



**HAL**  
open science

# Influence des fluctuations du champ moléculaire sur les propriétés magnétiques des corps

Louis Néel

► **To cite this version:**

Louis Néel. Influence des fluctuations du champ moléculaire sur les propriétés magnétiques des corps. Annales de Physique, 1932, 17 (18), pp.5–105. 10.1051/anphys/193210180005 . hal-02888373

**HAL Id: hal-02888373**

**<https://hal.science/hal-02888373>**

Submitted on 11 Aug 2020

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# INFLUENCE DES FLUCTUATIONS DU CHAMP MOLÉCULAIRE SUR LES PROPRIÉTÉS MAGNÉTIQUES DES CORPS

Par L. NÉEL

SOMMAIRE. — Quelle que soit son origine, le champ moléculaire qui traduit dans une substance magnétique les interactions entre porteurs de moment, n'est pas uniforme dans le temps et dans l'espace : il faut tenir compte de ses fluctuations. Pour préciser les modifications que cette manière de voir apporte à la théorie de Langevin-Weiss, j'ai partagé en deux groupes les interactions entre porteurs de moment : *a*) actions mutuelles à longue distance, aux fluctuations négligeables ; il est légitime de les remplacer par un champ moléculaire proportionnel à l'aimantation ; *b*) actions mutuelles à courte distance, surtout entre porteurs voisins ; les fluctuations en sont d'autant plus grandes que le nombre des « voisins » est plus petit. L'introduction de cette dernière catégorie d'interactions conduit à des calculs inextricables. Aussi on a fait l'étude de leurs propriétés sur un modèle simple : on généralise ensuite. S'il n'y a que des actions mutuelles à courte distance, il n'y a pas d'aimantation spontanée. Vers le zéro absolu, la susceptibilité  $\chi$  de la substance tend vers l'infini, d'autant plus vite que le nombre des voisins est plus grand. A haute température, la courbe représentative de  $1 : \chi$  en fonction de la température est asymptote à la droite de la théorie de Weiss du paramagnétisme à champ moléculaire : elle s'approche d'autant plus rapidement de l'asymptote que le nombre des voisins est plus grand.

En introduisant maintenant un champ moléculaire à longue distance, on retrouve une aimantation spontanée, mais au voisinage du point de Curie la variation de  $1 : \chi$  en fonction de la température n'est plus linéaire : le point de Curie « paramagnétique » est différent du point de Curie « ferromagnétique ». C'est en effet ce qu'on observe dans les substances pures et les alliages. En relation avec ces phénomènes, la théorie prévoit une augmentation anormale de la chaleur spécifique, au-dessus du point de Curie. Cette interprétation du champ moléculaire permet d'éviter l'introduction de « domaines élémentaires ». En effet, le champ coercitif est de l'ordre du champ moléculaire à *Ann. de Phys.*, 10<sup>e</sup> série, t. XVIII (Juillet-Août 1932).

longue distance, c'est-à-dire beaucoup plus faible que le champ moléculaire total. Si l'on suppose maintenant un champ moléculaire à courte distance de signe contraire à celui qui est nécessaire au ferromagnétisme, on obtient une substance qui possède aux basses températures un paramagnétisme indépendant de la température. Un grand nombre de métaux possèdent un paramagnétisme constant qu'il est vraisemblable d'attribuer à ce mécanisme. Donc les métaux, autres que les ferromagnétiques, possèdent aussi un moment magnétique, mais un champ moléculaire négatif; chez les métaux, le moment magnétique n'est pas un accident mais une propriété générale. On donne des méthodes permettant de déterminer le moment et le champ moléculaire. Enfin, on esquisse une théorie des solutions solides métalliques, basée sur les considérations précédentes.

La seconde partie de ce travail est consacrée à l'exposé des résultats expérimentaux. On a déterminé la constante de Curie et le point de Curie paramagnétique du fer  $\beta$ . Grâce à des mesures très précises de température, on a reconnu qu'au voisinage du point de Curie ferromagnétique la courbe représentative de  $\chi$  était composée de droites juxtaposées, les premières très courtes (quelques degrés). Des alliages cobalt-platine, nickel-palladium ont été étudiés. Les idées précédentes sur les alliages ont été confirmées dans leurs grandes lignes, mais les régions de courbure de  $\chi$  sont encore remplacées par des portions de droite juxtaposées. Ce phénomène, mis d'abord en évidence sur le platine par M. Foëx, est donc général.

## INTRODUCTION

§ 1. Théorie du paramagnétisme. — La théorie du paramagnétisme repose sur l'hypothèse fondamentale suivante : il existe, à l'intérieur d'une substance paramagnétique, des porteurs de moment magnétique. Leur moment magnétique  $\mu$  est invariable. On peut, par exemple, identifier le porteur et l'atome.

Langevin <sup>(1)</sup> a supposé que ces porteurs possédaient une liberté complète d'orientation et que la statistique de Boltzmann leur était applicable. Dans ces conditions, l'aimanta-

(<sup>1</sup>) *Ann. de Chim. et de Phys.*, 1905, 4, 70.

tion par porteur, dans un champ magnétique  $H$  est donnée par la formule :

$$\bar{\mu} = \mu \left( \coth a - \frac{1}{a} \right) \quad a = \frac{\mu H}{KT}. \quad (1)$$

Les porteurs sont alors indépendants ; dans une substance dense, il n'en est certainement pas ainsi. Weiss <sup>(1)</sup> pose que les actions mutuelles entre porteurs sont équivalentes à un champ magnétique : le champ moléculaire proportionnel à l'aimantation :

$$h_m = n\bar{\mu}. \quad (2)$$

Dans des champs faibles, la loi d'aimantation est de la forme :

$$\bar{\mu} = \frac{\mu^2}{3K} \frac{H}{T - \theta} \quad \theta = \frac{n\mu^2}{3K}.$$

Pour  $T < \theta$  la substance reste spontanément aimantée (ferromagnétisme) dans un champ extérieur nul.

L'accord général de la théorie avec l'expérience est remarquable et fournit une confirmation solide des hypothèses de base.

D'autre part, la théorie de Heisenberg <sup>(2)</sup> donne une interprétation satisfaisante des actions mutuelles, c'est-à-dire du champ moléculaire.

§ 2. Quelques faits inexplicables. — Cependant, il existe toute une catégorie de substances dont les propriétés restent inexplicables dans la théorie de Langevin-Weiss. Ce sont les corps à paramagnétisme indépendant de la température, c'est-à-dire la plupart des métaux non diamagnétiques et quelques sels.

De même, dans les métaux ferromagnétiques, on constate que la température de disparition de l'aimantation spontanée, c'est-à-dire le point de Curie ferromagnétique  $\theta_f$ , ne

(1) *J. de Phys.*, 1907, 6, 666.

(2) *Z. für Phys.*, 1928, 49, 619.

coïncide pas avec le point de Curie paramagnétique  $\theta_p$ , défini par la relation (1) :

$$\chi(T - \theta_p) = C.$$

Enfin, l'interprétation du champ coercitif et de l'hystérèse est délicate et nécessite des hypothèses supplémentaires.

§ 3. **Les fluctuations du champ moléculaire.** — *A priori*, est-il rigoureux de remplacer les actions mutuelles entre porteurs de moment magnétique, par un champ moléculaire simplement proportionnel à l'aimantation? Par suite de l'agitation thermique, à un instant donné, les actions mutuelles subissent des fluctuations d'un point à l'autre de la substance, et en un point, elles varient d'un instant à l'autre,

Il faut étudier l'influence de ces fluctuations sur l'aimantation.

D'ailleurs, l'existence de ces fluctuations est indépendante de l'interprétation du champ moléculaire.

§ 4. **But de ce travail.** — Je me propose, dans les chapitres suivants, d'étudier de près le mécanisme du champ moléculaire dans les corps solides et de montrer que la plupart des désaccords entre l'expérience et la théorie de Langevin-Weiss disparaissent.

Dans la première partie, j'étudierai théoriquement, aussi complètement que possible, un corps ferromagnétique et je donnerai quelques brèves indications relatives aux alliages et aux corps non ferromagnétiques.

Dans la seconde partie, j'exposerai quelques-unes des expériences entreprises pour élucider la nature du champ moléculaire.

Enfin, dans la troisième et dernière partie, je confronterai les résultats de la théorie avec l'expérience, spécialement au point de vue paramagnétique.

(1) Au sujet des deux points de Curie, consulter l'exposé de M. FORRER, *J. de Phys.*, 1930, 1, 49.

## NOTATIONS

- $\mu$  moment magnétique d'un porteur.  
 $\bar{\mu}$  aimantation moyenne par porteur.  
 $\delta$  aimantation d'un groupe de N atomes :  $\mathcal{J} = N\bar{\mu}$ .  
 $2\rho$  nombre des porteurs voisins, réagissant sur un porteur donné.  
 $w$  énergie potentielle de deux porteurs antiparallèles (l'énergie potentielle de deux porteurs parallèles est nulle).  
 K constante de Boltzmann.  
 P, Q dans un alliage, titre, rapporté à l'unité, des deux catégories de porteurs.  
 T température absolue.  
 U énergie interne d'un groupe de N atomes.  
 $\chi$  susceptibilité massique.  
 H champ magnétique.  
 $\Theta$  point de Curie paramagnétique si les actions entre voisins existaient seules.  
 $\theta_f$  point de Curie ferromagnétique.  
 $\theta_p$  point de Curie paramagnétique.  
 $h_m$  champ moléculaire sans fluctuations.  
 $n$  coefficient du champ moléculaire sans fluctuations  
 $h_m = n\bar{\mu}$ .  
 $\mu_s$  aimantation spontanée par porteur.  
 C constante de Curie, rapportée à l'unité de masse.  
 $C_M$  constante de Curie atomique.

N. B. — Dans les références bibliographiques, le premier nombre indique l'année, le second le tome et le troisième la page.

## PREMIÈRE PARTIE

### CHAPITRE PREMIER

#### Les Hypothèses.

§ 5. — Les hypothèses fondamentales. — Ce sont les suivantes :

a) Les porteurs de moment magnétique sont situés aux nœuds d'un réseau spatial indéformable. Ils possèdent un moment magnétique  $\mu$ , invariable, caractéristique de la substance et de son état cristallin.

De la sorte, je laisse de côté tous les phénomènes liés à la magnétostriction.

L'état magnétique de la substance est défini lorsque l'orientation de tous les porteurs est donnée. Sont *a priori* possibles toutes les configurations géométriques que l'on peut créer en orientant les porteurs de toutes les façons possibles.

b) L'énergie potentielle totale d'une configuration quelconque, se calcule en additionnant les énergies potentielles relatives des porteurs, pris, deux à deux, de toutes les façons possibles.

L'énergie potentielle relative de deux porteurs dépend, de la nature des deux porteurs, de leur distance et de leur orientation relative.

Je ne fais aucune hypothèse sur l'origine de l'énergie potentielle entre deux porteurs, je suppose simplement qu'elle existe, et je la désigne par  $\Phi$ .

Etant donnée l'énergie potentielle de toutes les configurations possibles, le théorème de Boltzmann permet de calculer la probabilité d'une configuration quelconque.

§ 6. — **Difficulté du problème.** — La fonction  $\Phi$  est complètement inconnue.

Vraisemblablement elle varie très rapidement avec la distance des deux porteurs. En schématisant, disons que les actions mutuelles sont notables lorsque la distance des deux porteurs est inférieure à une distance  $r$ , et qu'elles sont très faibles lorsque les porteurs sont plus éloignés. On partage ainsi les voisins d'un porteur donné en deux groupes : ceux dont la distance au porteur central est inférieure à  $r$ , et ceux qui sont plus éloignés. Le premier groupe aura une forte action moyenne sur le porteur central, mais comme il comprend peu d'atomes, les fluctuations de part et d'autre de la moyenne seront fortes. Au contraire, l'action moyenne du second groupe sera plus faible, mais comme il comprend un plus grand nombre d'atomes, l'importance relative des fluctuations sera beaucoup plus faible.

§ 7. — **Actions mutuelles à courte distance.** — **Actions mutuelles à longue distance.** — Ce partage des actions mutuelles en deux catégories, à première vue arbitraire, correspond au fait fondamental suivant : des actions mutuelles à longue distance englobent nécessairement une très grande quantité de porteurs, on peut donc remplacer l'action instantanée de ces porteurs par sa moyenne dans le temps : la théorie du champ moléculaire de Weiss est entièrement applicable.

Au contraire, dans les actions à courte distance, le nombre des porteurs agissant est faible, il faut faire une théorie rigoureuse des fluctuations.

Les distinctions que j'apporte dans les actions mutuelles



ne sont pas spéciales au magnétisme. En théorie cinétique des gaz on est placé devant des problèmes analogues (1).

§ 8. — **Hypothèses simplificatrices.** — Pour rendre le problème abordable au calcul, je propose le schéma suivant :

c) Les actions mutuelles à courte distance seront représentées par des actions entre un porteur et ses voisins les plus proches. Le nombre de voisins ainsi défini, est complètement déterminé par le réseau : dans le système du cube à face centrée chaque porteur possède 12 voisins. J'étudierai la loi d'aimantation d'un corps qui ne possède que cette catégorie d'actions mutuelles, et je remplacerai l'action des autres porteurs par un champ moléculaire au sens de Weiss.

d) Tel quel, le problème est encore trop compliqué et je le simplifierai encore, en supposant que chaque porteur ne peut occuper que deux positions privilégiées par rapport au champ magnétique extérieur : position parallèle et position antiparallèle. C'est l'hypothèse de Lenz (2).

Je me propose, dans le chapitre II, d'étudier le problème dans ces conditions. Dans la suite, je discuterai dans quelle mesure ces hypothèses simplificatrices sont légitimes. Elles ne sont faites, en effet, qu'à titre provisoire.

En particulier, je préciserai la distinction entre actions à longue distance et actions à courte distance.

On verra, d'autre part, que l'hypothèse de Lenz doit être rejetée dans la région des basses températures.

(1) Voir à ce sujet : FOWLER, *Mechanical statistics*, Cambridge University Press, 1929.

(2) *Phys. Zeits.*, 1920, 21, 613.

## CHAPITRE II

Le problème des fluctuations  
dans un réseau linéaire.

§ 9. — Position du problème. — Je me donne un réseau cristallin. Au point de vue de la mécanique statistique, je n'ai à tenir compte que des énergies entre voisins immédiats.

Deux porteurs voisins ne peuvent avoir que deux positions relatives différentes <sup>(1)</sup> : dans l'une, les porteurs sont parallèles, leur énergie potentielle est  $w_1$  ; dans l'autre, ils sont antiparallèles, leur énergie potentielle est  $w_2$ . Je pose :  $w = w_2 - w_1$ .

L'énergie potentielle du système, provenant des actions mutuelles entre porteurs, ou, plus brièvement, énergie de liaison, est calculable quand on connaît l'orientation des porteurs.

Chacun des  $N$  porteurs peut présenter deux orientations différentes : il y a ainsi, au total,  $2^N$  configurations distinctes.

Si  $M$  est le moment magnétique total d'une configuration, compté dans la direction du champ magnétique extérieur ; si  $W$  est l'énergie de liaison de la même configuration ajoutée à l'énergie potentielle magnétique qui provient de ce que les moments  $\mu$  sont dans un champ magnétique extérieur  $H$ ,

(1) C'est la conséquence immédiate de l'hypothèse  $d$ ). Je néglige aussi l'orientation par rapport à la ligne qui joint les deux porteurs.

dans ces conditions, l'aimantation, par porteur, est donnée par la formule suivante :

$$\bar{\mu} = \frac{1}{N} \frac{\sum M e^{-\frac{w}{kT}}}{\sum e^{-\frac{w}{kT}}} \quad (3)$$

Le signe  $\Sigma$  est étendu aux  $2^N$  configurations définies plus haut.

§ 10. Nécessité d'une simplification. — Lorsqu'on essaye de développer le calcul, dans le cas, par exemple, du réseau cubique à face centrée, on est vite arrêté par sa complication.

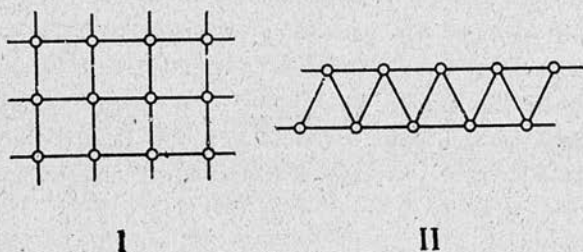


Fig. 1.

Il est indispensable de trouver une simplification légitime. Or l'allure des phénomènes doit dépendre plutôt du nombre des voisins de chaque porteur, que de leur position géométrique. C'est, en effet, le nombre de voisins qui joue un rôle essentiel dans ce problème de fluctuations. Il est intuitif que, chaque fois que l'on augmente d'une unité le nombre des voisins, l'importance relative des fluctuations diminue de moitié. On doit donc considérer comme équivalents les deux groupements de la figure 1, où chaque porteur possède quatre voisins.

D'ailleurs, en anticipant sur le résultat des calculs, les valeurs de la susceptibilité, au-dessus du point de Curie

paramagnétique, calculées rigoureusement dans l'exemple II, coïncident avec les développements obtenus par une méthode approchée, qui ne fait aucune hypothèse sur la position des voisins, et qui, par suite, est valable aussi bien dans l'exemple I que dans l'exemple II. C'est en faveur de cette manière de voir.

§ 11. **Schéma proposé.** — D'une façon plus précise, je peux remplacer l'étude d'un réseau à trois dimensions, dans lequel chaque porteur est entouré de  $2p$  voisins, par l'étude d'une file linéaire de porteurs, dirigée comme le champ extérieur, dans laquelle je tiendrai compte des énergies de liaison de chaque porteur avec les  $p$  porteurs qui le précèdent et les  $p$  qui le suivent dans la file. Toutes ces liaisons seront considérées comme équivalentes, et caractérisées par une énergie  $w$  définie comme au paragraphe 9.

C'est ce problème que je me propose de résoudre dans les paragraphes suivants. L'énumération des configurations et le calcul de leur énergie potentielle est alors beaucoup plus facile que dans le cas d'un réseau spatial.

§ 12. **Énumération des configurations.** — Pour construire toutes les configurations possibles, j'aurai recours à l'artifice suivant : je partagerai la file en groupes élémentaires de  $p$  porteurs consécutifs.

