

# Modélisation et simulation numérique de l'étalement d'un fluide dense età haute température

Thomas Schiano, Barbara Bigot, Jean-François Haquet, Pierre Saramito, Claude Smutek

▶ **To cite this version:**

Thomas Schiano, Barbara Bigot, Jean-François Haquet, Pierre Saramito, Claude Smutek. Modélisation et simulation numérique de l'étalement d'un fluide dense età haute température. Congrès annuel de la Société Française de Thermique 2020, Jun 2020, Belfort, France. pp.1–8, 10.25855/SFT2020-176 . hal-02938688

**HAL Id: hal-02938688**
**https://hal.science/hal-02938688**

Submitted on 15 Sep 2020

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Modélisation et simulation numérique de l'étalement d'un fluide dense et à haute température

## Modelling and numerical simulation of the spread of a dense and high-temperature fluid

**Thomas SCHIANO[1*,2], Barbara BIGOT[1], Jean-François HAQUET[1], Pierre SARAMITO[2], Claude SMUTEK[3]**

[1]CEA-Cadarache, DES/IRESNE/DTN/SMTA/LMAG
Cadarache, 13115 Saint-Paul-lez-Durance.
[2] Laboratoire Jean Kuntzmann, Université de Grenoble
700 Avenue Centrale, Saint Martin d'Heres.
[3] Laboratoire GéoSciences Réunion, Université de La Réunion, Institut de Physique du Globe de Paris, Sorbonne Paris-Cité
15 av. René Cassin, 97400 Saint-Denis.
*(auteur correspondant : thomas.schiano@cea.fr)

**Résumé -** Un modèle d'étalement à surface libre multiphasique, à haute température, tridimensionnel, siège de phénomènes physiques couplés tels la solidification due aux échanges par rayonnement ou convection, ou bien conduction avec le substrat est présenté. Une réduction à un modèle monophasique permet de comparer les critères de similitudes relatifs à un écoulement géophysique (lave du Python de la Fournaise à $1400\ K$) et à l'étalement d'un corium (cœur du réacteur fondu potentiellement mélangé avec l'acier de la cuve à $2500\ K$) lors d'un accident nucléaire grave. Des simulations utilisant la méthode du Lagrangien augmenté permettent de prédire l'arrêt de tels écoulements, et le suivi de leur front.

**Mots-clés :** Écoulements non-isothermes multiphasiques ; Fluides non-newtoniens ; Coulée de lave ; Accidents graves ; Étalement.

**Abstract -** A free surface, high-temperature, tridimensional, multiphase spreading flow model is introduced. It is the seat of coupled physical phenomena, such as solidification due to radiation and convection, and conduction with the substrate. A single phase reduction of this model is used to compare the scales for two cases : that of geophysical flows (lava spread for Python de la Fournaise), and accidental spread (molten core spread at $2500\ K$ in severe nuclear accidents). Simulations using the augmented Lagrangian method are being undertaken in order to predict spread terminal length, and front tracking.

**Keywords:** Non-isothermal multiphase flows; Non-newtonian fluid; Lava spread; Severe accidents; Spreading.

**Nomenclature**

| | | | |
|---|---|---|---|
| $\mathbf{u}$ | vitesse, $\mathrm{m/s}$ | $\theta$ | température, $\mathrm{K}$ |
| $p$ | pression, $\mathrm{Pa}$ | $\lambda$ | coefficient de transfert convectif, $\mathrm{W/(m^2K)}$ |
| $g$ | accélération de la gravité, $\mathrm{m/s^2}$ | $\eta$ | viscosité dynamique, $\mathrm{Pa.s}$ |
| $L$ | longueur de la coulée, $\mathrm{m}$ | $\rho$ | masse volumique, $\mathrm{kg/m^3}$ |
| $h$ | hauteur de la coulée, $\mathrm{m}$ | $\sigma$ | tenseur des contraintes de Cauchy , $\mathrm{Pa}$ |
| $K$ | Consistance, $\mathrm{Pa.s}$ | $\dot{\gamma}$ | tenseur de taux de déformation, $\mathrm{s^{-1}}$ |
| $k$ | conductivité thermique, $\mathrm{W/(mK)}$ | | |

