m dénote les polynômes associés de Legendre et K_l^m est un facteur de normalisation :

$$K_l^m = \sqrt{\frac{2l+1}{4\pi}\frac{(l-m)!}{(l+m)!}} \quad (2)$$

Harmoniques zonales Les Harmoniques Zonales (HZ) forment la sous-base des harmoniques sphériques en considérant uniquement les harmoniques $Y_l^0(\omega)$ (Fig. 2). Cette sous-base permet de décrire toutes les fonctions circulairement symétrique autour d'un axe. En connaissant le vecteur des coefficients d'HZ, Sloan *et col.* [SLS05] ont montré que les coefficients d'HS s'exprimaient comme

$$\mathbf{L}_l^m = \sqrt{\frac{4\pi}{2l+1}} Y_l^m(\omega_l)\tilde{\mathbf{L}}_l \quad (3)$$

où $\tilde{\mathbf{L}}_l$ et $\mathbf{L}_l^m$ correspondent respectivement au vecteur de coefficients d'HZ et d'HS de la fonction L qui est symétrique autour de l'axe ω_l.

2.1. Transfert de radiance pré-calculé

L'idée première du transfert de radiance pré-calculé est de rendre efficace l'évaluation de l'équation du rendu [Kaj86], contenant l'intégrale du produit de deux fonctions, en la transformant en produit scalaires entre deux vecteurs de coefficients pré-calculés. On note L la fonction sphérique définissant la radiance incidente en un point et F la fonction sphérique de transfert (la réflectance) en ce point. On note leur projection respective sur la base des harmoniques sphériques réelles $\mathbf{L}$ et $\mathbf{F}$. Le produit scalaire $\mathbf{L}\cdot\mathbf{F}$ correspond alors à :

$$\int_\Omega L(\omega_i)\, F(\omega_i)\, \mathrm{d}\omega_i \;=\; \mathbf{L}\cdot\mathbf{F} \quad (4)$$

Pour obtenir les coefficient $\mathbf{L}_l^m$ (resp. $\mathbf{F}_l^m$) du vecteur $\mathbf{L}$ (resp. $\mathbf{F}$), nous projetons les fonctions originales sur la base des HS $\{Y_l^m(\omega)\}$ qui est indexé par l'ordre l et le degré m. Comme montré par la figure 2, les ordres successifs $l \geq 0$ correspondent à une croissance de la bande de fréquences, dans lequel les degrés s'étendent entre $-l \leq m \leq l$.

La projection sur les HS et la reconstruction de fonctions sphériques $S(\omega)$ obéissent aux équations suivantes :

$$\mathbf{S}_l^m = \int_\Omega S(\omega)\, Y_l^m(\omega)\, \mathrm{d}\omega \quad (5)$$

$$S(\omega) \approx \sum_{l=0}^{N}\sum_{m=-l}^{l} \mathbf{S}_l^m\, Y_l^m(\omega) \quad (6)$$

En pratique, les coefficients d'HS sont limités à un ordre N et la reconstruction devient alors une approximation avec une fréquence maximale. Dans ce cas, l'intégrale de l'équation 4 se réduit à une somme de $(N+1)^2$ termes, permettant une évaluation efficace de l'équation.

Dans notre cadre de travail, la radiance L est projeté sur les HS à chaque image pour travailler avec des scènes dynamiques. On ne s'intéresse qu'à l'éclairage direct produit par une source sphérique. Cette mise en pratique n'est qu'un cas simple du transfert de radiance pré-calculé.

2.2. Projection de la lumière

Primitive simple Dans le cas de primitives simples, telles que des points, des spots ou des lumières directionnelles (Fig. 3), la contribution du rayonnement de chaque source correspond à une distribution de Dirac. Ainsi, le calcul de la projection revient à évaluer les

© JFIG 2020.

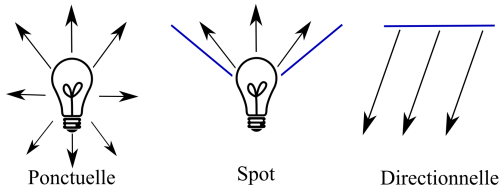

Figure 3: *Primitives de lumières simples. L'émission de chaque source correspond à une distribution de Dirac.*

HS dans la direction du Dirac et à les mettre à l'échelle par l'intensité de la source lumineuse.