Comme chaque porteur peut présenter deux orientations différentes, il existe  $q = 2^p$  groupes élémentaires différents. Je numérote les groupes de 1 à  $q$ . Dans ce qui va suivre, un groupe quelconque sera caractérisé par l'indice  $i$ , ou par l'indice  $j$  :  $i$  et  $j$  peuvent prendre toutes les valeurs entières de 1 à  $q$ .

Pour reproduire toutes les configurations, il faut effectuer tous les arrangements possibles entre les groupes élémentaires.

L'énergie potentielle d'une configuration est la somme des

énergies potentielles internes des groupes eux-mêmes et des énergies potentielles de liaison entre deux groupes consécutifs.

Grâce à l'artifice qui consiste à prendre des groupes de  $p$  porteurs, il n'y a pas à considérer d'énergie de liaison entre deux groupes non consécutifs.

Je désignerai par l'indice double  $ij$  la liaison entre deux groupes consécutifs, le premier d'espèce  $i$ , le second d'espèce  $j$ . Une configuration quelconque est caractérisée, au point de vue énergétique, par le nombre des liaisons de chaque espèce qu'elle contient.

J'appelle :

$$X = \left[ \begin{matrix} ik \\ n_{11} n_{12} \dots n_{ij} \dots n_{qq} \end{matrix} \right]$$

le nombre des configurations qui possèdent les propriétés suivantes : elles commencent par un groupe  $i$  et finissent par un groupe  $k$  ; elles comprennent chacune  $n_{11}$  liaisons 11,  $n_{12}$  liaisons 12, ...  $n_{ij}$  liaisons  $ij$  ..., etc...

✱

§ 13. Calcul de  $X$ . — Pour effectuer toutes les configurations possibles qui possèdent au total  $m + 1$  liaisons, je peux ajouter une liaison aux configurations de  $m$  liaisons. Je peux ainsi écrire immédiatement la formule de récurrence suivante :

$$\begin{aligned} \left[ \begin{matrix} ik \\ n_{11} n_{12} \dots n_{ij} \dots \end{matrix} \right] &= \left[ \begin{matrix} i1 \\ n_{11} \dots (n_{1k} - 1) \dots n_{jl} \end{matrix} \right] \\ &\quad + \left[ \begin{matrix} i2 \\ n_{11} \dots (n_{2k} - 1) \dots n_{jl} \dots \end{matrix} \right] \\ &+ \dots + \left[ \begin{matrix} ik \\ n_{11} \dots (n_{kk} - 1) \dots n_{jl} \dots \end{matrix} \right] + \dots + \left[ \begin{matrix} iq \\ n_{11} \dots (n_{qk} - 1) \dots n_{qq} \end{matrix} \right] \quad (4) \end{aligned}$$

on a par hypothèse :

$$\sum_{ij} n_{ij} = m + 1.$$

Je pose :

$$\sum_i n_{ij} = n_j.$$

D'après la relation de récurrence (4), si la formule

$$X = \frac{\prod_i n_i!}{\prod_{ij} n_{ij}!} \quad (5)$$

est vraie pour  $m$  liaisons, elle est aussi vraie pour  $m + 1$  liaisons, donc pour  $m$  aussi grand que l'on veut. D'après la nature physique du problème, puisque je ferai tendre le nombre total des liaisons vers l'infini, je peux, sans rien changer au résultat, disposer arbitrairement des  $m$  premières liaisons ( $m$  fini), et en particulier je peux leur attribuer une énergie potentielle arbitraire. C'est-à-dire que je peux poser, *a priori*, que la formule (5) est exacte pour  $m$  liaisons.

Ainsi, la formule à laquelle j'arrive pour  $X$  est indépendante des indices  $i, k$ , c'est-à-dire de la nature du groupe initial et du groupe final. C'est d'ailleurs évident *a priori*.

J'en conclus, finalement, que la probabilité d'une complexion qui comprend :  $n_{11}$  groupes 11,  $n_{12}$  groupes 12, etc... est :

$$W = A \frac{\prod_i n_i!}{\prod_{ij} n_{ij}!} \quad (5 \text{ bis})$$

$A$  est un coefficient numérique qui dépend de  $q$  et du nombre total  $N$  des porteurs.

§ 14. Equations générales du problème. — D'après la manière même employée pour construire les configurations, aux  $q$  relations :

$$\sum_i n_{ij} = n_j \quad j = 1, 2, \dots, q, \quad (6)$$

il faut ajouter les  $q$  relations analogues :

$$\sum_j n_{ij} = n \quad i = 1, 2, \dots, q, \quad (7)$$

$n_i, n_j$  sont respectivement le nombre des groupes d'espèce  $i$  et d'espèce  $j$ , et les premières relations expriment simplement que le nombre des liaisons qui aboutissent à un groupe  $j$  est égal au nombre des groupes de cette espèce. De même les relations (7) expriment que le nombre des liaisons qui partent d'un groupe  $i$  est égal au nombre des groupes de cette espèce.

Comme le nombre total des groupes est égal à  $\frac{N}{p}$ , il faut écrire aussi :

$$p \sum_i n_i = N. \quad (8)$$

Il faut exprimer maintenant que l'énergie totale de la complexion est égale à  $U$ .

Soit  $w_i$  l'énergie d'un groupe  $i$  <sup>(1)</sup>,  $w'_{ij}$  l'énergie de liaison de deux groupes consécutifs  $i$  et  $j$ , on a :

$$\sum_i n_i w_i + \sum_{ij} n_{ij} w'_{ij} = U. \quad (9)$$

Dans ce qui va suivre, je vais poser :  $w_{ji} = w'_{ij} + \frac{w_i + w_j}{2}$   
les  $w_i$  disparaîtront ainsi des calculs.

Je fais partout les changements de variable :

$$\frac{pn_i}{N} = x_i \quad \frac{pn_{ij}}{N} = x_{ij}.$$

Je prends le logarithme des deux membres de l'expression 5 bis, et comme il s'agit de grands nombres j'applique la formule de Stirling réduite à ses deux premiers termes :

$$\log n! = n \log n - n$$

(1) Cette énergie  $w_i$  comprend non seulement l'énergie interne de liaison, mais aussi l'énergie des moments magnétiques dans le champ extérieur  $H$ .

j'obtiens ainsi les relations suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{p}{N} \log W = \sum_i x_i \log x_i - \sum_{ij} x_{ij} \log x_{ij} + B \end{array} \right. \quad (10)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_i x_{ij} = x_j \quad \sum_i x_{ji} = x_j \quad j = 1, 2, \dots, q \end{array} \right. \quad (11)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{ij} x_{ij} w_{ij} = \frac{pU}{N} \end{array} \right. \quad (12)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum x_i = 1. \end{array} \right. \quad (13)$$

L'état le plus probable correspond au maximum de W.

On a donc :

$$\begin{aligned} \frac{p}{N} \delta \log W \\ = \sum_i (1 + \log x_i) \delta x_i - \sum_{ij} (1 + \log x_{ij}) \delta x_{ij} = 0. \end{aligned} \quad (14)$$

D'autre part, les  $\delta x_i$  et les  $\delta x_{ij}$  sont reliés par les équations suivantes, obtenues en différentiant les équations de condition :

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_i \delta x_{ij} = \delta x_j \quad \sum_i \delta x_{ji} = \delta x_j \end{array} \right. \quad (15)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{ij} w_{ij} \delta x_{ij} = 0 \end{array} \right. \quad (16)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_i \delta x_i = 0. \end{array} \right. \quad \left( \frac{1}{2} + \log \lambda_j \right) \quad (17)$$

§ 15. Solution du problème. — Je résoudrai ce problème par la méthode des multiplicateurs de Lagrange, je multiplie l'équation 17 par  $-\log S$ , les équations 15 respectivement par  $\left(\frac{1}{2} + \log \mu_j\right)$  et  $\left(\frac{1}{2} + \log \lambda_j\right)$ , et l'équation 16 par  $\alpha$ . J'ajoute et j'obtiens :

$$\frac{p}{N} \delta \log W + \alpha \frac{p}{N} \delta U + F(\lambda_j, \mu_i, S, \delta x_i, \delta x_{ij}) = 0 \quad (18)$$



J'écris que les coefficients des  $\delta x_i$  et des  $\delta x_{ij}$  sont nuls et j'obtiens les équations suivantes :

$$\log x_i - \log S = \log \lambda_i + \log \mu_i \quad i = 1, 2 \dots q \quad (19)$$

$$\log x_{ij} - \alpha w_{ij} = \log \lambda_i + \log \mu_j \quad \left. \begin{array}{l} i = 1, 2 \dots q \\ j = 1, 2 \dots q \end{array} \right\} \quad (20)$$

J'ai  $q^2 + 3q + 2$  équations entre les  $q^2 + 3q + 2$  inconnues :  $x_i, x_{ij}, \lambda_i, \mu_j, S, \alpha$ .

Avant d'aller plus loin, je vais donner la signification physique du coefficient  $\alpha$ . D'après les équations écrites plus haut, on voit que si  $W$  représente la probabilité de la complexion la plus probable pour l'énergie  $U$ , la variation  $\delta W$  de cette probabilité, quand l'énergie varie de  $\delta U$ , toutes choses égales d'ailleurs, est donnée par :

$$\delta \log W = - \alpha \delta U.$$

L'entropie est par définition (Boltzmann) :

$$E = K \log W$$

et d'après le principe de Carnot (1) :

$$\delta E = \frac{\delta U}{T}.$$

De ces trois relations je tire :

$$\alpha = - \frac{1}{KT}. \quad (21)$$

Le coefficient  $\alpha$  définit la température du système.

En posant  $a_{ij} = e^{-\frac{w_{ij}}{KT}}$ , les équations 19 et 20 s'écrivent :

$$x_i = S \lambda_i \mu_i \quad (22)$$

$$x_{ij} = a_{ij} \lambda_i \mu_j \quad (23)$$

(1) On met le système en contact avec un thermostat et on suppose seulement des échanges de chaleur. Voir à ce sujet : Brillouin : *Les statistiques quantiques*, p. 102.

et en portant ces valeurs de  $x_i, x_{ij}$ , dans les équations 11 et 13, on a :

$$\sum_i S \lambda_i \mu_i = 1 \quad (24)$$

$$\sum_i a_{ij} \lambda_i = S \lambda_j \quad j = 1, 2, \dots, q \quad (25)$$

$$\sum_j a_{ji} \mu_j = S \mu_i \quad j = 1, 2, \dots, q \quad (26)$$

25 et 26 forment deux systèmes linéaires et homogènes d'équations en  $\lambda_i$  et  $\mu_i$ . Pour avoir un système de solutions non nulles, il faut que le déterminant commun aux deux systèmes soit nul :

$$\Delta(S) = \begin{vmatrix} a_{11} - S & a_{12} & \dots & a_{1q} \\ a_{21} & a_{22} - S & \dots & a_{2q} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{q1} & \dots & \dots & a_{qq} - S \end{vmatrix} = 0 \quad (27)$$

C'est une équation du  $q^{\text{ième}}$  degré en  $S$ . Si nous désignons par  $A_{ij}$  le mineur de  $\Delta$  relatif au terme de la  $i^{\text{ième}}$  ligne et de la  $j^{\text{ième}}$  colonne, il existe entre les  $\lambda_i$  et les  $\mu_i$ , les relations suivantes :

$$\frac{\lambda_1}{A_{11}} = \frac{\lambda_2}{A_{12}} = \dots = \frac{\lambda_q}{A_{1q}} = K \quad (28)$$

et :

$$\frac{\mu_1}{A_{11}} = \frac{\mu_2}{A_{21}} = \dots = \frac{\mu_q}{A_{q1}} = K' \quad (29)$$

En portant dans 25 et 26 les valeurs de  $\lambda_i, \mu_i$ , tirées des relations précédentes, on a :

$$KK' \sum_i A_{ii} A_{ii} = \frac{1}{S} \quad (30)$$

mais d'après les propriétés connues des mineurs des déterminants :

$$\frac{A_{11}}{A_{ii}} = \frac{A_{ii}}{A_{ii}}$$

L'équation 30 s'écrit sous la forme plus symétrique :

$$KK'A_{ii} \sum_i A_{ii} = \frac{1}{S}. \quad (31)$$

A l'aide des relations 28, 29 et 31, les valeurs de  $x_i$   $x_{ij}$  données par les équations 22 et 23 s'écrivent :

$$x_i = \frac{A_{ii}}{\sum A_{ii}} \quad (32)$$

$$x_{ij} = \frac{a_{ij}}{S} \frac{A_{ij}}{\sum A_{ii}}. \quad (33)$$

Ces formules résolvent le problème. Remarquons qu'on peut écrire :

$$A_{ij} = \frac{\partial \Delta}{\partial a_{ij}} \quad - \frac{\partial \Delta}{\partial S} = \sum_i A_{ii}$$

et puisque le déterminant  $\Delta$  est homogène en  $a_{ij}$  et en  $S$

$$\sum_{ij} a_{ij} \frac{\partial \Delta}{\partial a_{ij}} + S \frac{\partial \Delta}{\partial S} = q\Delta = 0.$$

Les formules 32 et 33 se transforment en

$$x_i = - \frac{\frac{\partial \Delta}{\partial a_{ii}}}{\frac{\partial \Delta}{\partial S}} \quad (34) \quad x_{ij} = - \frac{a_{ij}}{S} \frac{\frac{\partial \Delta}{\partial a_{ij}}}{\frac{\partial \Delta}{\partial S}}. \quad (35)$$

§ 16. Cas de deux porteurs d'espèces différentes. — Les résultats précédents s'étendent facilement au cas d'un mélange de plusieurs porteurs. Chaque groupe de  $p$  porteurs comprendra, par exemple,  $\alpha$  porteurs de l'espèce P, et  $\beta$  de l'espèce Q. L'équation 13 est remplacée par les suivantes :

$$\sum_i \alpha_i x_i = P \quad \sum_i \beta_i x_i = Q \quad (36)$$

avec :

$$P + Q = 1 \quad \alpha_i + \beta_i = p \quad (37)$$

P et Q sont les proportions des atomes des deux espèces présents dans le mélange.

L'équation 17 est remplacée par les suivantes :

$$\sum_i \alpha_i \delta x_i = 0 \qquad \sum_i \beta_i \delta x_i = 0.$$

En les multipliant par  $-\log S$  et  $-\log \sigma$  et en les ajoutant aux mêmes équations que tout à l'heure multipliées par les mêmes coefficients, on a en annulant les coefficients des  $\delta x_i$  et des  $\delta x_{ij}$  :

$$\begin{aligned} x_i &= S^{\alpha_i} \sigma^{\beta_i} \lambda_i \mu_i \\ x_{ij} &= a_{ij} \lambda_i \mu_j. \end{aligned}$$

En portant ces valeurs dans les équations de condition, nous obtenons deux systèmes d'équations linéaires en  $\lambda_i \mu_i$  dont le déterminant commun  $\Delta$  doit être nul :

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} - S^{\alpha_1} \sigma^{\beta_1} & a_{12} & \dots & a_{1q} \\ a_{21} & a_{22} - S^{\alpha_2} \sigma^{\beta_2} & \dots & a_{2q} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{q1} & & & a_{qq} - S^{\alpha_q} \sigma^{\beta_q} \end{vmatrix} = 0 \quad (38)$$

Etant donné un système de valeurs  $S, \sigma$ , annulant le déterminant  $\Delta$ , les valeurs des  $x_i, x_{ij}$  sont ;

$$x_i = KS^{\alpha_i} \sigma^{\beta_i} \Lambda_{ii} \qquad x_{ij} = Ka_{ij} \Lambda_{ij}.$$

En portant ces valeurs dans les équations 36 on a :

$$KS \frac{\partial \Delta}{\partial S} + P = 0 \quad (39)$$

$$K\sigma \frac{\partial \Delta}{\partial \sigma} + Q = 0. \quad (40)$$

Les équations 38, 39 et 40 permettent de calculer  $S, \sigma, K$ .

§ 17. **Energie interne. Entropie. Aimantation.** — Dans le cas d'un porteur, on, a d'après 12 :

$$\frac{p}{N} U = \sum_{ij} x_{ij} w_{ij} = - \frac{1}{S \frac{\partial \Delta}{\partial S}} \sum_{ij} a_{ij} w_{ij} \frac{\partial \Delta}{\partial a_{ij}},$$

mais :

$$\frac{\partial a_{ij}}{\partial \frac{1}{KT}} = -w_{ij}a_{ij},$$

et puisque  $\Delta = 0$  :

$$\sum_{ij} \frac{\partial \Delta}{\partial a_{ij}} \cdot \frac{\partial a_{ij}}{\partial \frac{1}{KT}} + \frac{\partial \Delta}{\partial S} \frac{\partial S}{\partial \frac{1}{KT}} = 0$$

donc :

$$U = -\frac{N}{p} \frac{\partial}{\partial \frac{1}{KT}} \log S. \quad (41)$$

L'entropie est donnée par la formule

$$E = K \log W.$$

Quant à l'aimantation, on a :

$$J = \frac{N}{p} \sum_{ij} x_{ij} \mu_{ij}$$

$\mu_{ij}$  étant le moment magnétique d'une liaison (1).

De la même façon que plus haut, cette relation se transforme en la suivante :

$$J = \frac{N}{p} \frac{\partial}{\partial \frac{H}{KT}} \log S, \quad (42)$$

car l'énergie potentielle relative à la liaison  $ij$  est de la forme :

$$\omega_{ij} = \omega'_{ij} - \mu_{ij}H$$

en explicitant l'énergie magnétique.

(1) Il est bien entendu que la liaison ne possède pas de moment magnétique, mais pour la facilité des calculs il est commode de reporter le moment du groupe sur ses deux liaisons, comme on l'a déjà fait pour l'énergie (voir § 14).

Dans le cas d'un mélange de deux porteurs, on aboutit à des relations analogues :

$$U = - \frac{N}{p} \frac{\partial}{\partial \frac{1}{KT}} \log [S^p \sigma^q] \quad (43)$$

$$J = \frac{N}{p} \frac{\partial}{\partial \frac{H}{KT}} \log [S^p \sigma^q]. \quad (44)$$

§ 18. Etude du cas de deux voisins (1). — Je vais appliquer les formules précédentes au cas particulièrement simple de deux voisins. Le cas de huit ou de douze voisins, se rapprocherait bien davantage de la réalité, mais l'équation en S correspondante, donnée par la théorie précédente, serait du 8<sup>e</sup> ou du 12<sup>e</sup> degré. De plus, on ne l'obtiendrait que par le développement d'un déterminant du 8<sup>e</sup> ou du 12<sup>e</sup> ordre. La complexité du calcul rendrait vain tout essai d'application numérique.