*Symboles grecs*

| | |
|---|---|
| $\boldsymbol{\nu}$ | vecteur unité |
| $\alpha$ | fraction volumique |

*Indices et exposants*

| | |
|---|---|
| $sub$ | substrat |
| $j$ | phase j dans l'étalement |

https://doi.org/10.25855/SFT2020-176

# 1. Introduction

L'étude des écoulements de fluides complexes (c'est-à-dire non newtoniens) à surface libre est en plein essor. Les modèles déjà appliqués aux coulées de lave [1] pourraient être étendus à l'étalement d'un corium dans le puits de cuve d'un réacteur nucléaire lors d'accidents graves en prenant en compte les spécificités d'un tel écoulement (présence de phases gazeuse et solilde) [2]. Ainsi, les méthodes numériques de ces écoulements ont vu des progrès aux niveaux des algorithmes permettant de résoudre des modèles possédant des singularités, tels que les modèles de fluides à seuil [3, 4]. En effet, la méthode du Lagrangien augmenté présentée par Fortin et Glowinski [5] permet de s'affranchir de la régularisation des équations, permettant de mieux capter les zones d'arrêt de l'écoulement, ainsi que d'obtenir un suivi du front plus précis.

Ce choix de modélisation d'une contrainte seuil est motivé par les mesures effectuées sur la lave [6] et sur le corium [7], permettant de décrire l'arrêt de l'écoulement par formation d'une zone à taux de déformation nulle. Pour le corium, l'expérience VE U7 réalisée au CEA [8] a montré que lors du refroidissement, une importante phase solide est présente dans la coulée liquide. En se basant sur le modèle de contrainte seuil développé par Ancey et Jorrot [9] et des mesures expérimentales, une nouvelle modélisation de la contrainte seuil en fonction de la température a été développée par le laboratoire LJK.

Actuellement, pour l'étude du corium, les outils de simulations numériques disponibles, basés sur des méthodes Lagrangiennes [10] ou Eulériennes [11] ne permettent pas la modélisation d'écoulements à seuil. En adaptant la librairie C++ Rhéolef [12], ces écoulements pourront alors être modélisés.

# 2. Modèle physique

La figure 1 présente un schéma de l'étalement d'un corium dans un puits de cuve ainsi que les échanges thermiques entre la coulée et son environnement.

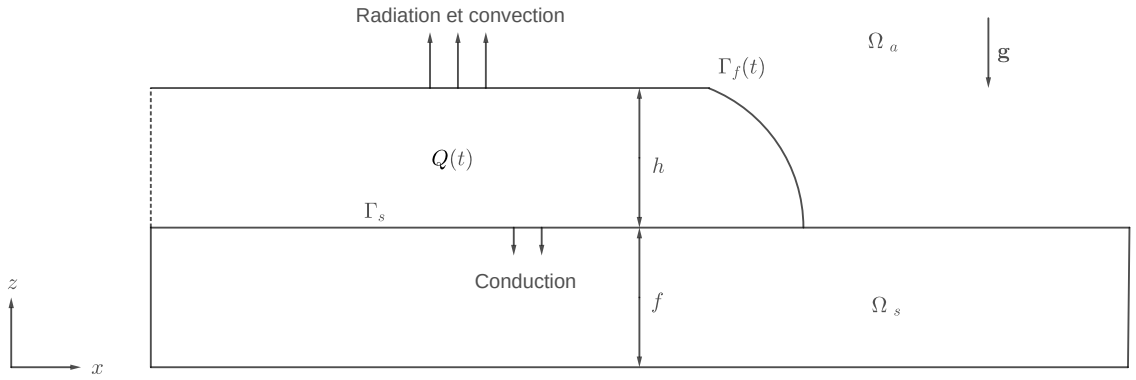



Figure 1 : *Schéma de principe de l'étalement.*

Une coulée $Q(t)$ de hauteur $h(t)$ s'étale sur un substrat $f$. Des échanges par rayonnement et convection avec le milieu ambiant $\Omega_a$ s'opèrent à la surface libre $\Gamma_f(t)$, tandis que des échanges conductifs avec le substrat $\Omega_s$ sont localisés à l'interface $\Gamma_s$. Dans la coulée $Q(t)$, se trouvent

une phase continue liquide porteuse, une phase solide dispersée provenant de la solidification de la coulée liquide lors du refroidissement ou de l'ablation du substrat. Une phase gazeuse peut aussi être présente par dégazage du substrat en béton.