Source surfacique L'utilisation de sources lumineuses surfaciques a fait l'objet de plusieurs travaux. Nowrouzezahrai *et col.* [NSF12] ont proposé une méthode de factorisation d'un signal arbitraire sur les HZ. Ainsi, pour projeter un signal, il suffit de le projeter sur différentes HZ orientées dans plusieurs directions, nous donnant alors un vecteur de coefficients. Les directions sont pré-calculées afin d'obtenir une matrice de passage parcimonieuse qui, multiplié au vecteur de coefficients, nous renverra un vecteur de coefficients correspondant au signal projeté sur les HS.

Wang et Ramamoorthi [WR18] utilisent ce travail pour proposer une méthode de projection efficace de lumières polygonales sur les HS en transformant l'intégrale sur la surface de la source en une intégrale sur ses contours. Dans le cas d'une source sphérique, la projection sur les HZ orientées dans n'importe quelle direction est complexe, cependant si la direction correspond à la direction d'émission (*i.e.* la direction du point éclairé jusqu'au centre de la sphère), alors la projection s'écrit simplement (Sec. 3). Sloan avait défini cette projection [Slo08] par une forme close de calcul des coefficients d'HZ appliquée aux premières bandes l.

3. Projection de sources sphériques

Pour un hémisphère autour d'un point éclairé, l'angle solide Q sous-tendu par la source de lumière correspond à une capsule sphérique (Fig. 4). Pour simplifier, on notera a l'angle formé par la source et $\alpha = \cos(a)$.

La fonction représentant la radiance incidente est égale à 1 à l'intérieur de l'angle solide et 0 partout ailleurs. Ainsi, la projection sur les HS de la fonction de radiance incidente se simplifie à :

$$\mathbf{L}_l^m = \int_Q Y_l^m(\omega)\,\mathrm{d}\omega_i \tag{7}$$

On définit ω_l comme la direction du point éclairé au centre de la lumière sphérique. Ainsi, Q induit un champ de radiance radialement symétrique autour de ω_l. Nous alignons l'axe z du repère avec la direction de la lumière. Ainsi, le calcul des harmoniques sphériques

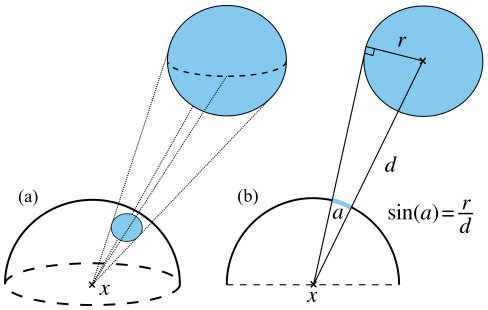

Figure 4: *Configuration géométrique de la contribution d'une lumière sphérique. (a) La source en bleu se projette sous forme d'une capsule sphérique Q sur la sphère unitaire centrée au point éclairé x. (b) La coupe 2D montre le rayon r de la source, la distance d, et le demi-angle a de la capsule.*

se résume au calcul des harmoniques zonales $\tilde{\mathbf{L}}_l$, en effet les autres coefficients seront nuls.

$$\tilde{\mathbf{L}}_l = K_l \int_Q P_l(\omega_l \cdot \omega)\,\mathrm{d}\omega \tag{8}$$

où $K_l = K_l^0$ et $P_l = P_l^0$. En utilisant les coordonnées sphériques, cette équation devient

$$\tilde{\mathbf{L}}_l = K_l \int_{\theta=0}^{a} \int_{\phi=0}^{2\pi} P_l(\cos(\theta)) \sin(\theta)\,\mathrm{d}\phi\,\mathrm{d}\theta \tag{9}$$

où a est le demi-angle sous-tendu par la source de lumière sphérique (Fig. 4). En intégrant sur ϕ, on obtient

$$\tilde{\mathbf{L}}_l = 2\pi K_l \int_{\theta=0}^{a} P_l(\cos(\theta)) \sin(\theta)\,\mathrm{d}\theta = 2\pi K_l \Delta_l \tag{10}$$

Comme détaillé dans l'annexe A, la valeur de l'intégrale Δ_l est

$$\Delta_l = \frac{-P_{l+1}(\alpha) + P_{l-1}(\alpha)}{2l+1} \tag{11}$$

En réinjectant ça dans l'équation 10, le calcul des coefficients d'harmoniques zonales pour une lumière sphérique dans le repère aligné avec la direction d'émission requiert seulement d'évaluer les polynômes de Legendre. Cependant, Δ_l n'est pas défini lorsque $l = 0$, la forme close se calcule facilement et en simplifiant, on obtient

$$\tilde{\mathbf{L}}_l = \begin{cases} \sqrt{\dfrac{\pi}{2l+1}}\left(P_{l-1}(\alpha) - P_{l+1}(\alpha)\right) & \text{si } l \neq 0 \\ \sqrt{\pi}(1-\alpha) & \text{sinon} \end{cases} \tag{12}$$