D'autre part, à mesure que le nombre de voisins augmente, les résultats se rapprochent de ceux que l'on obtient en négligeant les fluctuations. Le cas extrême de deux voisins est intéressant, parce qu'il exagère les modifications que les fluctuations apportent aux résultats classiques.

Les quatre liaisons différentes que l'on a à considérer sont représentées schématiquement ci-dessous :



Supposons que le champ magnétique extérieur agissant H soit dirigé suivant la file des porteurs.

A une constante près, les énergies potentielles respectives, par liaison, sont :

$$-w - \mu H \quad 0 \quad 0 \quad -w + \mu H.$$

(1) Pendant la correction des épreuves, j'ai pris connaissance d'un mémoire de Ising (*Zts. f. Phys.*, 1925, 31, 253) qui traite ce cas par une méthode particulière et arrive à la formule 47.

Le déterminant en S s'écrit :

$$\Delta = \begin{vmatrix} e^{\frac{w + \mu H}{KT}} - S & 1 \\ 1 & e^{\frac{w - \mu H}{KT}} - S \end{vmatrix} = 0$$

c'est-à-dire :

$$S^2 - 2Se^{\frac{w}{KT}} \operatorname{ch} \frac{\mu H}{KT} + \left( e^{\frac{2w}{KT}} - 1 \right) = 0. \quad (45)$$

Cette équation du second degré en S possède deux racines positives, l'une comprise entre 0 et  $e^{\frac{w - \mu H}{KT}}$  et l'autre plus grande que  $e^{\frac{w + \mu H}{KT}}$ . D'après la signification physique des mineurs du déterminant  $\Delta$ , ils doivent être tous de même signe; or le déterminant adjoint de  $\Delta$  est :

$$\begin{vmatrix} e^{\frac{w - \mu H}{KT}} - S & -1 \\ -1 & e^{\frac{w + \mu H}{KT}} - S \end{vmatrix}$$

La seule racine acceptable est donc la plus grande :

$$S = e^{\frac{w}{KT}} \operatorname{ch} \frac{\mu H}{KT} + \sqrt{1 + e^{\frac{2w}{KT}} \operatorname{sh}^2 \frac{\mu H}{KT}}. \quad (46)$$

D'après la formule 42, j'ai :

$$\partial = N \frac{\partial}{\partial \frac{H}{KT}} \log S = \frac{N\mu}{\sqrt{1 + \frac{1}{e^{\frac{2w}{KT}} \operatorname{sh}^2 \frac{\mu H}{KT}}}} \quad (47)$$

Cette formule donne l'aimantation d'une file de porteurs, placée dans un champ magnétique, quand on ne considère que les actions mutuelles entre porteurs consécutifs.

§ 19. Cas de quatre voisins. — Comme application de la méthode, je vais encore traiter le cas de quatre voisins. Dans ce cas,  $p = 2$ ,  $q = 4$ , il y a 16 liaisons  $ij$  à considérer et l'équation en  $S$  s'écrit :

$$\Delta(S) = \begin{vmatrix} 1 - Se^{\frac{2\mu H}{KT}} & e^{-\frac{3}{2} \frac{w}{KT}} & e^{-\frac{5}{2} \frac{w}{KT}} & e^{-\frac{3w}{KT}} \\ e^{-\frac{5}{2} \frac{w}{KT}} & e^{-\frac{2w}{KT}} - S & e^{-\frac{3w}{KT}} & e^{-\frac{3}{2} \frac{w}{KT}} \\ e^{-\frac{3}{2} \frac{w}{KT}} & e^{-\frac{3w}{KT}} & e^{-\frac{2w}{KT}} - S & e^{-\frac{5}{2} \frac{w}{KT}} \\ e^{-\frac{3w}{KT}} & e^{-\frac{5}{2} \frac{w}{KT}} & e^{-\frac{3}{2} \frac{w}{KT}} & 1 - Se^{-\frac{2\mu H}{KT}} \end{vmatrix} = 0$$

Cette équation se développe sous la forme suivante :

$$AB - S^2 \text{sh}^2 \frac{\mu H}{KT} = 0,$$

avec :

$$A = 1 + e^{-\frac{3w}{KT}} + \frac{\left( e^{-\frac{3}{2} \frac{w}{KT}} + e^{-\frac{5}{2} \frac{w}{KT}} \right)^2}{S - e^{-\frac{2w}{KT}} - e^{-\frac{3w}{KT}}} - S \text{ch} \frac{2\mu H}{KT}$$

$$B = 1 - e^{-\frac{3w}{KT}} - \frac{\left( e^{-\frac{3}{2} \frac{w}{KT}} - e^{-\frac{5}{2} \frac{w}{KT}} \right)^2}{S - e^{-\frac{2w}{KT}} + e^{-\frac{3w}{KT}}} - S \text{ch} \frac{2\mu H}{KT}$$

En l'absence de champ extérieur ( $H = 0$ ), la seule racine convenable est la plus grande racine de  $A = 0$  :

$$S_0 = \frac{1}{2} \left[ 1 + e^{-\frac{2w}{KT}} + 2e^{-\frac{3w}{KT}} + \sqrt{1 - 2e^{-\frac{2w}{KT}} + 4e^{-\frac{3w}{KT}} + 9e^{-\frac{4w}{KT}} + 4e^{-\frac{5w}{KT}}} \right] \quad (47 \text{ bis})$$

Quand le champ magnétique extérieur est faible, on peut écrire :

$$S = S_0(1 + \epsilon).$$



$\varepsilon$  est petit et est déterminé par :

$$B_0 \left[ \varepsilon \frac{\left( e^{-\frac{3w}{2KT}} + e^{-\frac{5w}{2KT}} \right)^2}{\left( S_0 - e^{-\frac{2w}{KT}} - e^{-\frac{3w}{KT}} \right)^2} + \frac{2\mu^2 H^2}{K^2 T^2} + \varepsilon \right] = S_0 \frac{4\mu^2 H^2}{K^2 T^2}$$

$B_0$  est la valeur de  $B$  pour  $H = 0$ .

La formule qui donne l'aimantation est alors :

$$\mathfrak{J} = 2 \frac{N\mu^2 H}{KT} \frac{B_0 + 2S_0}{B_0} \frac{1}{1 + \left( \frac{e^{-\frac{3w}{2KT}} + e^{-\frac{5w}{2KT}}}{S_0 - e^{-\frac{2w}{KT}} - e^{-\frac{3w}{KT}}} \right)^2}$$

Aux hautes températures, on peut écrire :

$$S_0 = 4 - \frac{8w}{KT} + 10 \frac{w^2}{K^2 T^2} + \dots$$

$$B_0 = -4 + 11 \frac{w}{KT} - \frac{59}{4} \frac{w^2}{K^2 T^2} + \dots$$

et par suite :

$$\mathfrak{J} = \frac{N\mu^2 H}{KT \left( 1 - \frac{2w}{KT} + \frac{w^2}{K^2 T^2} \right)},$$

en posant  $\frac{2w}{KT} = \frac{\theta}{T}$ , j'ai :

$$\mathfrak{J} = \frac{N\mu^2 H}{KT \left( 1 - \frac{\theta}{T} + \frac{1}{4} \frac{\theta^2}{T^2} \right)}. \quad (48)$$

De même, aux basses températures, j'ai :

$$S_0 = 1 + 2e^{-\frac{3w}{KT}} + \dots$$

et :

$$\delta = \frac{N\mu^2 H}{KT} e^{+\frac{3}{2} \frac{\theta}{T}}. \quad (49)$$

Ces derniers calculs montrent à quel point croît la complexité du problème, lorsqu'on veut tenir compte de l'action de plus de deux voisins.

### CHAPITRE III

#### Etude de la susceptibilité initiale.

§ 20. **But de ce chapitre.** — Au cours du chapitre précédent, moyennant certaines hypothèses de simplification, j'ai fait une étude rigoureuse d'un réseau à deux voisins et d'un réseau à quatre voisins, et j'ai obtenu les formules de l'aimantation, de l'énergie interne, etc... Je vais maintenant discuter les résultats au point de vue physique.

Je serai amené à traiter d'une manière approchée le problème de la susceptibilité initiale, quand il y a un nombre,  $2p$ , quelconque de voisins. Les résultats obtenus plus haut, dans les cas simples  $p = 1$ ,  $p = 2$ , me serviront à fixer les limites entre lesquelles seront valables les approximations de mon nouveau calcul.

§ 21. **Susceptibilité initiale dans le cas de deux voisins.** — Lorsque  $\frac{\mu H}{KT}$  est petit, la formule 47 s'écrit :

$$\delta = \frac{N\mu^2 H}{KT} e^{\frac{\omega}{KT}}. \quad (50)$$

Je pose  $\omega = K\theta$ , j'introduis la susceptibilité  $\chi$  et j'ai :

$$\frac{1}{\chi} \frac{N\mu^2}{K\theta} = \frac{T}{\theta} e^{-\frac{\theta}{T}}.$$

J'ai représenté sur la figure 2, courbe A, la variation de  $\frac{1}{\chi} \frac{N\mu^2}{K\theta}$ , en fonction de  $\frac{T}{\theta}$ .

La courbe a pour asymptote la droite  $\theta F$  d'équation :

$$\frac{1}{\chi} \frac{N\mu^2}{K\theta} = \frac{T}{\theta} - 1.$$

La distance de la courbe à l'asymptote varie comme  $\frac{1}{2} \frac{\theta}{T}$ , l'approche est peu rapide. Au zéro absolu, la courbe est tangente à l'axe des températures ;  $\frac{1}{\chi}$  ne s'annule qu'au zéro absolu. Il n'y a jamais d'aimantation spontanée. L'aimantation devient seulement beaucoup plus facile lorsque la température s'abaisse.

Au contraire, si j'avais négligé les fluctuations, j'aurais obtenu, au lieu de la courbe A, la droite  $\theta F$ . Dans ce cas,  $\frac{1}{\chi}$  s'annule en  $\theta$  ; il y a une région de température  $0\theta$ , où existe une aimantation spontanée.

Lorsqu'il n'y a pas d'actions mutuelles,  $w = 0$ , et la formule 47 se réduit à :

$$\delta = N\mu \operatorname{th} \frac{\mu H}{KT} \quad (51)$$

C'est la loi même d'aimantation donnée par Lenz.

§ 22. Calcul approché de la susceptibilité initiale, valable pour  $T > \theta$ . — Je vais maintenant développer une méthode approchée, valable pour un nombre quelconque de voisins. C'est, au fond, une première approximation dans le calcul des fluctuations. L'approximation consistera à supposer que les porteurs voisins d'un porteur central ont des probabilités d'orientation indépendantes.

Dans la substance, chaque porteur, de moment  $\mu$ , est entouré de  $2p$  voisins. L'énergie mutuelle relative de deux porteurs parallèles est  $-\frac{w}{2}$  et l'énergie mutuelle de deux porteurs antiparallèles est  $\frac{w}{2}$ .

Sous l'action d'un champ magnétique extérieur  $H$ , la substance prend une aimantation  $\delta$ , et en adoptant toujours l'hypothèse de Lenz, il y a  $\frac{N}{2}(1 + \varepsilon)$  porteurs orientés dans le sens du champ et  $\frac{N}{2}(1 - \varepsilon)$  porteurs orientés en sens inverse, de sorte que :

$$\delta = N\mu\varepsilon \quad (52)$$

Il y a  $\frac{2p!}{(2p-q)!q!}$  manières différentes de prendre, parmi les  $2p$  voisins du porteur considéré,  $2p - q$  porteurs orientés dans le sens du champ et  $q$  orientés en sens inverse.

La probabilité  $\varpi$  de l'une quelconque de ces répartitions est, si l'on admet l'indépendance des probabilités d'orientation des porteurs voisins (1) :

$$\varpi = \left(\frac{1}{2}\right)^{2p} (1 + \varepsilon)^{2p-q} (1 - \varepsilon)^q.$$

Pour cette configuration des porteurs voisins, l'aimantation du porteur central est :

$$\bar{\mu} = \mu \operatorname{th} \frac{\mu H + w(p-q)}{KT}.$$

Quand il est dirigé dans le sens du champ magnétique, son énergie est en effet :

$$- \mu H - \frac{w}{2}(2p - q) + \frac{w}{2}q = - \mu H - w(p - q)$$

et cette expression changée de signe, quand il est dirigé en sens contraire.

J'obtiens l'aimantation totale, en faisant la somme de ces aimantations partielles, relatives aux différentes configurations des voisins, chacune avec leur poids statistique :

$$\delta = N\mu \sum_{q=0}^{2p} \frac{2p!}{(2p-q)!q!} \left(\frac{1}{2}\right)^{2p} (1 + \varepsilon)^{2p-q} (1 - \varepsilon)^q \operatorname{th} \frac{\mu H + w(p-q)}{KT}$$

(1) Cette hypothèse est d'autant plus légitime que la température est plus élevée.

Cette relation, jointe à (52), permet de résoudre par rapport à  $\varepsilon$  et de trouver la loi complète d'aimantation.

Je me propose d'étudier seulement la susceptibilité initiale; donc  $\varepsilon$  est aussi petit que l'on veut, et on peut réduire  $(1 + \varepsilon)^{2p-q} (1 - \varepsilon)^q$  aux deux premiers termes du développement en série. De même, le champ magnétique  $H$  étant petit, on peut développer la tangente hyperbolique en série de Taylor :

$$\text{th} \frac{\mu H + \omega(p-q)}{KT} = \text{th} \frac{\omega(p-q)}{KT} + \frac{\mu H}{KT} \left( 1 - \text{th}^2 \frac{\omega(p-q)}{KT} \right) + \dots$$

j'obtiens ainsi :

$$\mathcal{J} = \frac{N\mu^2 H}{KT} \frac{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{2p} \sum_{q=0}^{2p} \frac{2p!}{(2p-q)! q!} \text{th} \frac{2\omega}{KT} (p-q)}{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{2p} \sum_{q=0}^{2p} \frac{2p!}{(2p-q)! q!} (p-q) \text{th} \frac{\omega}{KT} (p-q)}$$

Pour simplifier, je développe en série les tangentes hyperboliques, en négligeant les termes en  $\frac{\omega^2(p-q)^5}{K^3 T^5}$  et les suivants; les développements ne seront valables que si  $T$  est grand, comme je préciserai plus loin.

J'utilise les relations connues :

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{2p} \sum_{q=0}^{2p} \frac{2p!}{(2p-q)! q!} (p-q)^2 = \frac{p}{2}$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{2p} \sum_{q=0}^{2p} \frac{2p!}{(2p-q)! q!} (p-q)^4 = \frac{p(3p-1)}{4}$$

Je pose  $\theta = \frac{p\omega}{K}$ , et, tous calculs faits, l'inverse  $\frac{1}{\chi}$  de la susceptibilité est donnée par la formule suivante :

$$\frac{1}{\chi} = \frac{K\theta}{N\mu^2} \left[ \frac{T}{\theta} - 1 + \frac{1}{2p} \frac{\theta}{T} - \frac{1}{6\rho^2} \frac{\theta^2}{T^2} + \frac{2-3p}{12\rho^3} \frac{\theta^3}{T^3} + \dots \right]$$

Lorsque  $p = 1$ , on constate que ce développement coïn-

cide jusqu'au terme en  $\frac{\Theta^3}{T^3}$  avec le développement suivant obtenu par la méthode rigoureuse du chapitre II :

$$\frac{1}{\chi} = \frac{K\Theta}{N\mu^2} \left( \frac{T}{\Theta} - 1 + \frac{1}{2} \frac{\Theta}{T} - \frac{1}{6} \frac{\Theta^2}{T^2} + \frac{1}{24} \frac{\Theta^3}{T^3} + \dots \right)$$

Il concorde également pour  $p = 2$ , avec les premiers termes du développement rigoureux.

Il est intéressant de le souligner, car le raisonnement précédent ne fait pas intervenir la position des voisins, mais seulement leur nombre.

§ 23. Calcul approché de la susceptibilité initiale valable pour  $T < \Theta$ . — Les développements précédents ne sont valables que si :  $\frac{\Theta}{T} < 1$ . Au-dessous du point de Curie, il faut raisonner d'une manière différente.

Lorsque l'agitation thermique est faible, les porteurs tendent à s'associer parallèlement. En suivant les porteurs, on rencontre  $n$  porteurs orientés dans  $\frac{p(p+1)}{2} \omega$  ns, puis  $n'$  porteurs orientés en sens inverse, etc...,  $n$  et  $n'$  sont grands : autrement dit, le nombre des porteurs est grand devant le nombre des interversions <sup>(1)</sup>, de sorte que deux interversions consécutives sont séparées par un grand nombre de porteurs. Au point de vue énergétique, tout se passe comme si deux porteurs voisins parallèles intervenaient avec une énergie nulle et deux porteurs voisins antiparallèles avec une énergie  $\frac{p(p+1)}{2} \omega$ , énergie potentielle de l'interversion.

Il suffit, pour avoir la loi d'aimantation dans ces conditions, de remplacer  $\omega$  par  $\frac{p(p+1)}{2} \omega$  dans la formule 50.

A basse température j'ai ainsi :

$$\frac{1}{\chi} = \frac{KT}{N\mu^2} e^{-\frac{p(p+1)}{2} \frac{\Theta}{T}} \quad \text{valable pour } T < \Theta.$$

(1) J'appelle interversion une liaison entre deux porteurs antiparallèles.