### 2.1. Modèle multiphasique

La loi constitutive d'Herschel-Bulkley [13], décrite dans l'équation (1) est utilisée afin de décrire pour la phase continue liquide le tenseur des contraintes déviatoriques en fonction du tenseur des taux de déformation. Il s'agit d'une extension du modèle de Bingham au cas où $n > 1$.

$$\begin{cases} \tau = K(\theta)|\dot{\gamma}|^{n-1}\dot{\gamma} + \tau_y(\theta)\frac{\dot{\gamma}}{|\dot{\gamma}|}, & \text{si } \dot{\gamma} \neq 0 \\ |\tau| < \tau_y, & \text{sinon,} \end{cases} \tag{1}$$

avec $|\dot{\gamma}|$ la norme matricielle appliquée au tenseur des taux de déformation. Du fait du manque d'information sur la rhéologie de la phase solide du corium dans la littérature, le choix de la loi de comportement pour cette phase reste à déterminer. Le béton du substrat au contact avec le corium s'échauffe et conduit à un dégazage dans la coulée.

Le système d'équations (2, 3, 4) définit les lois de conservation tridimensionnelles de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie décrites pour une phase j :

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\alpha_j \rho_j\right) + \nabla \cdot \left(\alpha_j \rho_j \mathbf{u}_j\right) = \dot{M}_j, \tag{2}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\alpha_j \rho_j \mathbf{u}_j\right) + \nabla \cdot \left(\alpha_j \rho_j \mathbf{u}_j \times \mathbf{u}_j\right) = \nabla \cdot \left(\alpha_j \sigma_j\right) + \alpha_j \rho_j \mathbf{g} + \mathbf{I}_j, \tag{3}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\alpha_j \rho_j \mathbb{H}_j\right) + \nabla \cdot \left(\alpha_j \rho_j \mathbb{H}_j \mathbf{u}_j\right) = \alpha_j \frac{\partial p_j}{\partial t} + \left(\mathbf{u}_j \cdot \nabla\right) \alpha_j p_j + \nabla \cdot \left(\alpha_j k_j \nabla \theta_j\right) + \alpha_j \frac{\tau_j : \dot{\gamma}_j}{2} + \Pi_j, \tag{4}$$

avec $\sigma_j = -p_j \mathcal{I} + \tau_j$ où $\tau_j$ est la partie déviatorique du tenseur des contraintes. $\sum_j \dot{M}_j = 0$, $\sum_j \mathbf{I}_j = 0$, $\sum_j \Pi_j = 0$ et $\sum_j \alpha_j = 1$ sont les conditions qui représentent la conservation des masse, quantité de mouvement, énergie et volume total du système entier. Les fonctions $\dot{M}_j$, $\mathbf{I}_j$ et $\Pi_j$ représentent les échanges de ces grandeurs entre les phases à l'interface entre celles-ci.

La description utilisée pour l'équation de la conservation de l'énergie (4) utilise l'enthalpie spécifique notée $\mathbb{H}$, afin d'introduire plus simplement le changement de phase. En effet, au cours du refroidissement de la coulée, la fraction solide augmente, tel qu'observée pour le corium [2]. Les enthalpies le long d'une isobare sont donc ainsi définies : $\mathbb{H}_s = c_{ps}\theta$, $\mathbb{H}_l = c_{ps}\theta_{solidus} + \mathbb{H}_{ls} + c_{pl}\left(\theta - \theta_{solidus}\right])$, $\mathbb{H}_g = c_{pg}\theta$. La quantité $\mathbb{H}_{ls}$ est une enthalpie de changement de phase, permettant de prendre en compte la solidification ou la fusion de la coulée, avec $c_{ps}$, $c_{pl}$ et $c_{pl}$ les capacités calorifique pour le solide, le liquide et le gaz.