Comme montré par Sloan *et col.* [SLS05], les coefficients d'HS sont ensuite obtenus en effectuant la rotation des coefficients d'HZ :

$$\mathbf{L}_l^m = \sqrt{\frac{4\pi}{2l+1}}\, Y_l^m(\omega_l)\tilde{\mathbf{L}}_l \tag{13}$$

Nous utilisons le travail de Sloan [Slo13] pour évaluer les fonctions harmoniques $Y_l^m(\omega_l)$. Calculer les coefficients d'HZ en utilisant les formes closes dérivées par Sloan [Slo08] est efficace lorsque la projection n'est

© JFIG 2020.

calculée que sur quelques bandes (0-3 bandes). Au-delà, la récurrence générale développée ici (Éq. 12) nécessite moins de calculs. En effet, en simplifiant les calculs pour chaque bande, lorsque les 3 premières bandes sont utilisées, nous avons dénombré 3/5 additions/multiplications pour les formes closes contre 3/6 avec la récurrence. Sur 6 bandes, il y en a 13/19 avec les formes closes contre 6/18 avec la récurrence. En outre, nous n'avons pas pris en compte le calcul du cosinus ou du sinus de l'angle a et leurs puissances respectives requis pour les formes closes là où notre récurrence nécessite uniquement le cosinus.

4. Résultats

Nous avons implanté notre modèle dans un prototype de moteur de rendu utilisant OpenGL / GLSL 4.5 sur un processeur Intel Xeon 2.10 GHz et une carte graphique RTX 2080.

4.1. Génération des résultats

Dans les résultats, nous n'avons pas pris en compte la visibilité et nous avons implanté deux représentations pour les fonctions de réflectance et les méthodes de convolutions associées. La première représentation (Fig. 6), dont la convolution est évalué par un simple produit scalaire, repose sur une tabulation des coefficients d'HS comme proposé par Kautz *et col.* [KSS02]. Nous avons projeté les matériaux de la base MERL [MPBM03] et la base de données produites par Dupuy et Jakob [DJ18].

La seconde représentation (Fig. 5) mise en place correspond à celle proposée par Sloan *et col.* [SKS02] où le matériau est décomposé en deux lobes : le lobe diffus et spéculaire. La contribution diffuse est alors calculée en utilisant le travail de Ramamoorthi et Hanrahan [RH01]. La contribution spéculaire est calculée en utilisant la convolution des HS avec un noyau circulairement symétrique [SKS02].

À chaque fois, les coefficients d'HS de la lumière sont calculés en utilisant notre proposition définie par les équations 12 et 13.

4.2. Résultats et discussions

La représentation par harmoniques sphériques étant limitée en fréquences, des artéfacts faisant apparaître des oscillations peuvent survenir lors du rendu. Pour atténuer ce problème, nous filtrons les coefficients d'HS du matériau [Slo08] lors du pré-calcul, avant de les stocker. Dans notre implantation la taille de la fenêtre de filtrage est égale au nombre de bandes utilisées.

Temps Dans cette méthode, le calcul des HZ est très faible, dominé par l'évaluation des fonctions harmoniques (Éq. 13). Néanmoins, on a montré (Fig.5 et 6) que la projection supporte des dizaines de sources projetées sur une dizaine de bandes tout en permettant un taux de rafraîchissement compatible avec le temps réel.

Dans ces exemples de rendu, les coefficients d'HZ sont calculés analytiquement (Éq. 12). Ces coefficients se tabulent facilement puisque pour chaque bande, le coefficient ne dépend que du cosinus de l'angle sous-tendu par la source sphérique. Cependant, en essayant le rendu avec la tabulation des coefficients, nous n'avons obtenu qu'une différence de temps de l'ordre de la demi-milliseconde avec la version analytique. Notre méthode est donc intéressante pour le rendu temps réel puisque la mémoire supplémentaire nécessaire pour le stockage des coefficients tabulés, bien que de l'ordre de quelques dizaines de kilo-octets seulement, n'est pas accompagnée par un gain de temps significatif, quel que soit le nombre de bandes utilisées.