§ 24. Discussion. — En résumé, les résultats acquis, dans l'étude de la susceptibilité initiale, en fonction du nombre  $2p$  des voisins, sont les suivants :

$$T > \theta \quad \frac{1}{\chi} = \frac{K\theta}{N\mu^2} \left[ \frac{T}{\theta} - 1 + \frac{1}{2p} \frac{\theta}{T} + \dots \right] \quad (53)$$

$$T < \theta \quad \frac{1}{\chi} = \frac{KT}{N\mu^2} e^{-\frac{p+1}{2} \frac{\theta}{T}} \quad (54)$$

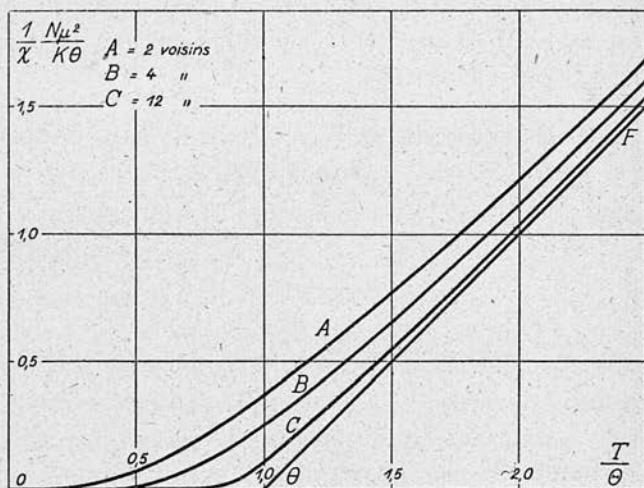


Fig. 2.

Ces résultats sont en accord, aussi bien aux hautes températures qu'aux basses températures avec les formules complètes obtenues pour  $p = 1$  et  $p = 2$ . D'autre part pour  $p = \infty$ , les formules ci-dessus se réduisent à :

$$T > \theta \quad \frac{1}{\chi} = \frac{K\theta}{N\mu^2} \left[ \frac{T}{\theta} - 1 \right] \quad (55)$$

$$T < \theta \quad \frac{1}{\chi} = 0 \quad (56)$$

C'est ce qu'on obtient par la théorie classique, sans tenir compte des fluctuations. Or il est bien évident, *a priori*, qu'avec un nombre infini de voisins, il n'y a pas de fluctuations ; les résultats sont cohérents.

Sur les figures 2 et 3 j'ai tracé d'après les formules 53 et 54 les courbes correspondant à différentes valeurs de  $p$ . La figure 3 est à une échelle cinq fois plus grande que la figure 2.

A mesure que  $p$  croît, les courbes se rapprochent, de plus

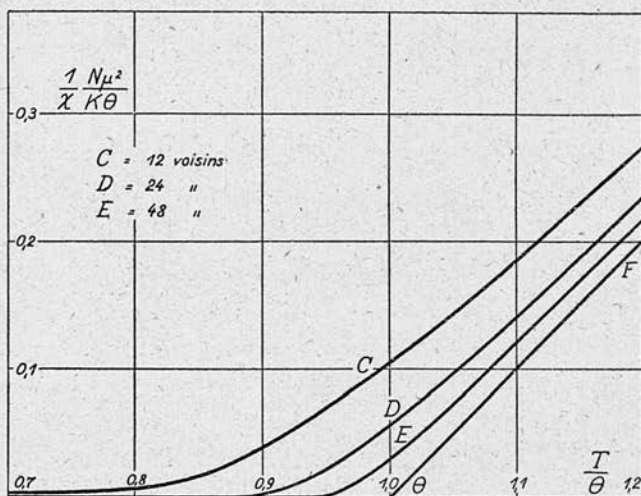


Fig. 3.

en plus, de la ligne brisée OθF. Elles ont toutes la même asymptote :

$$\frac{1}{\chi} \frac{N\mu^2}{K\theta} = \left( \frac{T}{\theta} - 1 \right)$$

Mais le fait fondamental est le suivant : quel que soit  $p$ ,  $\frac{1}{\chi}$  ne s'annule qu'au zéro absolu ; il n'y a jamais d'aimantation spontanée.

Donc, les actions interatomiques à courte distance, prises seules, ne donnent pas l'aimantation spontanée. Le mécanisme de celle-ci doit être recherché ailleurs ; les actions à courte distance, ont simplement pour effet de rendre l'aiman-



tation incomparablement plus facile : le terme  $e^{-\frac{p+1}{2} \frac{\theta}{T}}$  tend vers 0 très rapidement quand  $p$  augmente.

§ 25. Cas d'une énergie de liaison négative. — J'ai supposé au cours des chapitres précédents que  $w$  était positif. C'est

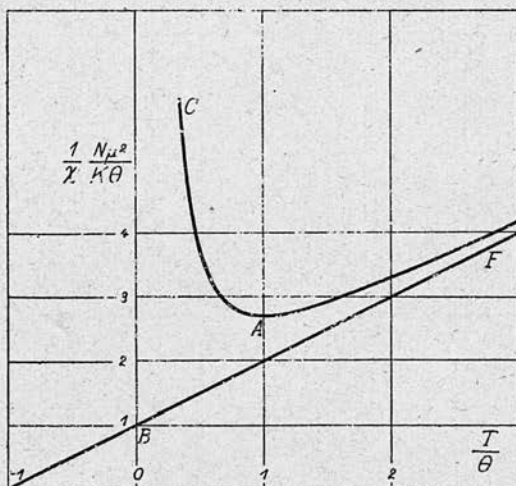


Fig. 4.

le cas des corps ferromagnétiques. Les mêmes raisonnements et les mêmes calculs s'appliquent pour une valeur négative de  $w$  et conduisent à la formule (dans le cas de deux voisins) :

$$\frac{1}{\chi} \frac{N\mu^2}{K\theta} = \frac{1}{\chi} e^{\frac{\theta}{T}} \quad (57)$$

J'ai représenté sur la figure 4 la variation de  $\frac{1}{\chi} \frac{N\mu^2}{K\theta}$  en fonction de  $\frac{\theta}{T}$ . Vers les hautes températures, la courbe est asymptote à la droite BF. Cette droite représenterait la variation de  $\frac{1}{\chi}$  si on négligeait les fluctuations. Aux basses températures, le phénomène est tout différent ;  $\frac{1}{\chi}$  présente

un minimum pour  $T = \Theta$ . La susceptibilité devient nulle au zéro absolu.

Il n'y a pas d'exemples d'une telle variation.

L'hypothèse de Lenz est ici beaucoup trop radicale. Je montrerai au chapitre VIII que, si les porteurs de moment peuvent occuper toutes les orientations par rapport au champ magnétique, on aboutit à un paramagnétisme constant, vers les basses températures.

## CHAPITRE IV

### Ferromagnétisme.

§ 26. Action des porteurs éloignés. — J'ai étudié, dans le chapitre III, la variation de la susceptibilité initiale avec la température, dans le cas schématique simple d'actions mutuelles égales, entre un porteur et ses  $2p$  voisins les plus proches.

En réalité, les porteurs plus éloignés ont encore une action, et une deuxième approximation consistera à diviser en deux groupes les porteurs qui réagissent sur un porteur central donné : un premier groupe sera formé des  $2p$  voisins dont j'ai déjà tenu compte et un deuxième groupe, des voisins de la deuxième couche et des suivantes. Comme cette deuxième couche comprend, en gros, quatre fois plus de porteurs que la première, d'après l'allure des courbes déjà tracées, on voit qu'il est légitime d'en négliger les fluctuations, d'autant plus que l'action totale en est beaucoup plus faible que la première.

Je remplacerai ainsi l'action des couches extérieures à la première par un champ moléculaire proportionnel à l'aimantation :

$$h_m = n\bar{\mu}.$$

En toute rigueur, cette hypothèse n'est valable que dans le

cas où la substance ferromagnétique est placée dans un champ magnétique extérieur notable devant le champ coercitif.

Les substances ferromagnétiques se présentent en effet sous des aspects très différents.

Dans des champs magnétiques faibles, de l'ordre de quelques gauss, se manifestent les phénomènes d'hystérèse. J'indiquerai au chapitre VI un mécanisme possible pour ceux-ci.

Maintenant, à une température donnée, si on augmente le champ jusqu'à des valeurs de plusieurs milliers de gauss, on tend vers une saturation donnée par la loi d'approche suivante (1) :

$$\sigma = \sigma_T \left( 1 - \frac{a}{H} \right),$$

$a$  est indépendant de la température : on a affaire à un phénomène cristallin : il y a, à l'intérieur d'un cristal élémentaire, des champs structuraux (2), équivalents à des champs magnétiques de quelques centaines de gauss, qui facilitent l'aimantation suivant tel ou tel axe du cristal. Pour diriger complètement l'aimantation, il faut surmonter ces champs structuraux. Délibérément, j'ai laissé de côté ces phénomènes. Je fais simplement remarquer que leur interprétation rentre, naturellement, dans le cadre des idées exposées plus haut. En effet, d'après mes hypothèses fondamentales, les deux couples de porteurs figurés ci-dessous :



possèdent la même énergie potentielle. J'ai fait cette hypothèse, justement pour ne pas faire apparaître des propriétés différentes suivant les différentes directions du réseau. Il n'en est certainement pas ainsi et l'introduction d'une différence

(1) P. WEISS, *J. de Phys.*, 1910, 9, 373.

(2) P. WEISS, *J. de Phys.*, 1905, 4, 49 et 829.

entre les deux énergies potentielles introduit un champ structural.

La place me manque pour développer ce point de vue, aussi supposerai-je, que l'on opère suivant la direction de facile aimantation et je me proposerai simplement de rendre compte de l'aimantation spontanée (1).

§ 27. **Energie de désaimantation.** — En anticipant sur les résultats du chapitre V, l'énergie à fournir, par porteur, à la substance pour la désaimanter, ou mieux pour passer du zéro absolu à une température plus grande que  $\theta$ , est :

$$W_f = \frac{p\omega}{2} = \frac{K\theta}{2} \quad (58)$$

ceci pour un champ moléculaire à fluctuations. Dans le cas d'un champ moléculaire sans fluctuations, elle est (2) :

$$W_n = \frac{n\mu^2}{2}. \quad (59)$$

Donc, par suite de la superposition des deux types de champ moléculaire, l'énergie totale de désaimantation, par porteur, est :

$$W = W_f + W_n. \quad (60)$$

Soit une substance possédant un nombre quelconque de voisins. En supposant un instant que  $h_m$  n'existe pas,  $\frac{1}{\gamma}$  est représenté en fonction de la température par la courbe C de la figure 5.

Si j'introduis maintenant  $h_m$ , on a :

$$\delta = \frac{H}{\frac{1}{\gamma} - n}$$

(1) Aimantation spontanée et non pas aimantation rémanente.

(2) WEISS et BECK, *J. de Phys.*, 1908, 7, 249.

et la nouvelle valeur de la susceptibilité  $\chi'$  est donnée en fonction de l'ancienne par la relation :

$$\frac{1}{\chi'} = \frac{1}{\chi} - n.$$

Il suffira de garder la courbe C déjà tracée, et de prendre un nouvel axe des températures,  $O'T'$ , tel que  $OO' = n$ . Il coupe l'asymptote  $\theta F$  en  $\theta_p$ , qui est le point de Curie paramagné-

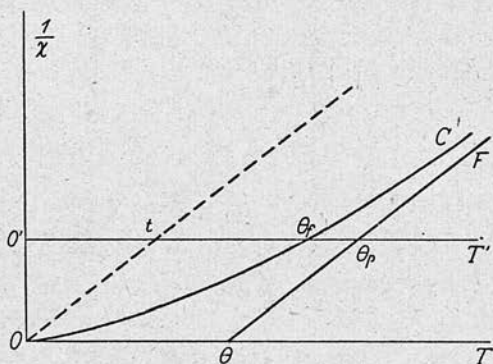


Fig. 5.

tique de la substance, et, puisque le coefficient angulaire de l'asymptote est  $\frac{K}{\mu^2}$ , j'ai :

$$O'\theta_p = O\theta + n \frac{\mu^2}{K}$$

ce qui s'écrit d'après (58) et (59) :

$$\frac{K\theta_p}{2} = \frac{n\mu^2}{2} + \frac{K\theta}{2} = W_f + W_n = W. \quad (61)$$

Le point de Curie paramagnétique ne dépend que de l'énergie totale de désaimantation. On peut dire aussi que l'énergie de désaimantation, par porteur, d'une substance dont le point de Curie paramagnétique est  $\theta_p$ , est égale à l'énergie d'un degré de liberté à cette température.

L'axe  $O'T'$  coupe la courbe  $C$  en  $\theta_f$ . Il est facile de voir, en reproduisant le raisonnement de M. Weiss <sup>(1)</sup>, qu'au-dessous de  $\theta_f$  la substance possède une aimantation spontanée, tandis qu'elle n'en possède pas au dessus. La région  $O'\theta_f$  est la région du ferromagnétisme, la région  $\theta_f T'$  celle du paramagnétisme.  $\theta_f$  est le point de Curie ferromagnétique.

Quand le nombre  $2p$  de voisins est un peu élevé, il suffit d'un champ moléculaire extrêmement faible ( $n$  très petit) pour avoir un point de Curie  $\theta_f$  très rapproché de  $\theta_p$ . Dans

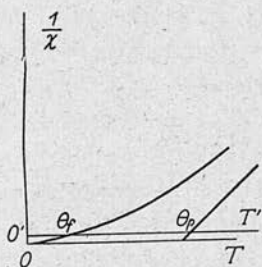


Fig. 6 a.

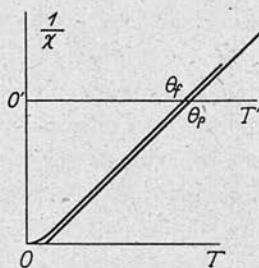


Fig. 6 b.

ces conditions,  $\theta_p$  est pratiquement confondu avec  $\theta$  : en prenant  $p = 24$  on calcule, dans le cas du fer, qu'il suffirait d'un millième de gauss pour avoir  $\theta_f = 0,94 \theta$ .

Pour illustrer la signification tout à fait différente des deux points de Curie, on peut imaginer deux substances, avec la même énergie totale de désaimantation, ayant donc même point de Curie paramagnétique  $\theta_p$  et possédant, l'une un point de Curie ferromagnétique près du zéro absolu, et l'autre un point de Curie ferromagnétique voisin de  $\theta_p$ . Il suffit, pour la première, de prendre  $W_n$  petit et  $W_f$  voisin de  $W$ , et inversement pour la seconde. J'ai représenté schématiquement ces deux cas extrêmes sur la figure 6, en *a* et en *b*. Dans les deux cas j'ai pris  $p = 1$ .

(1) WEISS, *J. de Phys.*, 1907, 6, 661.

Ainsi, la différence entre les deux points de Curie se présente comme une fonction à la fois du nombre des voisins de la première couche, et du rapport entre l'énergie mutuelle qui provient de la première couche et celle des couches suivantes.

§ 28. *Approche à la saturation dans le cas général.* — Je vais maintenant étudier, d'une manière approximative, l'aimantation dans les champs forts, au-dessous du point de Curie. Je traiterai ce problème par une méthode particulière pour une valeur quelconque de  $p$  et, comme justification de la méthode, je comparerai les résultats avec ceux que j'ai déjà obtenus par une méthode rigoureuse pour  $p = 1$ .

Je suppose que l'on soit dans des conditions telles, que la plus grande partie des porteurs soit dirigée dans le sens du champ magnétique. Dans cet état, il y aura, disséminés le long de la file de porteurs orientés dans le sens du champ magnétique, des groupes de 1, 2, ...  $q$ , porteurs orientés en sens inverse, mais, si l'aimantation atteint les  $q/10^e$  de la saturation, les porteurs, et, par conséquent, les groupes renversés seront séparés par une moyenne d'au moins dix porteurs orientés dans le sens du champ : on peut ainsi supposer que de part et d'autre d'un groupe de porteurs renversés, il y a au moins  $p$  porteurs orientés dans le sens du champ.

Dans ces conditions, l'énergie potentielle de deux porteurs parallèles étant prise égale à 0, l'énergie potentielle d'un porteur renversé isolé est  $2pw$ . L'énergie potentielle d'un groupe de  $q$  porteurs renversés, isolés dans une file de porteurs orientés dans le sens du champ, est égale à :  $q(2p - q + 1)w$ , si :  $q \leq p$ , et à :  $p(p + 1)w$ , si :  $q > p$ .

En prenant 1 comme la probabilité pour un porteur déterminé d'être parallèle à la direction générale de l'aimantation, la probabilité pour ce porteur d'être antiparallèle au

champ au milieu de porteurs parallèles est  $e^{-\frac{2pw}{KT}}$   $e^{-\frac{2\mu H}{KT}}$ ,

puisque la différence d'énergie potentielle entre les deux positions est  $2pw + 2\mu H$ . De même la probabilité pour ce même porteur d'appartenir à un groupe isolé de porteurs

antiparallèles est  $qe^{-\frac{w_q}{KT}}$ , où  $w_q$  est l'énergie potentielle du groupe. J'ai multiplié par  $q$  pour tenir compte des  $q$  positions que le porteur choisi à l'avance peut occuper dans le groupe. J'ai d'autre part :

$$\begin{aligned} w_q &= q(2p - q + 1)w + 2q\mu H \text{ pour } q \leq p \\ w_q &= p(p + 1)w + 2q\mu H \text{ pour } q > p. \end{aligned}$$

Je pose :

$$W = \sum_{q=1}^{\infty} q e^{-\frac{w_q}{KT}}$$

L'aimantation est alors :

$$\mathcal{J} = N\mu \frac{1 - W}{1 + W} \quad (62)$$

Cette formule n'est valable que si  $W$  est petit.

Dans le cas où  $p = 1$ , on a :

$$W = e^{-\frac{2w}{KT}} \sum_{q=1}^{\infty} q e^{-\frac{2q\mu H}{TK}} = \frac{e^{-\frac{2w}{KT}}}{4 \operatorname{sh} \frac{2\mu H}{KT}}$$

ce qui donne :

$$\mathcal{J} = N\mu \left[ 1 - \frac{e^{-\frac{2w}{KT}}}{2 \operatorname{sh}^2 \frac{\mu H}{KT}} \right]$$

Cette formule coïncide complètement avec celle que l'on déduit de l'équation 47, dans le cas où  $e^{\frac{2w}{KT}} \operatorname{sh}^2 \frac{\mu H}{KT}$  est grand. La méthode employée est donc correcte.