Ne connaissant pas la hauteur $h$ du fluide intervenant dans la condition de surface libre donnée par :

$$\sigma_j \cdot \nu_f = 0 \; en \; \Gamma_f(t), \tag{5}$$

où $\nu_f$ est le vecteur unitaire sortant placé à la surface libre, il faut introduire la fonction de niveau de la surface libre qui se définit comme $\phi = f(x,y) + h(t,x,y) - z$ et qui s'annule lorsque $z \in \Gamma_f(t)$. Le transport de la surface libre est alors décrit par l'équation (6), tel que :

$$\partial_t h + u_x \partial_x (f+h) + u_y \partial_y (f+h) = u_z \text{ en } ]0;+\infty[\times\Omega. \tag{6}$$

La résolution d'une formulation 3D revient à trouver les inconnues du problème que sont : $h$, $\tau_j$, $u_j$, $p_j$, $\theta_j$ satisfaisant la loi de comportement (eq. 1), les équations de bilan (eq. 2, 3, 4) et l'équation de transport de la ligne de niveau de la surface libre (eq. 6). Pour garantir l'unicité de la solution physique, les conditions initiales et aux limites appropriées sont appliquées.

### 2.2. Équations monophasiques adimensionnées : cas d'une éruption volcanique

Dans cette section, on considère une configuration d'écoulement isotrope (hauteur $h$ de l'ordre de grandeur de sa longueur $L$). En réduisant le modèle multiphasique précédent à un modèle monophasique adimensionné, on retrouve celui d'une lave sur un substrat semi-infini qui a été proposé dans [1]. Dans ce cas, on ne considère pas de dégazage ni d'ablation du substrat, ni de solidification de la coulée. Les échanges se font par conduction avec le substrat, par rayonnement et convection avec l'air ambiant.

L'adimensionnement des quantités du système sont les suivantes : le temps $t = T\tilde{t}$, la hauteur $h = H\tilde{h}$, la vitesse $\mathbf{u} = \tilde{\mathbf{u}}U$ avec $U = \frac{\rho g H^3}{\eta L} = \left(\frac{\rho g H^2}{K_e L}\right)^{\frac{1}{n}} H$, la pression $p = P\tilde{p}$ avec $P = \rho g h$, la température $\theta = \theta_a + (\theta_e - \theta_a)\tilde{\theta}$ avec $\theta_a$ la température de l'air ambiant et $\theta_e$ la température initiale de la coulée, la contrainte seuil $\tau_y(\theta) = \tau_{y0}\tilde{\tau}_y(\theta)$ et la consistance du tenseur des contraintes $K(\theta) = K_e\tilde{K}(\theta)$. Dans la suite, toutes les quantités sont adimensionnées et par souci de simplicité les tildes sont enlevés pour alléger l'écriture. Ainsi la loi constitutive (eq. (1)) devient :

$$\begin{cases} \tau = \left(\frac{B(\theta)}{E} + K(\theta)E^{n-1}\right)\dot{\gamma}, & \text{si } E \neq 0 \\ T \leq B(\theta), & \text{sinon.} \end{cases} \tag{7}$$

avec $B(\theta) = \tau_y(\theta)Bi$ , $T = |\tau|$ et $E = |\dot{\gamma}|$ et où le nombre de Bingham, $Bi = \frac{\tau_{y0}L}{\eta U}$, définit le rapport entre la contrainte seuil et la contrainte visqueuse.