Discussion et travaux futur Il serait intéressant de pouvoir augmenter le nombre de bande ou le nombre de sources sans pour autant augmenter les temps de calcul. En effet, nous avons estimé que les matériaux de (d) et (e) de la figure 6 ont besoin de plus d'une centaine de bandes d'HS pour modéliser au mieux les hautes fréquences inhérentes à ces matériaux et plus généralement, pour tous les matériaux fortement spéculaire. Nous avons constaté que 10 bandes sont suffisantes pour attraper la complexité des matériaux comme (a), (b) ou (c), du moins lorsque la direction de vue ou d'entrée de la lumière n'est pas trop rasante ($\lesssim 70°$). À titre d'exemple, nous avons pu rendre la figure 6 (d) sur 20 bandes d'HS en 105ms.

Afin de réduire les temps de calcul, nous étudions une solution similaire à celle discuté par Wang et Ramamoorthi [WR18] et mise en place par Wu *et col.* [WCZR20] dont l'idée est d'exploiter la variation spatiale douce des coefficients d'HS en calculant les coefficients et leurs gradients spatiaux sur une grille 3D puis d'en réaliser l'interpolation pour chaque fragment de la scène.

5. Conclusion

La projection proposée ici est analytique, elle permet d'éviter toute approximation des coefficients d'harmoniques sphériques tout en permettant de rendre en temps réel des dizaines de sources lumineuses et en utilisant une projection allant jusqu'à une dizaine de bandes. La projection analytique est robuste à la disposition des sources dans la scène, proche ou éloignée des récepteurs. En outre, la méthode s'implante facilement sur GPU et peut se combiner avec n'importe quelle technique d'éclairage par harmoniques sphériques pour ainsi prendre en compte des phénomènes de transport complexe de la lumière.

© JFIG 2020.

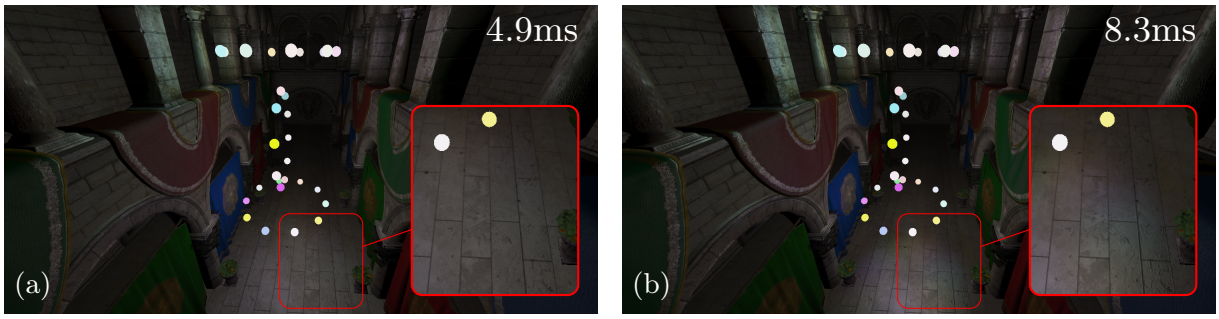

Figure 5: *Sponza avec 30 sources sphériques rendue en 1980×995. Rendu avec (a) 5 bandes d'HS et (b) 8 bandes. On peut observer une délimitation plus précise des reflets sur le sol tout comme une apparition des couleurs plus importantes lorsque la bande limite est augmentée.*

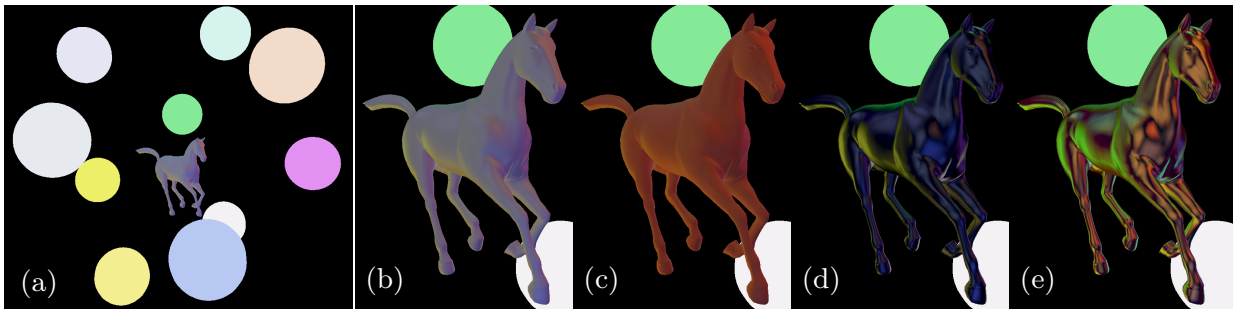

Figure 6: *Rendu avec différents matériaux de la base produite par Dupuy et Jakob [DJ18] et 10 lumières sphériques, la convolution est calculée sur 10 bandes d'HS. (a) aperçu de la scène avec le matériau paper_white, (b) ilm_solo_millennium_falcon, (c) acrylic_felt_orange, (d) ilm_solo_m_68 et (e) cc_amber_citrine. Les images de (b) à (e) sont rendues en 600×816 en moins de 3ms chacune.*

Références

[DJ18] Dupuy J., Jakob W. : An adaptive parameterization for efficient material acquisition and rendering. In *SIGGRAPH Asia 2018 Tech. Pap. SIGGRAPH Asia 2018* (2018), vol. 37, ACM New York, NY, USA, pp. 1–14.