L'expression générale de  $W$  s'écrit aussi :

$$W = \sum_{q=1}^{p-1} q e^{-\frac{q(2p-q+1)\omega}{KT}} e^{-\frac{2q\mu H}{KT}} + e^{-\frac{p(p+1)\omega}{KT}} \frac{1}{4 \operatorname{sh}^2 \frac{\mu H}{KT}} \quad (63)$$

Supposons d'abord le nombre de voisins  $2p$  assez grand,  $\frac{\mu H}{KT}$  n'étant pas nul. En explicitant les premiers termes sous le signe  $\Sigma$  et en remplaçant  $p\omega$  par  $K\Theta$ , on a :

$$W = e^{-\frac{2\Theta}{T}} e^{-\frac{2\mu H}{KT}} + e^{-\frac{4\Theta}{T}} e^{\frac{2\Theta}{pT}} e^{-\frac{4\mu H}{KT}} + \dots$$

Le deuxième terme est beaucoup plus petit que le premier ; la loi d'approche est approximativement de la forme :

$$\delta = N\mu \left[ 1 - 2e^{-2\frac{K\Theta + \mu H}{KT}} - \epsilon \right] \quad (63 \text{ bis})$$

avec  $\epsilon$  positif et très petit.

Cette loi d'approche limite est exactement celle que l'on obtient en négligeant les fluctuations du champ moléculaire.

Mais, il est capital de remarquer la présence du terme

$e^{-\frac{\Theta}{T}(p+1)} \frac{1}{4 \operatorname{sh}^2 \frac{\mu H}{KT}}$  dans l'expression de  $W$ . Il signifie que

la substance se désaimante lorsque le champ extérieur s'an-

nule. En effet, quelle que soit la valeur du facteur  $e^{-\frac{\Theta}{T}(p+1)}$

on peut trouver  $H$  assez petit pour que  $e^{-\frac{\Theta}{T}(p+1)} \frac{1}{4 \operatorname{sh}^2 \frac{\mu H}{KT}}$

soit aussi grand que l'on veut. Dans ce cas, d'ailleurs,  $W$  n'est plus petit et la formule 62 n'est plus valable.

Ces résultats, joints à ceux que j'ai déjà obtenus au chapi-

tre III dans l'étude de la susceptibilité initiale, se résumant dans l'expression suivante de la loi d'aimantation :

$$\delta = \frac{N\mu}{\sqrt{1 + \frac{e^{-\frac{\theta}{T}(p+1)}}{\text{sh}^2 \frac{\mu H}{KT}}}} (1-2V) \quad (64)$$

avec :

$$V = \sum_{q=1}^{p-1} q e^{-\frac{q(2p-q+1)}{KT}} e^{-\frac{2q\mu H}{KT}}$$

Cette expression est valable quand l'aimantation est petite ou au voisinage de la saturation, quelle que soit la valeur de  $p$ .

Quelle que soit l'aimantation, elle est rigoureuse pour  $p = 1$ , je pense donc qu'elle fournit une approximation convenable pour une aimantation quelconque et une valeur quelconque de  $p$ .

Le caractère de cette loi d'aimantation est tout à fait intéressant :  $e^{-\frac{\theta}{T}(p+1)}$  est très petit si  $p$  est un peu élevé (égal à  $\frac{1}{22.000}$  par exemple pour  $p = 4$  et  $T = \frac{\theta}{2}$ ) de sorte qu'il suffit d'un champ magnétique extérieur excessivement faible pour donner à l'expression

$$\sqrt{1 + \frac{e^{-\frac{\theta}{T}(p+1)}}{\text{sh}^2 \frac{\mu H}{KT}}}$$

une valeur voisine de l'unité. Ainsi, on atteint très vite la saturation relative  $N\mu (1 - 2V)$ , à la température considérée. Pour passer à la saturation absolue  $N\mu$ , il faut, au contraire

des champs très intenses, de l'ordre de  $\frac{\theta K}{\mu}$  c'est-à-dire du million de gauss.

Malheureusement, il est impossible de vérifier expérimentalement la formule 64. Tous les phénomènes dans les champs relativement faibles, c'est-à-dire les seuls champs que l'on sache produire expérimentalement, sont profondément modifiés par les phénomènes proprement cristallins dus à des champs structuraux de l'ordre de 1.000 gauss.

Toutefois, remarquons que la théorie précédente permet d'éviter la notion de domaine élémentaire dans l'interprétation des courbes d'aimantation.

§ 29. — **Aimantation spontanée au voisinage du point de Curie.** — La forme générale de la loi d'aimantation, valable pour les petites valeurs de  $\mu$  est : ( $a$  et  $b$  sont des fonctions de  $T$ )

$$\frac{\mu}{\mu} = a \frac{\mu H}{KT} + b \left( \frac{\mu H}{KT} \right)^3 + \dots \quad (65)$$

Dans le cas de l'aimantation spontanée, la substance est soumise au seul champ moléculaire :

$$h_m = n\bar{\mu} \quad (66)$$

En rapprochant 65 et 66 on voit que l'aimantation spontanée s'annule pour  $T = \theta$  tel que :

$$a_0 \frac{n\mu^2}{K\theta} = 1$$

ou  $a_0$  est la valeur de  $a$  relative à  $T = \theta$ . On en déduit facilement l'aimantation spontanée  $\mu_s$  pour une valeur quelconque de  $T$  voisine de  $\theta$  :

$$\frac{\mu_s^2}{\mu^2} = \frac{a_0^3}{b} \frac{T^3}{\theta^3} - \frac{aa_0^2}{b} \frac{T^2}{\theta^2} \quad (67)$$

Dans l'étude du ferromagnétisme, on a l'habitude de

représenter le carré de l'aimantation spontanée en fonction de la température. Il est intéressant de connaître la tangente à cette courbe au point de Curie, c'est-à-dire la quantité :

$$\operatorname{tg} V = \left[ \frac{d \left( \frac{\mu_s^2}{\mu^2} \right)}{d \left( \frac{T}{\Theta} \right)} \right]_{\Theta}$$

un calcul simple permet de trouver :

$$\operatorname{tg} V = \frac{a_0^3}{b_0} \left( 1 - \frac{1}{a_0} \frac{da}{dT} \right) = \frac{a_0^3}{b_0} \frac{d}{dT} \log \frac{1}{\chi}. \quad (68)$$

En utilisant la formule 64 on peut poser en première approximation :

$$\frac{\bar{\mu}}{\mu} = a \frac{\mu H}{KT} - \left( \frac{a^3}{2} - \frac{a}{3} \right) \frac{\mu^3 H^3}{K^3 T^3} + \dots \quad (69)$$

avec :

$$a = e^{\frac{\Theta}{T} \frac{p+1}{2}}.$$

Je peux négliger  $\frac{a}{3}$  devant  $\frac{a^3}{2}$  et j'ai ainsi :

$$\operatorname{tg} V = -2 \left( 1 + \frac{p+1}{2} \right). \quad (70)$$

Pour  $p = 0$  on retrouve la valeur classique  $-3$  <sup>(1)</sup>.

Si  $p$  n'est pas nul, la valeur absolue de la tangente est plus grande : la courbe est plus redressée.

Je rappelle que la valeur trouvée dans la théorie de Langevin est :

$$\operatorname{tg} V = -\frac{5}{3}.$$

En supposant qu'il y a quantification dans l'espace, avec

<sup>(1)</sup> STONER, *Phil. Mag.*, 1930, 10, 27.

un nombre quantique  $j$ , on obtient la formule suivante citée par Stoner (1) :

$$\operatorname{tg} V = - \frac{10(j+1)^2}{3[j^2 + (j+1)^2]} .$$

Lorsque  $j$  varie de  $\frac{1}{2}$  à l' $\infty$ , les valeurs correspondantes de  $\operatorname{tg} V$  varient de  $-3$  à  $-\frac{5}{3}$ . Si on appliquait la théorie des fluctuations à ces cas plus compliqués, on obtiendrait également des valeurs plus grandes en valeur absolue pour  $\operatorname{tg} V$ . Or, l'expérience fournit pour  $|\operatorname{tg} V|$  des valeurs plus grandes que 3. D'après les valeurs de  $-\frac{d\sigma^2}{dT}$  obtenues par Weiss et Forrer (2) on tire pour  $\operatorname{tg} V$  la valeur  $-5,3$ .

Donc, quel que soit le mécanisme adopté, il faut faire intervenir les fluctuations.

§ 30. Conclusions. — En résumé, la courbe d'aimantation

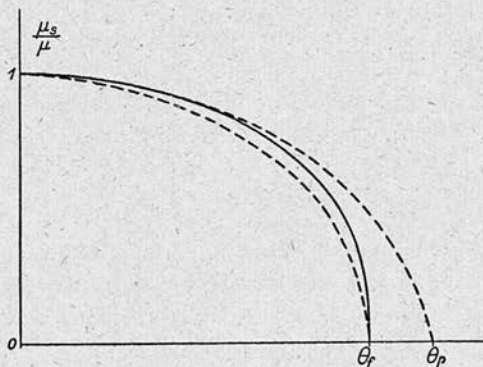


Fig. 7.

spontanée, obtenue en tenant compte des fluctuations, est toujours au-dessous de la courbe que l'on obtient en les négligeant. C'est ce qui résulte de la présence de  $\varepsilon$  dans la

(1) STONER, *Loc. cit.*

(2) *Ann. de Physique*, 1926, 5, 211.

formule 63 bis. Mais elle est au-dessus de la courbe d'aimantation spontanée d'une substance, à champ moléculaire sans fluctuations, qui aurait son point de Curie en  $\theta_1$ . J'ai schématisé ces propriétés dans la figure 7 : les courbes pointillées représentent les courbes d'aimantation spontanée de substances à champ moléculaire sans fluctuations, la courbe pleine, celle d'une substance possédant un champ moléculaire à fluctuations.

## CHAPITRE V

### Energie interne et chaleur spécifique.

§ 31. Cas où il n'existe ni champ magnétique extérieur  $H$ , ni champ moléculaire  $h_m$ . — Dans l'hypothèse de deux voisins ( $p = 1$ ), on obtient pour l'énergie interne, l'expression suivante (§ 18) :

$$U = \frac{Nw}{1 + e^{\frac{w}{KT}}}, \quad (71)$$

à une constante près.

Pour passer du zéro absolu à une température très élevée, je dois fournir à la substance l'énergie  $\frac{w}{2}$  ou  $\frac{K\theta}{2}$  par porteur.

Même au-dessus du point de Curie paramagnétique, il faut encore fournir de l'énergie à la substance, c'est-à-dire qu'il subsiste une anomalie de la chaleur spécifique, au-dessus du point de Curie ferromagnétique.

Sur la figure 8 j'ai représenté  $U = f(T)$  (courbe A).

Dans l'hypothèse de quatre voisins, j'ai :

$$U = - \frac{\partial S_0}{\partial \frac{1}{KT}},$$

où  $S_0$  est donné par la formule 47 bis.

J'ai utilisé cette expression pour calculer la courbe B.

Enfin, en D, j'ai tracé la courbe obtenue en négligeant les fluctuations du champ moléculaire. Dans ce cas, entre le carré de l'aimantation spontanée et l'énergie interne, j'ai la relation <sup>(1)</sup> :

$$U = -n \frac{\mu_s^2}{2}.$$

Lorsque le nombre des voisins croît, les courbes d'énergie interne se rapprochent de la courbe D.

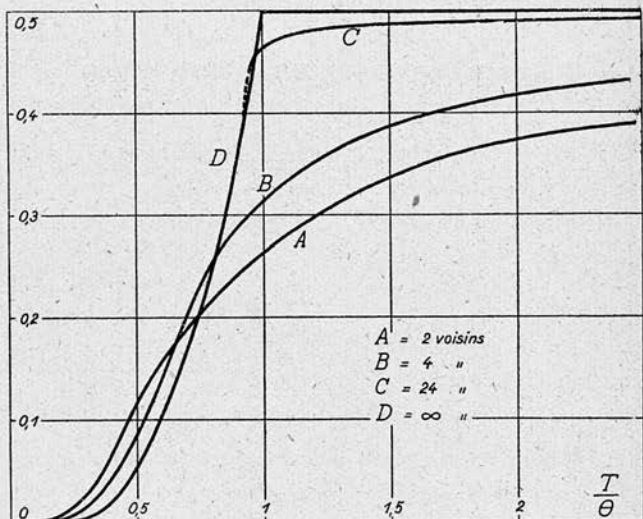


Fig. 8.

Il est facile, en utilisant les résultats et la méthode du paragraphe 22, d'obtenir pour U un développement en série valable au-dessus du point de Curie ; j'ai :

$$U = \frac{wp}{2} - \frac{1}{2} \sum_{q=0}^{2p} \frac{2p!}{(2p-q)! q!} w(p-q) \text{th} \frac{w(p-q)}{KT}$$

(1) WEISS, *J. de Physique*, 1930, 8, 1.

et avec les mêmes notations, développant en série :

$$U = \frac{p\omega}{2} \left( 1 - \frac{1}{p} \frac{\Theta}{T} + \frac{1}{6} \frac{3p-1}{p^3} \frac{\Theta^3}{T^3} + \dots \right) \quad (7^2)$$

Dans cette formule, on a pris  $U = 0$  au zéro absolu.

§ 32. **Cas général.** — Dans ce qui précède, je n'ai pas tenu compte du champ moléculaire uniforme superposé  $h_m$ ; mais, j'ai montré, au cours du paragraphe 28, qu'il était très petit puisqu'il traduit l'action des porteurs éloignés du porteur central. Cela signifie qu'au-dessous du point de Curie, quand on passe de l'état d'aimantation nulle à la saturation apparente  $N\mu(1 - 2V)$  l'énergie interne doit peu varier. L'introduction du champ moléculaire  $h_m$  fait apparaître l'aimantation spontanée mais ne change pratiquement rien à l'énergie interne.

Je répéterai ici la remarque faite à propos de la loi d'aimantation (§ 28) : on peut, au moyen des fluctuations, éviter l'introduction des domaines élémentaires dans la théorie du magnétisme. Les résultats que je viens de mettre en évidence, tant pour l'aimantation que pour l'énergie interne, sont analogues, point par point, à ceux que l'on obtient, en supposant qu'il existe dans la substance des domaines élémentaires où l'aimantation est uniforme et égale à la saturation relative  $N\mu(1 - 2V)$ . La notion de domaine élémentaire est plutôt un langage commode qui traduit et résume les faits d'expérience, sans correspondre nécessairement à une réalité physique.

Il est également important de remarquer que l'énergie interne continue à croître au-dessus du point de Curie paramagnétique, jusqu'à  $T = \infty$ .

La chaleur spécifique d'un corps ferromagnétique, au-dessus du point de Curie, est encore plus grande que si la substance n'était pas magnétique. Quand le nombre des voisins est infini, on observe une discontinuité de la chaleur spécifi-



que ; quand il est fini, on a un étalement de cette discontinuité. L'étalement est d'autant plus grand que le nombre des voisins est plus faible. Il est en relation directe avec la différence des points de Curie.

D'après la formule 72, on voit que l'énergie totale de désaimantation par porteur est égale à  $\frac{p\omega}{2}$ , c'est-à-dire  $\frac{K\theta}{2}$ ,  $\theta$  étant le point de Curie paramagnétique de la substance,

C'est une quantité accessible à l'expérience, il suffit de mesurer l'aire comprise entre la courbe donnant la chaleur spécifique atomique d'un ferromagnétique, et la chaleur spécifique atomique d'un corps dépourvu de ferromagnétisme. C'est un moyen de déterminer le nombre des porteurs, analogue à celui de la théorie classique.

## CHAPITRE VI

### Hystérèse et champ coercitif.

§ 33. Point de vue du champ moléculaire sans fluctuations. — La théorie du champ moléculaire se présente ainsi : on a une substance, dont la loi d'aimantation est représentée à une certaine température par la courbe  $\Gamma$  de la figure 9. Il règne, à l'intérieur, un champ moléculaire uniforme, sans fluctuations, proportionnel à l'aimantation :

$$h_m = n\bar{\mu}. \quad (73)$$

L'équation 73 est représentée sur la figure 9 par la droite OB, qui coupe en B la courbe d'aimantation (1). Les états possibles d'aimantation de la substance sont représentés par les intersections de la droite OB\* avec la courbe d'aimanta-

(1) Si l'on est dans la région de ferromagnétisme.

tion. M. Weiss a montré que le point B correspond à une valeur stable de l'aimantation, le point O à un état instable.

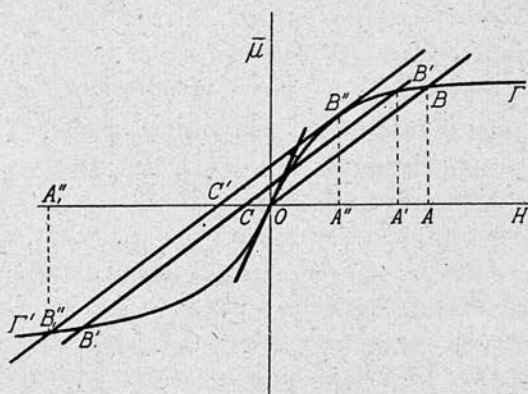


Fig. 9.

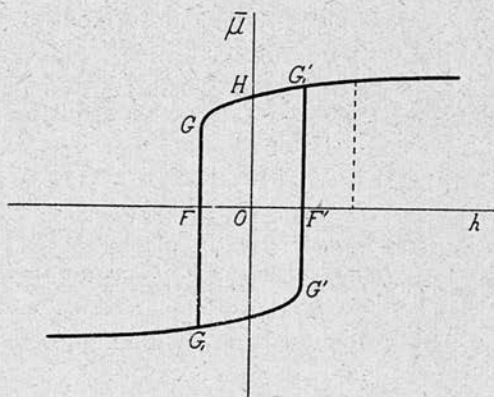


Fig. 10.

AB représente l'aimantation spontanée de la substance à la température considérée.

Si je fais agir maintenant un champ extérieur  $h$ , parallèle au champ moléculaire, j'aurai pour la valeur du champ interne :

$$h_i = h + h_m = h + n\bar{\mu}.$$

La droite  $OB$  est remplacée par une droite parallèle  $CB'$ , telle que  $\overline{OC} = h$ .

Etant parti d'une aimantation spontanée  $AB$ , sous l'action d'un champ magnétique extérieur  $h$ , de sens opposé au champ moléculaire, la substance prendra une aimantation  $A'B'$ . En effet, les points  $B'B'_1$  représentent bien tous les deux des états d'aimantation stable de la substance, mais, par continuité, c'est l'état  $B'$  qui convient.

Il en sera ainsi jusqu'au moment où le point  $C$  arrivera en  $C'$ , sur la tangente à la courbe d'aimantation parallèle à  $OB$ . L'aimantation sera alors  $A''B''$ .