Les équations de conservation monophasiques adimensionnées pour la masse, la quantité de mouvment et l'enthalpie (eq. 2, 3, 4) se réexpriment telles que :

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0, \tag{8}$$

$$\mathcal{R}e\left(\partial_t \mathbf{u} + (\mathbf{u}\cdot\nabla)\,\mathbf{u}\right) = \nu_{\mathbf{z}} - \nabla p + \nabla\cdot\tau, \tag{9}$$

$$\partial_t\theta + (\mathbf{u}\cdot\nabla)\,\theta = \frac{1}{Pe}\left(\nabla^2\theta + Br\frac{\tau:\dot{\gamma}}{2}\right). \tag{10}$$

Les nombres adimensionnels caractéristiques de l'écoulement ainsi obtenus sont le Reynolds $\mathcal{R}e = \frac{\rho UL}{\eta}$, le Péclet $Pe = \frac{\rho c_p UL}{k}$ et le Brinkman $Br = \frac{U^2\eta}{k(\theta_e-\theta_a)}$. Ce dernier donne le rapport entre l'énergie des forces visqueuses dissipées et l'énergie transférée par conduction thermique.

Dans le cas d'une coulée de lave, l'éjection de celle-ci se fait par une cheminée, notée $\Gamma_e$, par laquelle la lave sort avec une vitesse ascendante notée $w_e$. Dans ce cadre, les conditions aux limites inférieures sur la vitesse et supérieures sur la surface libre sont :

$$u_x = u_y = 0 \; et \; u_z = w_e \; en \; \Gamma_e \cup \Gamma_s, \tag{11}$$

$$\sigma \cdot \nu_f = 0 \; en \; \Gamma_f(t). \tag{12}$$

En exprimant et projetant l'équation (15), on obtient une condition sur le tenseur des contraintes et la pression à l'interface. Pour les échanges thermiques, les conditions aux limites inférieures (avec le substrat $\Gamma_s$ et le conduit de cheminée $\Gamma_e$) et supérieure, en $\Gamma_f(t)$, avec l'air ambiant sont les suivantes :

$$\theta = 1 \; en \; \Gamma_e, \tag{13}$$

$$\begin{aligned} (\partial_x(f+h)\partial_x\theta + \partial_y(f+h)\partial_y\theta) - \partial_z\theta = \\ -\frac{k_{sub}}{k}\left((\partial_x(f+h)\partial_x\theta_{sub} + \partial_y(f+h)\partial_y\theta_{sub}) - \partial_z\theta_{sub}\right) \text{ en } \Gamma_s. \end{aligned} \tag{14}$$

$$-\left(\partial_x(f+h)\partial_x\theta + \partial_y(f+h)\partial_y\theta\right) + \partial_z\theta + Rp_\mu(\theta)\theta + Nu\theta = 0 \; en \; \Gamma_f(t), \tag{15}$$

avec $\mu = \frac{\theta_a}{\theta_e - \theta_a}$ et $p_\mu(\theta) = \theta^3 + 4\mu\theta^2 + 6\mu^2\theta + 4\mu^3$,

L'ensemble de ces équations et de ces conditions initiales et aux limites précédentes permettent d'avoir un problème bien posé pour le cas monophasique.

La grandeur caractéristique intéressante est le nombre de rayonnement $R = \frac{\xi\sigma_{SB}(\theta_e - \theta_a)^3 L}{k}$ avec $\sigma_{SB}$ la constante de Stefan-Boltzmann et $\xi$ l'émissivité.

L'équation adimensionnée de la chaleur dans le substrat avec les conditions initiale et aux limites permettant d'obtenir l'évolution de sa température $\theta_{sub}$ sont les suivantes :

$$\partial_t\theta_{sub} = \frac{1}{P_{esub}}\left(\nabla^2\theta_{sub}\right), \tag{16}$$

$$\begin{aligned} \theta_{sub}(t=0) &= 0, \\ \theta_{sub} &= \theta \; en \; \Gamma_s, \\ \theta_{sub}(z=-\infty) &= 0. \end{aligned} \tag{17}$$

Le nombre de Péclet pour le substrat est obtenu en faisant l'hypothèse que le temps caractéristique $T$ a pour valeur $\frac{L}{U}$.