[Kaj86] Kajiya J. T. : The Rendering Equation. *Comput. Graph.. Vol. 20*, Num. 4 (aug 1986), 143–150.

[KSS02] Kautz J., Sloan P.-P. P., Snyder J. : Fast, arbitrary BRDF shading for low-frequency lighting using spherical harmonics. In *Eurographics Work. Render.* (2002), vol. 2, pp. 291–296.

[MPBM03] Matusik W., Pfister H., Brand M., McMillan L. : A data-driven reflectance model. *ACM Trans. Graph.. Vol. 22*, Num. 3 (juillet 2003), 759–769.

[NSF12] Nowrouzezahrai D., Simari P., Fiume E. : Sparse zonal harmonic factorization for efficient SH rotation. *ACM Trans. Graph.. Vol. 31*, Num. 3 (2012), 1–9.

[RH01] Ramamoorthi R., Hanrahan P. : An efficient representation for irradiance environment maps. In *Proc. 28th Annu. Conf. Comput. Graph. Interact. Tech. SIGGRAPH 2001* (2001), pp. 497–500.

[SKS02] Sloan P. P., Kautz J., Snyder J. : Precomputed radiance transfer for real-time rendering in dynamic, low-frequency lighting environments. In *Proc. 29th Annu. Conf. Comput. Graph. Interact. Tech. SIGGRAPH '02* (2002), pp. 527–536.

[Slo08] Sloan P.-P. : Stupid Spherical Harmonics (SH) Tricks. *Game Dev. Conf.. Vol. 9* (2008), 320–321.

[Slo13] Sloan P.-P. : Efficient Spherical Harmonic Evaluation. *J. Comput. Graph. Tech.. Vol. 2*, Num. 2 (sep 2013), 84–90.

[SLS05] Sloan P. P., Luna B., Snyder J. : Local, deformable precomputed radiance transfer. In *ACM Trans. Graph.* (2005), vol. 24, ACM New York, NY, USA, pp. 1216–1224.

[WCZR20] Wu L., Cai G., Zhao S., Ramamoorthi R. : Analytic spherical harmonic gradients for real-time rendering with many polygonal area lights. *ACM Trans. Graph.. Vol. 39*, Num. 4 (2020).

[WR18] Wang J., Ramamoorthi R. : Analytic spherical harmonic coefficients for polygonal area lights. *ACM Trans. Graph.. Vol. 37*, Num. 4 (2018).

© JFIG 2020.

Annexe A: Intégration des pôlynomes de Legendre

Nous cherchons une forme close à l'intégrale des polynômes de Legendre sur une capsule sphérique d'angle a :

$$\int_{\theta=0}^{a} P_l(\cos(\theta))\sin(\theta)\,\mathrm{d}\theta$$

En substituant la variable $u = \cos(\theta)$, on a

$$\int_{\theta=0}^{a} P_l(\cos(\theta))\sin(\theta)\,\mathrm{d}\theta = \int_{u=\cos(a)}^{1} P_l(u)\,\mathrm{d}u$$

On obtient la primitive à partir de la formule récursive

$$\int P_l(x)\,\mathrm{d}x = \frac{P_{l+1}(x) - P_{l-1}(x)}{2l+1}$$

et comme $\forall\, l \geq 0,\ P_l(1) = 1$ on obtient

$$\begin{aligned}\int_{\cos(a)}^{1} P_l(u)\,\mathrm{d}u &= \left[\frac{P_{l+1}(u) - P_{l-1}(u)}{2l+1}\right]_{\cos(a)}^{1} \\ &= \frac{-P_{l+1}(\cos(a)) + P_{l-1}(\cos(a))}{2l+1}\end{aligned}$$

En résumé, nous avons établi que

$$\boxed{\int_{\theta=0}^{a} P_l(\cos(\theta))\sin(\theta)\,\mathrm{d}\theta = \frac{-P_{l+1}(\cos(a)) + P_{l-1}(\cos(a))}{2l+1}}$$

© JFIG 2020.