Si le champ magnétique extérieur dépasse tant soit peu la valeur  $OC'$ , l'aimantation se renversera et passera à la valeur  $A''_1B''_1$ , négative; le champ  $h$  continuant à croître négativement,  $B''$  décrira la branche  $B''_1I'$  de la courbe d'aimantation. Par ce mécanisme, j'obtiens un véritable cycle d'hystérésis. La figure 10 traduit ces résultats sous une autre forme. J'ai porté l'aimantation de la substance en fonction du champ extérieur.

$$OH = AB \quad FG = A''B'' \quad OF = OC' \quad FG_1 = A''_1B''_1.$$

En résumé, pour désaimanter la substance, et l'aimanter en sens inverse, il faut disposer d'un champ magnétique extérieur  $OC'$ , qui est de l'ordre du champ moléculaire  $h_m = OA$ , c'est-à-dire d'un champ magnétique extrêmement puissant.

§ 34. Point de vue statistique. — Je peux faire, d'abord, le même raisonnement qu'au paragraphe précédent. Mais si j'applique un champ magnétique extérieur, de sens contraire à l'aimantation, le point figuratif de l'aimantation va-t-il rester en  $B'$ ? J'ai, en effet, un autre point stable en  $B'_1$ . Il est plus stable que le point  $B'$ , car son énergie potentielle est plus faible.

Par suite de l'agitation thermique, il se produit des fluctuations continuelles d'aimantation qui ont pour effet d'amener le point représentatif au delà de  $B''$  ; on peut passer de l'état  $B'$  à l'état  $B'_1$ . Il y a de la sorte, équilibre entre les états  $B'$  et  $B'_1$ . Il suffit d'attribuer une très petite valeur à  $OC$  pour n'avoir pratiquement que l'état  $B'_1$  (1).

Ainsi, j'obtiens un résultat radicalement opposé au précédent : la substance ne possède ni champ coercitif, ni hystérésis.

En réalité, le désaccord entre ces deux manières de voir, n'est pas aussi grand qu'il le paraît : du point de vue statistique, je sais que l'aimantation se renversera, mais je n'ai pas précisé au bout de combien de temps on atteindra l'état d'équilibre, après l'établissement du champ antagoniste. C'est là le nœud de la question.

Si ce temps est démesurément grand, vis-à-vis de l'échelle de nos expériences, tout se passe comme si l'état  $B'$  était réellement stable et l'hystérésis se présente selon son sens étymologique comme un véritable retard à l'aimantation, un véritable retard dans le temps.

§ 35. — Les raisonnements précédents montrent la nécessité de partager les actions moléculaires en deux catégories : la première catégorie comprendra l'action des porteurs éloignés du porteur central. Cette action pourra se représenter par un champ moléculaire proportionnel à l'aimantation ; ce sera légitime, car si l'action totale de ces porteurs est faible, il y en a un très grand nombre et les fluctuations du champ moléculaire correspondant sont tout à fait négligeables. Ces actions seront la source de l'hystérésis.

Au contraire on traitera l'action des porteurs voisins, c'est-à-dire ceux de la deuxième catégorie, suivant la

(1) Cela résulte en particulier de la formule 64.

méthode que nous avons indiquée dans les chapitres précédents.

Ce n'est que par des méthodes mathématiques spécialement adaptées à la question qu'on pourra préciser exactement la limite entre les deux catégories de voisins.

## CHAPITRE VII

### Alliages.

§ 36. **Hypothèses de base.** — Je vais maintenant, en suivant les idées directrices déjà exposées, étudier une solution solide métallique.

Soit une telle solution, constituée au total par  $N$  porteurs,  $PN$  d'entre eux appartiennent à l'espèce  $A$  et possèdent le moment  $\mu_A$ , les  $QN$  autres appartiennent à l'espèce  $B$  et possèdent le moment  $\mu_B$ . On a par définition :

$$P + Q = 1.$$

Je suppose qu'il n'y a pas de surstructure, c'est-à-dire que les porteurs des deux catégories sont répartis aux nœuds du réseau, suivant les lois du hasard. De plus, je supposerai que cette répartition n'est pas modifiée par l'établissement d'un champ magnétique extérieur.

Comme au chapitre II, je ne tiendrai compte que des actions mutuelles entre porteurs contigus. J'ai défini (§ 9) l'énergie potentielle de liaison entre deux porteurs de même espèce,  $A$  par exemple. Je la désignerai maintenant par  $w_{AA}$ ; de même pour les porteurs d'espèce  $B$  je définis une énergie  $w_{BB}$ .

Mais, il existe aussi dans le cristal des systèmes de deux porteurs voisins dont l'un est d'espèce  $A$ , l'autre d'espèce  $B$ , d'où une troisième énergie de liaison  $w_{AB}$ .

Les quantités  $\mu_A$ ,  $\mu_B$ ,  $w_{AA}$ ,  $w_{BB}$  sont données par l'étude des

substances pures ; il faut ainsi rendre compte des propriétés de la solution solide considérée, au moyen du seul paramètre  $w_{AB}$ .

Je vais étudier les conséquences de ces hypothèses au double point de vue du ferromagnétisme et du paramagnétisme.

§ 37. **Ferromagnétisme.** — Dans un corps ferromagnétique, la saturation au zéro absolu fournit la donnée la plus facilement interprétable.

Soit une substance A ferromagnétique ( $w_{AA} > 0$ ), possédant un moment  $\mu_A$ , à laquelle j'ajoute de petites quantités d'une autre substance B, de moment  $\mu_B$ .

Dans la substance A pure, au zéro absolu, tous les porteurs sont orientés parallèlement, de sorte que l'aimantation observée, rapportée à un atome, est  $\mu_A$ .

§ 38. **Cas des faibles concentrations.** — Je remplace maintenant des porteurs A par des porteurs B de manière à constituer des alliages de titre progressivement croissant en B.

Les premiers porteurs B ajoutés, sont uniquement entourés par des porteurs A ; leur orientation par rapport à ces derniers est ainsi déterminée par le signe de  $w_{AB}$ .

Si  $w_{AB}$  est positif, les nouveaux porteurs B se disposeront parallèlement à l'aimantation générale. L'aimantation atomique, en fonction du titre atomique, est donnée par la formule :

$$\mu_0 = P\mu_A + Q\mu_B \quad w_{AB} > 0 \quad (74)$$

C'est une droite ; prolongée, elle fournit le moment  $\mu_B$ , pour la substance B pure.

Si  $w_{AB}$  est négatif, les porteurs B se disposeront antiparallèlement à l'aimantation générale. L'aimantation, en fonction du titre, est donnée par la formule :

$$\mu_0 = P\mu_A - Q\mu_B \quad w_{AB} < 0 \quad (75)$$

C'est une droite ; prolongée, elle fournit le moment  $-\mu_B$ ,

pour la substance B pure, c'est-à-dire un moment apparent négatif.

Ainsi, lorsque la concentration de B est faible, les résultats sont indépendants du signe de  $w_{BB}$ .

Dans tous les cas, l'étude des faibles concentrations permet de déterminer le moment  $\mu_B$ .

§ 39. Cas des fortes concentrations. — Le phénomène se complique ; pour fixer les idées, je suppose douze voisins, c'est, par exemple, le cas du cube à faces centrées. La probabilité pour un porteur quelconque d'avoir  $\alpha$  voisins d'espèce A, et  $\beta$  voisins d'espèce B est :

$$\varpi_{\alpha\beta} = \frac{12!}{\alpha!\beta!} P^\alpha Q^\beta \quad (\alpha + \beta = 12).$$

Lorsque  $w_{AB}$  et  $w_{BB}$  sont tous deux positifs, la position la plus stable correspond à l'orientation parallèle de tous les porteurs. On a donc, dans tout le domaine des concentrations, une variation linéaire de la saturation atomique.

Mais on rencontre aussi le cas important suivant :  $w_{AB}$  est positif,  $w_{BB}$  est négatif,

Je suppose que tous les porteurs voisins d'un porteur donné B, c'est-à-dire  $\alpha$  porteurs A et  $\beta$  porteurs B, sont disposés parallèlement à l'aimantation générale (1).

Il est évident que la position du porteur central B, est déterminée par le signe de la quantité  $H = \alpha w_{AB} + \beta w_{BB}$ .

Si H est positif, le porteur central se dispose parallèlement à ses voisins, tandis que si H est négatif, il se dispose anti-parallèlement. En désignant par  $\alpha_0$ , la valeur de  $\alpha$  pour laquelle H s'annule, la probabilité pour qu'un porteur B soit retourné est :

$$H = \sum_{\alpha=0}^{\alpha_0} \varpi_{\alpha\beta}$$

(1) Cette hypothèse n'est légitime qu'autant que la proportion des porteurs B renversés est faible vis-à-vis de tous les porteurs B.

et la saturation au zéro absolu est donnée par la formule :

$$\mu_0 = P\mu_A + Q(1 - 2\Pi)\mu_B \quad (76)$$

Cette formule est correcte, tant qu'on peut négliger  $\Pi^2$  devant  $\Pi$ . On voit d'ailleurs qu'elle est approchée par défaut.

TABLEAU I

Valeurs de  $\varpi_{\alpha\beta}$ .

P =	0,50	0,45	0,40	0,35	0,30	0,25	0,20	0,15	0,10	0,05
$\beta = 0$	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
1	003	001	000	000	000	000	000	000	000	000
2	016	007	002	000	000	000	000	000	000	000
3	054	028	012	005	001	000	000	000	000	000
4	120	076	042	020	008	002	000	000	000	000
5	193	149	101	059	029	011	003	000	000	000
6	225	212	177	128	079	040	016	004	000	000
7	193	222	227	204	158	103	053	019	004	000
8	120	170	213	237	231	194	133	068	021	002
9	054	092	142	195	240	258	236	172	085	017
10	016	034	064	109	168	232	283	292	230	099
11	003	008	018	037	071	127	206	301	377	341
12	000	001	002	006	014	032	069	142	282	540

Dans le tableau 1, je donne, pour  $\alpha + \beta = 12$  et différentes valeurs de P, la valeur de  $\varpi_{\alpha\beta}$ . Ce tableau permet de calculer, point par point, la courbe des saturations atomiques en fonction du titre. En particulier, on voit que, dans le cas où  $\mu_B$  est plus grand que  $\mu_A$ , on peut avoir, la proportion de B augmentant, un accroissement de la saturation, suivi d'un maximum et d'une diminution.

§ 40. — Les courbes ainsi calculées sont profondément modifiées si la répartition des atomes des deux substances ne se fait pas au hasard dans le cristal, mais suivant un arrangement régulier, en un mot s'il y a surstructure ; la



courbe pourra être remplacée par une ligne brisée. C'est ce que montre immédiatement le calcul.

§ 41. **Etude du paramagnétisme.** — La théorie que j'ai esquissée, au paragraphe 16, permettrait de résoudre le problème, mais elle est trop compliquée. Je vais, pour simplifier, supposer très grand le nombre  $2\rho$  des voisins, c'est-à-dire, en somme, négliger la région troublée du voisinage du point de Curie.

Soit un cristal qui contient  $PN$  porteurs A et  $QN$  porteurs B; dans des conditions données, l'aimantation est de la forme :

$$\bar{\mu} = \bar{\mu}_A + \bar{\mu}_B \quad (76 \text{ bis})$$

$\bar{\mu}_A$  et  $\bar{\mu}_B$  sont les contributions respectives des porteurs A et des porteurs B à l'aimantation. Je considère, par exemple, un porteur A; il est entouré de  $PN$  porteurs A et de  $QN$  porteurs B. L'action des porteurs B sur le porteur A peut se remplacer par un champ magnétique fictif :

$$h_A^B = \gamma_A^B \bar{\mu}_B \quad (77)$$

le coefficient  $\gamma_A^B$  étant convenablement choisi. A la saturation, leur action est équivalente à celle d'un champ fictif égal à  $\frac{P\rho w_{AB}}{\mu_A}$ . Pour une aimantation quelconque, il faut multiplier ce champ fictif, par le rapport  $\frac{\bar{\mu}_B}{P\mu_B}$  de cette aimantation à l'aimantation à saturation; on obtient ainsi :

$$h_A^B = \frac{P\rho w_{AB}}{\mu_A} \frac{\bar{\mu}_B}{P\mu_B} \quad (78)$$

En rapprochant (77) et (78), j'écris :

$$\gamma_A^B = \frac{p w_{AB}}{\mu_A \mu_B} = b.$$

De la même façon on trouve :

$$\nu_A^A = \frac{p\omega_{AA}}{\mu_A^2} = a \quad \nu_B^A = \frac{p\omega_{AB}}{\mu_A\mu_B} = b \quad \nu_B^B = \frac{p\omega_{BB}}{\mu_B^2} = c. \quad (79)$$

J'ai introduit les lettres  $a$ ,  $b$ ,  $c$ , pour simplifier l'écriture.

En l'absence d'actions mutuelles, pour les porteurs d'es-  
pèce A, l'aimantation est de la forme :

$$\bar{\mu}_A = \frac{PC_A}{T} H. \quad (80)$$

Pour tenir compte des actions mutuelles, il faut ajouter au  
champ magnétique extérieur  $H$ , le champ moléculaire  $h_A^B + h_A^A$   
qui représente l'action des porteurs B et des porteurs A.

Je peux écrire ainsi :

$$\bar{\mu}_A = \frac{PC_A}{T} [H + a\bar{\mu}_A + b\bar{\mu}_B]. \quad (81)$$

De la même façon :

$$\bar{\mu}_B = \frac{QC_B}{T} [H + b\bar{\mu}_A + c\bar{\mu}_B]. \quad (82)$$

En éliminant  $\mu_A$  et  $\mu_B$  entre les trois équations 76 bis, 81 et 82,  
j'ai :

$$\bar{\mu} = \frac{T(PC_A + QC_B) - PQC_A C_B(a + c - 2b)}{T^2 - T(PaC_A + QcC_B) + PQC_A C_B(ac - b^2)} H. \quad (83)$$

En fonction de la température, l'inverse  $\frac{1}{\chi}$  de la suscepti-  
bilité, n'est plus représenté par une droite mais par une  
hyperbole.

§ 42. Point de Curie ferromagnétique. — Le point de Curie  
ferromagnétique, c'est-à-dire le point où  $\frac{1}{\chi}$  s'annule, est  
donné par la plus grande racine de l'équation :

$$T^2 - T(PaC_A + QcC_B) + PQC_A C_B(ac - b^2) = 0$$

c'est-à-dire :

$$\theta_f = \frac{1}{2} \left[ PaC_A + QcC_B + \sqrt{(PaC_A - QcC_B)^2 + 4PQC_A C_B b^2} \right]. \quad (84)$$

La variation de  $\theta_f$  est d'allure parabolique. Lorsque  $a > 0$ ,  $c < 0$ , la courbe représentative est telle que AB (fig. 11); les tangentes en A et en B suffisent pour avoir une idée de la

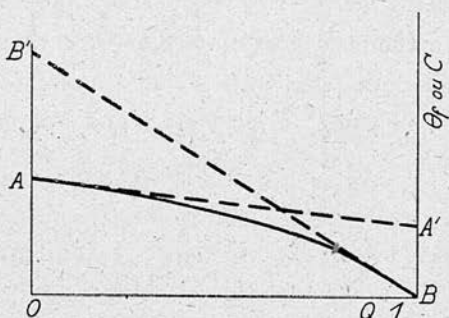


Fig. 11.

variation. Un calcul facile montre que l'équation de la tangente AA' est :

$$\theta_f = PaC_A + Q \frac{b^2}{a} C_B \quad (85)$$

et celle de la tangente BB' :

$$\theta_f = P \left( a - \frac{b^2}{c} \right) C_A. \quad (86)$$

§ 43. Constante de Curie apparente. — Au voisinage du point de Curie ferromagnétique l'allure de la courbe  $\frac{1}{\chi} = f(T)$  est déterminée par la tangente au point de Curie, c'est-à-dire par une constante de Curie apparente C, en ce point.

On a :

$$C = \frac{1}{\frac{\partial}{\partial T} \frac{1}{\chi}} \text{ pour } T = \theta,$$

et on trouve immédiatement :

$$C = \frac{1}{2} (PC_A + QC_B) + \frac{(PC_A + QC_B)(PaC_A + QcC_B) - 2PQ(a + c - 2b)C_A C_B}{2\sqrt{(PaC_A - QcC_B)^2 + 4PQb^2C_A C_B}}. \quad (87)$$

On a une courbe telle que AB (fig. 11), les tangentes AA', BB' ont respectivement pour équations :

$$\begin{aligned} C &= PC_A + QC_B \left( 2 \frac{b}{a} - \frac{b^2}{a^2} \right) \\ C &= PC_A \left( 1 - 2 \frac{b}{c} + \frac{b^2}{c^2} \right). \end{aligned} \quad (88)$$

§ 44. Températures très élevées. — Aux hautes températures; la courbe  $\frac{1}{\chi} = f(T)$  est asymptote à la droite :

$$\begin{aligned} \frac{1}{\chi} &= \frac{C'}{T - \theta'} \text{ avec :} \\ C' &= PC_A + QC_B \end{aligned}$$

et :

$$\theta' = \frac{P^2 a C_A^2 + 2PQbC_A C_B + Q^2 c C_B^2}{PC_A + QC_B}. \quad (89)$$

Les constantes de Curie obéissent à la loi des mélanges. La variation de  $\theta'/C'$  est parabolique.

§ 45. Conclusions. — Des calculs précédents, il faut retenir que dans un alliage, la variation de  $\frac{1}{\chi}$  en fonction de la température n'est plus linéaire.

D'autre part, la variation du point de Curie ferromagnétique, a une allure parabolique conforme à l'expérience.

Dans la troisième partie, à propos des solutions solides de cobalt et de platine, j'utiliserai les résultats précédents.

## CHAPITRE VIII

## Paramagnétisme constant.

§ 46. **Généralités.** — Au cours des chapitres précédents, j'ai, pour la simplicité des calculs, supposé que le porteur du moment magnétique ne pouvait occuper par rapport au champ extérieur que deux positions privilégiées : position parallèle et position antiparallèle.