### 2.3. Comparaison corium - lave

Les critères de similitude obtenus dans la section précédente sont calculés pour les états initiaux des coulées de lave et de corium. Les cas étudiés sont ceux d'une éruption du Python de la

| Fluide | Reynolds $\mathcal{R}e$ | Péclet $Pe$ | Brinkman $Br$ | Bingham $Bi$ |
|---|---|---|---|---|
| Lave (Python de la Fournaise 2010) | $4.75\ 10^{-1}$ | $2.91\ 10^{6}$ | $2.08\ 10^{-5}$ | $4.630$ |
| Corium (Essai VE U7) | $1,40\ 10^{1}$ | $1.04\ 10^{6}$ | $1,25.10^{-2}$ | $1.890\ 10^{-1}$ |

Tableau 1 : *Critères de similitude de l'écoulement pour la lave à* $1420\ K$ *et le corium à* $2450\ K$.

Fournaise en 2010 [15] ainsi que l'essai d'étalement VEU7 réalisé au CEA [8]. La température initiale de la lave est de $1420\ K$, celle du corium est de $2450\ K$.

Le tableau 1 permet d'observer que le régime d'écoulement est laminaire, et que le transport d'énergie dans la phase continue est majoritairement advectif dans les deux cas. Le nombre de Brinkman est trois ordres de grandeur plus important pour le corium que pour la lave, indiquant une plus grande influence de la variation d'énergie du système par cisaillement/déformation dans le cas du corium, même si cette valeur reste faible. Le nombre de Bingham du corium est aussi plus faible pour le corium à haute température, indiquant que le matériau est initialement moins viscoplastique que la lave.

Il est intéressant de noter que lorsque la température du corium diminue, ses propriétés physiques changent. En calculant la viscosité dynamique avec le modèle proposé par Ramaciotti [16], on obtient pour la lave et le corium des valeurs semblables du nombre de Brinkman pour des températures similaires. En utilisant aussi le modèle d'Ancey et Jorrot de la contrainte seuil [9], le nombre de Bingham obtenu à la température de $1500\ K$ pour le corium est de $1.9$, traduisant un régime viscoplastique. Le comportement des laves à hautes températures et celui du corium en cours de refroidissement lors de son étalement sont donc proches.

| Fluide | Rayonnement $R$ | Stanton $St$ |
|---|---|---|
| Lave | $3.78\ 10^{1}$ | $1.37\ 10^{-5}$ |
| Corium | $2.70\ 10^{1}$ | $1.85\ 10^{-4}$ |

Tableau 2 : *Nombres adimensionnées des échanges thermiques avec le milieu.*

D'après les résultats du tableau 2, où le nombre de Stanton se définit comme $St = \frac{Nu}{Pe} = \frac{\lambda}{\rho U c_p}$, les échanges thermiques sont dominés par les transferts radiatifs et non par les transferts convectifs ou conductifs. Ainsi les deux écoulements sont principalement refroidis par la surface libre.

Cette étude des critères de similitude met en évidence des propriétés physiques et thermiques proches entre les deux écoulements. Par conséquent, la modélisation faite pour les coulées de laves peut être un point départ pour une modélisation de l'étalement du corium.

## 3. Résultats et discussion

Des résultats utilisant le modèle monophasique ont été comparés à une coulée de lave du Python de la Fournaise qui a eu lieu en 2010 [15]. Ces résultats sont présentés sur la figure 2 qui montre une visualisation de la coulée de lave au moment de son arrêt à $t = 25h$. Pour obtenir ces résultats, une hypothèse de Saint-Venant a été faite pour réduire le modèle précédent, du

fait d'un rapport d'aspect de la coulée très petit : $\varepsilon = \frac{H}{L} = 0.001$. En effet, la hauteur de la couche de magma est de l'ordre du mètre, alors que la coulée est de l'ordre du kilomètre. Cette hypothèse n'est pas valable dans le cas de l'expérience VE U7 pour le corium, car le rapport d'aspect est de $\varepsilon = 0.15$ dans ce cas, limitant à priori la réduction possible du modèle 3D à 2D.