Je suis ainsi arrivé à la loi d'aimantation de Lenz :

$$\bar{\mu} = \mu \operatorname{th} \frac{\mu H}{KT}.$$

Cette manière de procéder était légitime, car je ne cherchais pas la loi d'aimantation elle-même, mais uniquement, l'influence des fluctuations du champ moléculaire sur la loi d'aimantation. Or, j'ai montré, que l'influence des fluctuations était d'autant plus faible que la température était plus élevée. Toute cette étude ne portait donc, que sur des corrections à apporter aux lois classiques de l'aimantation, celles-ci fournissant une première approximation. Il suffisait d'étudier les modifications que cette conception apporte à une loi quelconque d'aimantation pour avoir une idée du phénomène dans les autres cas.

Mais, vers le zéro absolu, l'influence des fluctuations devient très grande : il ne s'agit plus de petites corrections : l'allure des phénomènes change complètement.

Par exemple, dans une substance à champ moléculaire négatif, la susceptibilité tend vers une valeur finie non nulle

quand on néglige les fluctuations ; elle tend au contraire vers 0 lorsqu'on en tient compte (voir § 25).

Il est indispensable d'abandonner l'hypothèse de Lenz et d'admettre qu'un porteur peut occuper toutes les orientations possibles, relativement au champ magnétique, c'est-à-dire faire l'étude des relations entre la forme de la fonction  $\Phi$  <sup>(1)</sup> et les propriétés de la substance magnétique à basse température.

§ 47. **Lois d'approche.** — Il existe deux cas principaux où il serait indispensable d'étudier les modifications que cette nouvelle manière de voir apporte aux résultats précédents : a) dans les ferromagnétiques, l'approche à la saturation en fonction de la température ; b) dans les substances à champ moléculaire négatif, l'étude de la susceptibilité initiale.

En l'absence de toute donnée sur la fonction  $\Phi$  je me contente d'indiquer le premier problème, en faisant toutefois remarquer qu'il est préférable de le prendre à l'envers, c'est-à-dire, déduire  $\Phi$  de la loi d'approche expérimentale.

§ 48. **Substances à champ moléculaire magnétique négatif.** — Je vais étudier le second cas. Je suppose que l'énergie potentielle relative de deux porteurs voisins est égale à  $\frac{w}{2} \cos \alpha$ ,  $w$  étant positif et  $\alpha$  étant l'angle des moments magnétiques des deux porteurs. C'est l'hypothèse la plus simple et la plus naturelle que l'on puisse faire, étant données les conditions de symétrie. D'ailleurs, on verra que dans les grandes lignes, les résultats sont indépendants de la forme choisie.

Soit, par exemple, une substance cristallisée dans le système du cube centré : on peut le considérer comme la superposition de deux réseaux cubiques simples. Au zéro absolu, la position d'équilibre stable des porteurs est la suivante : les moments magnétiques des porteurs placés aux nœuds de

(1) Voir pour la définition de  $\Phi$  le § 25.

l'un des réseaux seront dirigés dans une certaine direction tandis que les moments des porteurs de l'autre réseau seront orientés dans la direction opposée. La substance est magnétiquement neutre. Si j'applique un champ magnétique, cet ensemble se déforme; il y a aimantation dans le sens du champ. Si le champ magnétique est perpendiculaire à la direction initiale des porteurs, j'ai :

$$\bar{\mu} = \frac{\mu^2 H}{2p\omega} \quad (90)$$

$2p$  étant le nombre des voisins.

En première approximation, l'influence de la température est négligeable, comme nous le verrons au paragraphe suivant. J'ai donc affaire à un paramagnétisme constant.

Il faut tenir compte de ce que la direction initiale des porteurs est arbitraire et multiplier le second membre de (90) par  $\frac{2}{3}$ , et en remarquant que  $p\omega = 3K\theta$  <sup>(1)</sup>, on a finalement :

$$\bar{\mu} = \frac{1}{9} \frac{\mu^2 H}{K\theta} \quad (91).$$

§ 49. Influence de la température. — Le traitement rigoureux du cas général conduit à des calculs inextricables. Suivant notre méthode habituelle, nous allons imaginer un cas simple où l'on puisse pousser les calculs jusqu'au bout.

Soit une substance, où les porteurs sont associés par paires, et où on néglige les énergies mutuelles entre deux paires. Dans une paire, il y a deux moments magnétiques  $OA_1$ ,  $OA_2$ , égaux en valeur absolue, qui font entre eux l'angle  $\alpha$ . Je suppose que l'énergie interne d'une paire est simplement fonction de cet angle  $\alpha$ .

Le porteur  $OA_1$  a une probabilité proportionnelle à  $d\omega_1$  de se trouver à l'intérieur d'un petit angle solide  $d\omega_1$ . Je désigne par  $W$  l'énergie potentielle totale d'une paire, et par  $M$

(1) A très haute température la substance obéit à la loi de Langevin-Weiss avec un point de Curie —  $\theta$ .

la composante de son moment magnétique suivant la direction du champ magnétique extérieur. L'aimantation moyenne, par porteur, en appliquant le théorème de Boltzmann, est alors :

$$\bar{\mu} = \frac{\int M e^{-\frac{w}{KT}} d\omega_1 d\omega_2}{2 \int e^{-\frac{w}{KT}} d\omega_1 d\omega_2}$$

les intégrales sont étendues à la sphère tout entière.

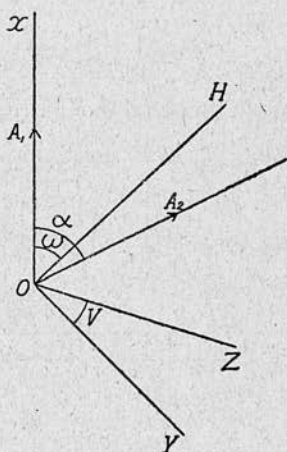


Fig. 12.

Pour effectuer l'intégration, il est commode de supposer fixe la direction d'un des moments magnétiques et de supposer variable la direction du champ magnétique. Soit  $ox$  (fig. 12) la direction de ce moment magnétique  $OA_1$ . Le champ magnétique extérieur  $OH$  a une probabilité  $\frac{1}{4\pi} \sin \omega d\omega$  de faire avec  $ox$  un angle compris entre  $\omega$  et  $\omega + d\omega$ . Soit  $oy$ , la projection de  $OH$  sur le plan perpendiculaire à  $ox$ . La position du deuxième moment  $OA_2$  de la paire est complètement définie par l'angle  $\alpha$  qu'il fait avec  $ox$ , et l'angle  $V$  du



plan  $yox$  avec le plan  $zox$  qui contient  $OA_2$ . La probabilité pour que ces angles aient des valeurs comprises entre  $\alpha$  et  $\alpha + d\alpha$ , et  $V$  et  $V + dV$  est  $\frac{1}{4\pi} \sin \alpha d\alpha dV$ .

L'énergie potentielle de  $OA_1$  est  $-\mu H \cos \omega$ , celle de  $OA_2$  est  $-\mu H [\cos \omega \cos \alpha + \sin \alpha \sin \omega \cos V]$ , de sorte que l'aimantation moyenne d'un porteur est donnée par la formule :

$$\bar{\mu} = \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial \frac{H}{KT}} \log \int_0^\pi d\alpha \int_0^\pi d\omega \int_0^{2\pi} \sin \alpha \sin \omega$$

$\exp \left\{ \frac{-w'}{KT} + \frac{\mu H}{KT} (\cos \omega + \cos \omega \cos \alpha + \sin \alpha \sin \omega \cos V) \right\} dV$   
 $w'$  représente l'énergie interne d'une paire, fonction de  $\alpha$  seulement. Si je suppose  $\frac{\mu T}{KT}$  assez petit pour limiter l'exponentielle au second terme du développement en série, il est facile d'intégrer par rapport à  $V$  et  $\omega$  et on trouve :

$$\bar{\mu} = \frac{1}{3} \frac{\mu^2 H}{KT} \frac{\int_0^\pi (1 + \cos \alpha) e^{-\frac{w'}{KT} \sin \alpha} d\alpha}{\int_0^\pi e^{-\frac{w'}{KT} \sin \alpha} d\alpha} \quad (92)$$

Pour aller plus loin, il est nécessaire d'explicitier  $w'$  : je pose  $w' = w \cos \alpha$  <sup>(1)</sup>,  $w$  étant une constante.

La formule (92) donne immédiatement :

$$\bar{\mu} = \frac{1}{3} \frac{\mu^2 H}{w} \left[ 1 - \frac{2w}{KT} \frac{1}{e^{\frac{2w}{KT}} - 1} \right] \quad (93)$$

(1) En réalité, j'avais pris tout à l'heure  $w' = \frac{w}{2} \cos \alpha$ , mais comme je groupe maintenant les porteurs par paires, je supprime ainsi la moitié des liaisons ; il faut doubler la valeur de celles qui restent.

Vers les hautes températures, elle se simplifie et donne :

$$\bar{\mu} = \frac{1}{3} \frac{\mu^2 H}{KT + \frac{w}{3}}. \quad (94)$$

Lorsque  $w = 0$ , on retombe sur la formule classique de Langevin. Notre substance fictive obéit à la loi de Weiss avec un point de Curie —  $\theta = -\frac{w}{3K}$ .

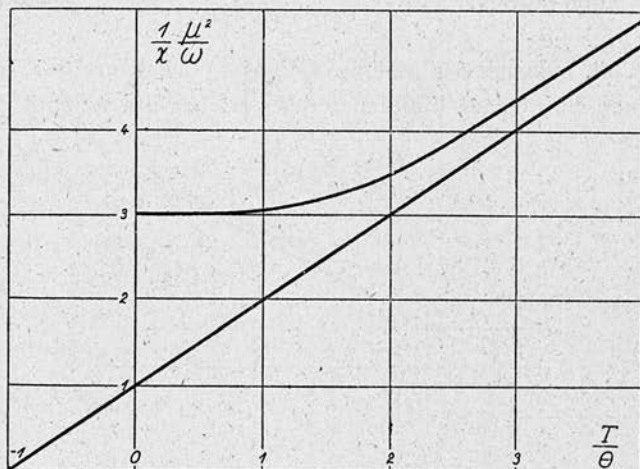


Fig. 13.

En mettant  $\theta$  en évidence dans la formule (93) j'ai :

$$\bar{\mu} = \frac{1}{9} \frac{\mu^2 H}{K\theta} \left[ 1 - 6 \frac{\theta}{T} \frac{1}{e^{+6 \frac{\theta}{T}} - 1} \right]. \quad (95)$$

Quand  $T$  est petit, j'ai un paramagnétisme indépendant de la température. La valeur de ce paramagnétisme, exprimée en fonction du point de Curie de la substance à haute température, est la même que la valeur calculée, tout à l'heure, au zéro absolu ; le résultat justifie la méthode.

Pour  $T = \theta$ , la différence entre la susceptibilité à cette

température, et la susceptibilité au zéro absolu n'est encore que de 1,5 o/o (fig. 13).

Pour obtenir les résultats précédents, j'ai imposé une forme tout à fait particulière à la fonction  $\Phi$ . Il est possible, par exemple, qu'elle varie beaucoup plus rapidement avec l'angle  $\alpha$ . Dans ce cas, le calcul montre qu'on obtient encore aux basses températures un paramagnétisme constant, mais qu'il est plus faible, pour un même point de Curie aux hautes températures.

§ 50. Influence des porteurs éloignés. — Il me reste à examiner maintenant l'influence des porteurs qui ne sont pas

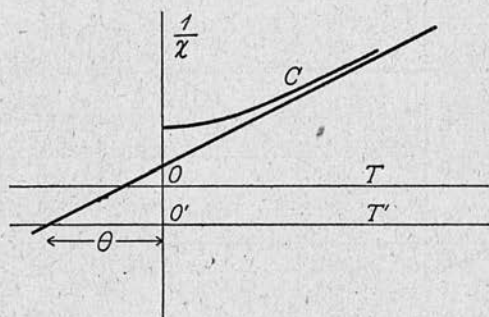


Fig. 14.

voisins. Je peux les partager en couches sphériques successives, comme je l'ai déjà fait dans le cas du ferromagnétisme.

Déjà, dans la deuxième couche, le nombre des voisins est assez grand pour que je puisse légitimement remplacer leur action par un champ moléculaire uniforme proportionnel à l'aimantation :  $h_m = -n\bar{\mu}$ ;  $n$  est un coefficient positif.

Soit C, la courbe (fig. 14) qui représente la variation de  $\frac{1}{\chi}$  en fonction de T, quand on ne tient compte que de la première couche de porteurs voisins. Pour tenir compte de l'ac-

tion des couches suivantes, il suffit de déplacer l'axe des températures OT vers le bas, en O'T', d'une quantité  $OO' = n$ . On voit alors, que pour une même valeur de  $\theta$ , le paramagnétisme constant devient plus faible, et que le domaine de température, dans lequel il reste constant, à une même approximation, devient moins étendu. A la limite, lorsqu'on considère tout le champ moléculaire comme sans fluctuations, on retrouve la droite de la théorie de Langevin-Weiss.

§ 50 bis. Influence du nombre des porteurs voisins. — Dans l'hypothèse d'un voisin unique, vers les basses températures, j'ai fait remarquer que la susceptibilité variait seulement de 1,5 o/o, lorsque la température croissait de 0 à  $\theta$ . Lorsque le nombre des voisins est grand, les résultats se rapprochent de ceux de la théorie classique. On sait que, dans la théorie classique, lorsque la température croît de 0 à  $\theta$ , la susceptibilité diminue de moitié. L'influence du nombre des voisins est très grande.

## DEUXIÈME PARTIE

### CHAPITRE PREMIER

#### Technique expérimentale.

§ 51. — Dans cette deuxième partie, je vais exposer les résultats obtenus en étudiant le point de Curie ferromagnétique et la susceptibilité magnétique de quelques substances.

Je donnerai d'abord quelques brèves indications sur la

technique expérimentale, puis j'exposerai les résultats de l'étude du fer au voisinage immédiat du point de Curie, et des alliages fer-étain et fer-silicium à haute température ; je donnerai ensuite les mesures sur les séries complètes d'alliages : platine-cobalt et nickel-palladium.

J'ai également étudié les alliages cuivre-manganèse, chrome-or et manganèse-argent. L'exposé de ces expériences fera l'objet d'une publication spéciale <sup>(1)</sup>.

Je discuterai les résultats du point de vue théorique dans la troisième partie.

§ 52. Préparation des alliages. — Certains d'entre eux, comme les alliages platine-cobalt et les nickel-palladium, ont été préparés et analysés par la firme Heraeus avec toutes les précautions désirables.

J'ai préparé les autres alliages au laboratoire, par fusion dans le vide à partir des éléments, au moyen d'un four à induction que M. Ribaud a mis obligeamment à ma disposition ; je suis très heureux de l'en remercier ici.

Les fusions ont été faites, soit par induction directe, quand il s'agissait de masses importantes (50 g.), soit au moyen d'un creuset auxiliaire en graphite pour de petites quantités.

Pour assurer l'homogénéité des alliages, ceux-ci ont été, pour la plupart, fondus deux fois, refroidis rapidement et recuits ensuite.

Pour étudier l'influence de la trempe, j'ai mis au point un dispositif, utilisant un four à induction, permettant de tremper dans l'huile un échantillon chauffé jusqu'à 1 500°, en le laissant constamment dans le vide. Ce dispositif (fig. 14 bis) est constitué par une enceinte D à l'intérieur de laquelle on fait le vide ; une décharge oscillante passe dans l'enroulement tubulaire C et chauffe par induction le cylindre creux de graphite B. Le creuset A est suspendu par un système

(1) *J. de Physique*. A paraître.

d'étriers à une boucle en fil fin  $f$  que l'on peut faire fondre au moyen d'un courant électrique : le creuset tombe alors dans un bain d'huile.

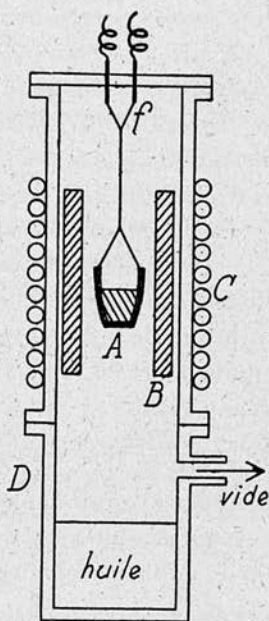


Fig. 14 bis.

§ 53. **Echantillons utilisés.** — J'ai employé des échantillons cylindriques, dont la masse était de l'ordre du gramme, ils étaient enfermés dans de petites ampoules de quartz que l'on scellait après y avoir fait le vide. Même après des chauffages prolongés à  $1000^{\circ}$ , je n'ai jamais, dans ces conditions, constaté d'altérations de la substance. Les corrections dues au diamagnétisme du support et de l'ampoule, faibles en général, ont été déterminées au préalable avec le même support et l'ampoule vide.

§ 54. **Mesures de susceptibilité.** — Les mesures de susceptibilité à différentes températures, ont été faites par la méthode d'attraction dans un champ non uniforme, au moyen de l'appareil à translation de MM. Weiss et Foëx <sup>(1)</sup> sous la forme que lui ont donnée MM. Foëx et Forrer <sup>(2)</sup>, et dont plusieurs exemplaires sont en service à l'Institut de Physique de Strasbourg. Le miroir, servant à repérer le zéro de l'équipage mobile, a simplement été remplacé par le contact électrique or-platine de M. H. Ollivier, ce qui simplifie les réglages et augmente la rapidité des mesures.

En outre, pour les températures élevées, 800° à 1 100°, j'ai utilisé un four de construction spéciale, à chemise de nichrome et à double enroulement de nichrome. A chaque température, une étude préalable permet de déterminer les courants qui doivent parcourir les deux enroulements pour avoir la meilleure uniformité de température.

Le repérage des températures se fait à l'aide d'un couple et d'un potentiomètre, on peut apprécier le  $\frac{1}{30}$  de degré.

On mesure le courant dans l'appareil électromagnétique de compensation au moyen d'un ampèremètre de précision qui permet de déterminer le millième en valeur relative.

Les shunts, ampèremètres, potentiomètre, etc..., ont été, au préalable, soigneusement étalonnés.

§ 55. **Étalonnages.** — Pour la mesure des attractions, j'ai fait l'étalonnage au moyen de pyrophosphate de manganèse suivant la méthode proposée et mise au point par M. Foëx <sup>(3)</sup>.

J'ai étalonné le couple thermoélectrique, en remplaçant, dans le four, la substance par un couple étalon.

(1) *J. de Physique*, 1911, I, 284.