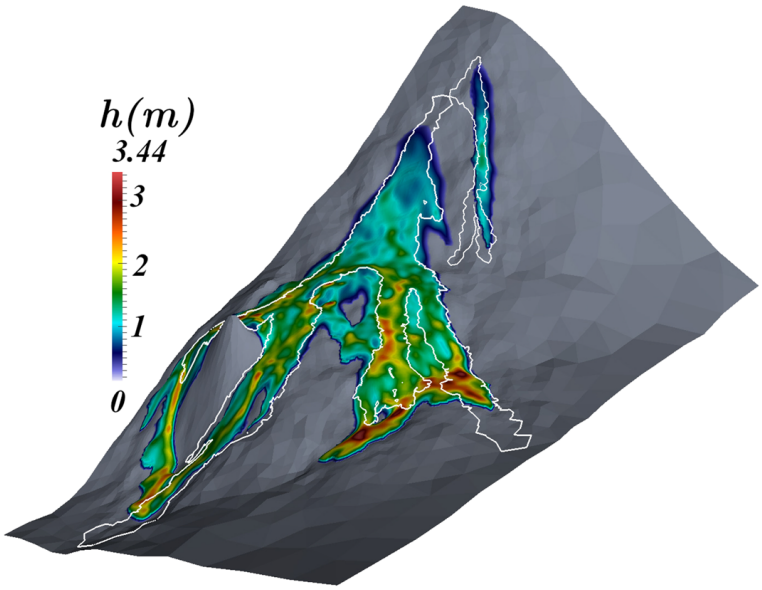



Figure 2 : *Simulation de la coulée de lave. La ligne blanche délimite la coulée arrêtée observée. t = 25 h. Extrait [1].*

Une simulation employant la méthode des éléments finis implémentée dans Rheolef [12] et l'algorithme du Lagrangien augmenté est réalisée. Un maillage auto-adaptatif est utilisé afin de réduire le temps de calcul lors du suivi du front. Les contours de l'étalement à l'arrêt observés sont représentés par une ligne blanche sur la figure 2. Les quantités utilisées sont décrites dans l'article de Villeneuve et al. [6]. L'origine temporelle choisie est le début de l'éruption, le débit de lave étant connu. Les résultats de la simulation montrent un bon accord avec les relevés. Cependant certaines bifurcations obtenues lors de la simulation n'ont pas été observées lors de l'éruption et quelques différences subsistent. D'après Bernabeu et al. [1], cela provient de la résolution du relevé des positions des cheminées volcaniques et de la topologie utilisée lors de la simulation, ainsi que de l'hypothèse de couche mince utilisée dans ce cas, qui ne permet pas de prendre en compte les variations de viscosité et de contrainte seuil en fonction de la température dans la hauteur.

## 4. Conclusion et perspectives

Un modèle d'écoulement multiphasique anisotherme tridimensionnel à surface libre et à forte densité est proposé. Sa réduction au cas monophasique isotrope a permis de mettre en évidence des similitudes entre les coulées de lave et de corium. Une simulation d'une coulée de lave du Python de la Fournaise sous une hypothèse de Saint Venant a été effectuée et montre un bon accord avec les observations [6]. Afin de prendre en compte les specifités de l'étalement du corium lors d'un accident grave d'un réacteur nucléaire, la modélisation présentée dans cet article sera implémentée dans Rheolef puis validée à partir des essais en corium prototypique réalisés au CEA. Ce logiciel validé sera utilisé pour les études de cas réacteurs de $2^{ème}$ et $3^{ème}$ générations en présence ou non de moyen de mitigation.

**Références**


[1] Bernabeu, Noé, Pierre Saramito, et Claude Smutek, Modelling Lava Flow Advance Using a Shallow-Depth Approximation for Three-Dimensional Cooling of Viscoplastic Flows, *Geological Society, London, Special Publications 426.* n1 (2016) : 40923. https ://doi.org/10.1144/SP426.27.

[2] Journeau, Christophe, Eric Boccaccio, Claude Brayer, Gérard Cognet, Jean-François Haquet, Claude Jégou, Pascal Piluso, et José Monerris, Ex-Vessel Corium Spreading : Results from the VULCANO Spreading Tests, *Nuclear Engineering and Design 223*, n1 (juillet 2003) : 75102. https ://doi.org/10.1016/S0029-5493(02)00397-7

[3] Saramito, Pierre, et Anthony Wachs, Progress in Numerical Simulation of Yield Stress Fluid Flows, *Rheologica Acta 56*, n3 (mars 2017) : 21130. https ://doi.org/10.1007/s00397-016-0985-9.

[4] Saramito, Pierre, *Complex Fluids*, New York, NY, Springer Berlin Heidelberg, 2016.

[5] Fortin, M., et R. Glowinski, *Augmented Lagrangian Methods : Applications to the Numerical Solution of Boundary-Value Problems.*, Elsevier, 2000.

[6] Villeneuve, Nicolas, Daniel R. Neuville, Pierre Boivin, Patrick Bachèlery, et Pascal Richet, Magma Crystallization and Viscosity : A Study of Molten Basalts from the Piton de La Fournaise Volcano (La Réunion Island), *Chemical Geology 256*, n34 (novembre 2008) : 24251. https ://doi.org/10.1016/j.chemgeo.2008.06.039.

[7] Roche, M.F., Steidl, P.F., Leibowitz, L., Fink, J.K., Sehgal, Viscosity of corium concrete mixtures at high temperatures, *Argone Nat. Lab. Report ACE-TR-C37*, (1993).

[8] Journeau, Christophe, Jean-Francois Haquet, Bertrand Spindler, Claus Spengler, et Jerzy Foit, The VULCANO VE-U7 Corium Spreading Benchmark, *Progress in Nuclear Energy 48*,(avril 2006) : 21534. https ://doi.org/10.1016/j.pnucene.2005.09.009.

[9] Ancey, Christophe, et Hélène Jorrot, Yield Stress for Particle Suspensions within a Clay Dispersion, *Journal of Rheology 45*, n2 (mars 2001) : 297319. https ://doi.org/10.1122/1.1343879.

[10] S. Koshizuka, Y. Oka, Moving-Particle Semi-Implicit Method for Fragmentation of Incompressible Fluid, *Nuclear Science and Engineering*,(1996) : 123 :3, 421-434, DOI : 10.13182/NSE96-A24205.

[11] Spindler, B., et J.M. Veteau, The Simulation of Melt Spreading with THEMA Code, *Nuclear Engineering and Design 236*,n4 (février 2006) : 42541. https ://doi.org/10.1016/j.nucengdes.2005.09.016.

[12] Saramito, Pierre, , *Efficient C++ finite element computing with Rheolef*,CNRS-CCSD ed. 2018

[13] Herschel, Winslow H., Consistency of Rubber Benzene Solutions, *Industrial & Engineering Chemistry 16*,n9 (septembre 1924) : 927927. https ://doi.org/10.1021/ie50177a019.

[14] Clausius, R., Ueber verschiedene für die Anwendung bequeme Formen der Hauptgleichungen der mechanischen Wärmetheorie, *Annalen der Physik und Chemie 201*,n7 (1865) : 353400. https ://doi.org/10.1002/andp.18652010702.

[15] Roult, Geneviève, Aline Peltier, Benoît Taisne, Thomas Staudacher, Valérie Ferrazzini, et Andrea Di Muro, A New Comprehensive Classification of the Piton de La Fournaise Activity Spanning the 1985–2010 Period. Search and Analysis of Short-Term Precursors from a Broad-Band Seismological Station, *Journal of Volcanology and Geothermal Research 241242*,(octobre 2012) : 78104. https ://doi.org/10.1016/j.jvolgeores.2012.06.012.

[16] Ramacciotti, Muriel, Christophe Journeau, François Sudreau, et Gérard Cognet, Viscosity Models for Corium Melts, *Nuclear Engineering and Design 204*,n13 (février 2001) : 37789. https ://doi.org/10.1016/S0029-5493(00)00328-9.


**Remerciements**


Les auteurs souhaitent exprimer leurs remerciement à Laurence BUFFE pour l'aide et les discussions apportées à cette étude.