(2) *J. de Physique et Radium*, 1926, 7, 180.

(3) Foëx et BRUNET, *C. R.*, 1927, 184, 443.

Je disposais de deux couples platine-platine rhodié <sup>(1)</sup>, qui ont été étalonnés comme il suit : j'ai pris les points fixes suivants : glace fondante, ébullition de l'eau, fusion de l'étain, ébullition du soufre ; en outre, M. Mendousse, au laboratoire de pyrométrie de la fondation E. de Rothschild <sup>(2)</sup>, a bien voulu étalonner mes deux couples au point de fusion de l'or. Au moyen de ces données, j'ai tracé, pour chacun des deux couples, la courbe des corrections à apporter aux indications de la table type du couple platine-platine rhodié, publiée par les *International critical Tables* (vol. I, p. 57). On a, en fonction de la température, une courbe parabolique très régulière et bien déterminée. Les corrections sont de l'ordre de quelques degrés. Pour une température quelconque, comprise entre 0° et 1 100° les indications des deux couples concordent à  $\frac{2}{10}$  de degré près.

§ 56. Correction de diamagnétisme. — Les mesures magnétiques faites avec l'appareil ci-dessus décrit donnent directement la susceptibilité massique de la substance dans l'air.

Pour avoir la susceptibilité vraie, il faut faire la correction de susceptibilité de l'air. Pour les substances que j'ai étudiées, cette correction est négligeable.

En outre, si je veux faire la part de ce qui est proprement le paramagnétisme, il faut tenir compte du diamagnétisme sous-jacent : tous les atomes possèdent en effet un diamagnétisme suivant le mécanisme indiqué par Langevin.

Dans les alliages de fer, je n'ai pas fait de correction ; elle est, en ce cas, extrêmement faible.

Pour le platine, le palladium, le nickel et le cobalt j'ai adopté les valeurs suivantes de  $\chi$  :

(1) A 10 o/o de rhodium.

(2) A l'Institut de Physique de Strasbourg.



Pt	— 0,14 × 10 <sup>-6</sup>	Kopp (1)
Pd	— 0,55 × 10 <sup>-6</sup>	»
Ni	— 0,12 × 10 <sup>-6</sup>	Weiss et Foëx (2)
Co	— 0,14 × 10 <sup>-6</sup>	(3)

J'ai admis que la susceptibilité diamagnétique d'un alliage variait linéairement avec le titre pondéral.

§ 57. **Précision des mesures.** — L'erreur sur la mesure des températures est inférieure au demi-degré, et l'erreur relative sur la susceptibilité est, dans les cas les plus défavorables inférieure à deux millièmes.

Les incertitudes sur la composition et l'état des alliages ne permettent pas de tirer tout le parti possible de cette précision.

§ 58. **Détermination des points de Curie ferromagnétiques.** — L'appareil à translation permet de déterminer facilement les points de Curie ferromagnétiques. L'aimantation rémanente de l'électro-aimant est assez forte pour fournir une attraction mesurable, lorsque la substance étudiée est ferromagnétique. Cette attraction reste constante au-dessous du point de Curie, puis devient extrêmement petite dans un intervalle de l'ordre du degré, au point de Curie. La mesure est ainsi très précise.

(1) *Thèse*, Zürich, 1919.

(2) *Comptes Rendus*, 1928, 487, 744.

(3) Évaluation très incertaine, mais comme les alliages qui contiennent beaucoup de cobalt ont une forte susceptibilité, cette incertitude n'est pas gênante.

## CHAPITRE II

## Le fer au voisinage du point de Curie.

§ 59. — L'étude de la susceptibilité du fer, au-dessus du point de Curie, a donné des résultats énigmatiques. Certains auteurs <sup>(1)</sup>, ont trouvé dans l'intervalle 800-880° une variation linéaire de  $\frac{1}{\chi}$  avec la température, tandis que d'autres <sup>(2)</sup> trouvent une courbe continue. Les divergences entre les différentes séries d'expérience sont grandes, et ne sauraient être attribuées à des erreurs expérimentales.

Il était intéressant de reprendre les expériences, non pas, certes, entre les mêmes limites, ce qui n'aurait rien apporté de nouveau, mais en accroissant le domaine des températures dans lequel les mesures seraient faites.

Dans la région des hautes températures, la transformation  $\beta \rightarrow \gamma$ , qui se produit au voisinage de 900°, limite les mesures.

Je suis donc descendu, aussi près que possible du point de Curie.

§ 60. Méthodes de mesure au voisinage du point de Curie. — La susceptibilité est forte et varie très rapidement avec la température; la mesure ne présente ainsi aucune difficulté spéciale. Mais, l'électro-aimant utilisé dans les mesures

<sup>(1)</sup> WEISS et Foëx, *J. de Physique*, 1911, 4, pp. 275, 744, 895; PREUSS, *Thèse*, Zürich, 1912.

<sup>(2)</sup> TERRY, *Physical Review*, 1917, 9, 394.

ordinaires, aurait fourni des attractions beaucoup trop fortes, même pour des échantillons ne pesant que 0,05 g. Je l'ai remplacé par une bobine sans fer, bobinée avec du tube de cuivre, et dont l'axe est horizontal.

La substance est placée suivant l'axe, dans la région du maximum d'attraction.

Avec 100 ampères dans la bobine, on atteint 1 000 gauss, dans la région de l'échantillon étudié : un courant d'eau circule dans la bobine de sorte que sa température reste constante. Le courant est mesuré par un dispositif potentiométrique, avec une précision relative de  $\frac{1}{20000}$ . L'étalonnage est fait, une fois pour toutes, avec le courant maximum et une grosse ampoule de pyrophosphate de manganèse. Ce dispositif permet de faire varier le champ magnétique dans lequel se trouve la substance, sans avoir à effectuer un nouvel étalonnage : si la susceptibilité est indépendante du champ, l'attraction est en effet proportionnelle au carré de l'intensité du courant dans la bobine.

Pour faire des mesures correctes, il faut que la température du four reste constante, à  $\frac{1}{50}$  de degré près.

A la température de 800°, cela suppose que le courant d'alimentation du four reste constant à  $\frac{1}{50000}$  près. Avec une bonne batterie d'accumulateurs, des rhéostats bien étudiés et un potentiomètre, on peut maintenir constant, à cette précision, un courant de 20 ampères, pendant plusieurs heures. La réelle difficulté provient de ce que l'eau qui circule dans la chemise de refroidissement du four n'est pas à température constante. Je n'ai utilisé que les séries de mesure dans lesquelles cette constance était satisfaisante.

§ 61. Résultats. — Je donne toujours les susceptibilités brutes, rapportées au gramme. Pour avoir la susceptibilité vraie, il ne faut pas oublier de tenir compte du champ

démagnétisant dû à la forme de l'échantillon :  $h = - n\bar{\mu}$   
 on a :

$$\bar{\mu} = \chi(H - n\bar{\mu}).$$

Tout se passe comme si l'échantillon possédait une suscepti-

TABLEAU II

T°	$\frac{1}{\chi}$		T°	$\frac{1}{\chi}$		T°	$\frac{1}{\chi}$	
778,06	140,26	N	777,80	167,15	M	771,35	45,29	
779,09	159,28		778,98	191,86		771,07	44,84	
780,24	182,58		780,07	214,2		770,78	44,72	
781,57	210,7					770,29	44,84	
782,75	241,0							
783,95	265,6			780,22	183,55			
785,00	293,8			779,15	162,05	767,82	44,22	E
786,15	321,9			777,98	139,87	769,82	44,36	
787,33	351,9			776,58	116,83	771,20	55,39	
789,90	424,2			775,47	98,32	772,62	76,96	
791,02	455,3			774,80	89,30	774,16	102,16	F
792,17	487,3			774,11	80,05	775,80	132,78	
793,32	519,2			773,44	69,97	777,31	166,25	G
794,39	549,7			772,64	59,86	778,80	201,7	
795,46	584,8		772,09	54,54	780,51	242,2	G	
			771,46	48,95	782,00	280,8		
			770,80	45,07	783,48	320,1		
					784,53	351,8		
779,09	157,4	K				786,37	405,1	A
780,35	184,25					789,84	512,3	
781,60	209,8			778,91	145,28			A
783,31	244,1			778,55	137,10			
785,53	291,0			777,98	126,87			
787,79	341,3			777,42	117,87	769,96	45,14	
790,04	395,0			776,95	109,11	770,22	46,99	
			776,38	100,81	770,49	50,13		
			775,87	92,74	770,56	51,05		
769,02	44,80	L	775,20	84,51	770,71	52,77	A	
769,85	44,92		774,55	76,45	770,80	54,56		
771,05	50,03		774,15	71,60	770,98	56,94		
771,73	58,17		773,76	66,77	771,27	60,91		
772,13	63,82		773,44	62,25	771,56	65,57		
772,42	69,17		772,98	57,94	771,87	69,49		
773,49	87,50		772,65	53,84	772,07	72,76		
774,73	108,00		772,24	49,67	772,67	82,18		
775,07	114,48		771,85	47,32	773,27	90,88		
775,56	123,08				773,93	100,21		
776,64	143,15				774,40	108,91		

bilité apparente  $\chi_a$  reliée à la susceptibilité vraie par la formule :

$$\frac{1}{\chi_a} = \frac{1}{\chi} + n.$$

Dans la représentation des inverses, tout se réduit à une simple translation de l'axe des températures, la forme de la courbe  $\frac{1}{\chi} = f(T)$  n'est pas altérée ; en particulier, le calcul de la constante de Curie n'est pas modifié.

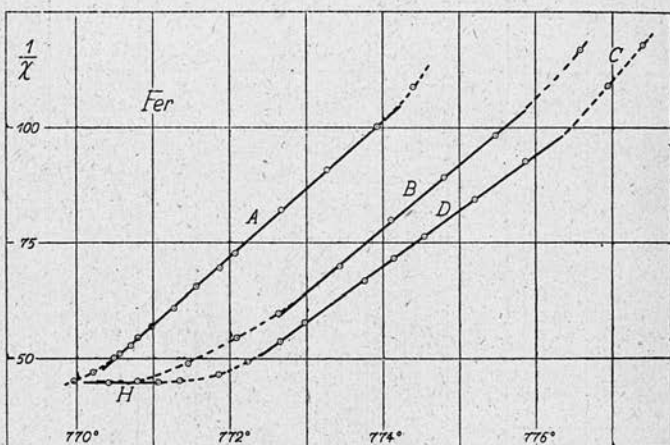


Fig. 15.

Je donne, dans le tableau II, les valeurs de  $\frac{1}{\chi_a}$ , mesurées à différentes températures ; il y a plusieurs séries de mesures séparées par un trait horizontal. Entre deux séries de mesures, la substance était ramenée à la température ordinaire pendant plusieurs heures.

J'ai porté sur les graphiques 15 et 16 les résultats précédents. Les points relatifs à une même série sont reliés par des traits pleins ou interrompus.

Dans toutes ces mesures, l'échantillon de fer étudié ( $m = 0,565$  g.), scellé dans le vide dans une ampoule de

quartz, est toujours resté dans le four exactement dans la même position, aucune des parties de l'appareil n'a été déplacée. Après les mesures, l'ampoule de quartz a été brisée : le fer n'avait subi aucune altération : toutes ces séries d'expérience sont donc rigoureusement comparables.

Or, toutes ces séries donnent des résultats différents. L'état du fer à  $770^{\circ}$  dépend de son histoire antérieure. Le phénomène est d'ailleurs compliqué : les courbes ont des physio-

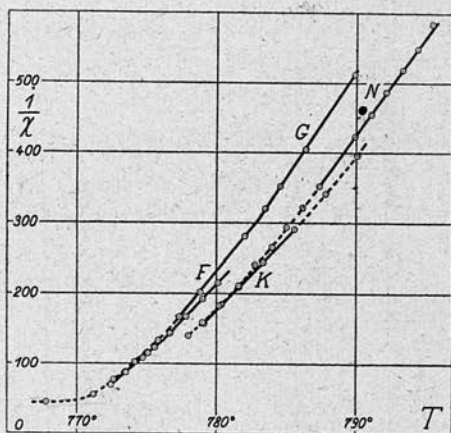


Fig. 16.

nomies très différentes. Certaines d'entre elles possèdent des caractéristiques remarquables : elles sont formées de portions de droites successives. Dans le tableau j'ai réuni par des accolades, les points situés sur une même droite. Le phénomène du « coude », entre deux droites successives, au cours d'une même expérience, est particulièrement bien marqué pour les droites C et D.

L'existence des droites paraît indéniable, surtout si l'on examine celles qui sont au voisinage immédiat du point de Curie, comme les droites A, B, D. Dans un intervalle de *Ann. de Phys.*, 10<sup>e</sup> série, t. XVIII (Juillet-Août 1932). 6

4 degrés, la susceptibilité apparente varie du simple au double et la susceptibilité vraie varie de bien davantage. Remarquons que le coefficient  $n$  du champ démagnétisant est donné par la partie horizontale H.

Les constantes de Curie C, pour chacune des droites précédentes, les constantes de Curie atomiques  $C_M$  et les nombres N de magnétons de Weiss correspondants, calculés par la formule  $N = 14,07$  <sup>(1)</sup>  $C_M$ , ne présentent entre eux aucune relation simple. Je les donne dans le tableau III.

La précision des mesures n'est pas suffisante pour affirmer si les nombres N sont entiers ou non.

TABLEAU III

Droites	C	$C_M$	N
N.	0,0357	1,99	19,8
K	0,0482	2,69	23,0
L	0,0584	3,26	25,4
M	0,0484	2,70	23,1
B	0,0737	4,11	28,5
C	0,0598	3,33	25,7
D	0,0830	4,63	30,2
E	0,0618	3,45	26,1
F	0,0435	2,43	21,9
G	0,0331	1,85	19,1
A	0,0686	3,83	27,5

<sup>(1)</sup> On a pris 1123,5 c. g. s. comme valeur du magnéton de Weiss et 55,84 g. comme poids atomique du fer.

## CHAPITRE III

## Fer-étain et fer-silicium.

§ 62. — J'ai dit au chapitre précédent que la transformation  $\beta \rightarrow \gamma$ , aux environs de  $900^{\circ}$ , limite l'étude de la susceptibilité du fer  $\beta$ , du côté des hautes températures.

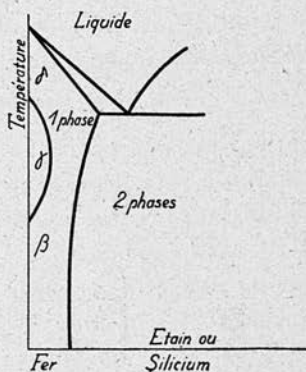


Fig. 17.

On sait qu'à cette température le fer passe du réseau du cube centré au réseau du cube à faces centrées. A  $1350^{\circ}$  se produit la transformation  $\gamma \rightarrow \delta$ , qui est exactement l'inverse de la précédente, de sorte que le fer  $\beta$  et le fer  $\delta$  possèdent la même structure cristalline <sup>(1)</sup>.

<sup>(1)</sup> WESTGREN et PHRAGMÉN, *J. of Iron and Steel Inst.*, 1922, 105, 241.



Mais l'addition au fer de certains métaux, comme l'étain <sup>(1)</sup> et le silicium <sup>(2)</sup>, élèvent le point de transformation  $\beta \rightarrow \gamma$  et abaissent le point de transformation  $\gamma \rightarrow \delta$ , de sorte qu'il suffit de 2 o/o d'étain ou de silicium, pour faire complètement disparaître la phase  $\gamma$  : le fer conserve la même structure cristalline, cube centré, jusqu'à sa fusion. La figure 17 schématise le diagramme thermique correspondant, pour les alliages fer-étain ou les alliages fer-silicium.

M. Weiss a proposé d'utiliser ce fait, pour prolonger l'étude des propriétés paramagnétiques du fer au delà de 900°.

62. — J'ai étudié quatre alliages de fer et d'étain et trois alliages de fer et de silicium. Tous sont des solutions solides dans lesquelles la phase  $\gamma$  a disparu.

Partout la marche du coefficient d'aimantation, en fonction de la température, présente la même allure : de 1100°, limite des mesures, à 950°,  $\frac{1}{\chi}$  varie linéairement avec la température : l'extrapolation de cette droite fournit un point de Curie paramagnétique  $\theta_p$ . Au-dessous de 950°, les points expérimentaux se placent sur une courbe, située au-dessus de la droite, et dont la courbure augmente jusqu'au moment où on atteint le point de Curie ferromagnétique  $\theta_f$ , à une quarantaine de degrés au-dessous de  $\theta_p$ .

J'ai réuni dans le tableau IV quelques-unes des séries de mesures, en ne conservant que les points des hautes températures. Je donne également les produits  $\chi(T - \theta_p)$ , qui permettent d'apprécier avec quelle précision les points se placent sur une droite.

<sup>(1)</sup> WEVER et REINECKEN, *Mitteilungen aus den Kaiser Wilhelm Institut für Eisenforschung*, 1925, 7, 69.

<sup>(2)</sup> WEVER et GIANI, *Mitteilungen aus den Kaiser Wilhelm Institut für Eisenforschung*, 1925, 7, 59; PHRAGMÉN, *J. of Iron and Steel Inst.*, 1926, 109, 397.

TABLEAU IV

T°	$\chi \times 10^6$	$\chi(T-\theta_p) \times 10^4$	T°	$\chi \times 10^6$	$\chi(T-\theta_p) \times 10^4$
Fe Sn 10			Fe Si 5		
1033,0	100,32	2232	1122,5	65,64	2130
1022,8	104,40	2216	1109,3	68,23	2124
1011,7	110,50	2223	1089,1	73,0	2125
1007,1	113,68	2235	1068,4	78,60	2128
985,1	127,67	2239	1052,4	83,59	2127
962,1	147,14	2231	1030,7	91,67	2133
933,7	180,97	2229	1010,2	100,63	2135
Fe Sn 13			986,4	113,16	2132
1047,1	93,81	2215	956,0	134,59	2127
1034,3	99,07	2212	936,8	152,46	2116
1023,7	104,14	2215	Fe Si 4		
1015,8	108,32	2218	1111,8	57,57	2037
998,6	118,24	2218	1094,8	60,37	2033
942,2	168,83	2215	1076,4	63,73	2029
929,4	186,09	2203	1066,1	66,01	2034
Fe Sn 22			1050,6	69,48	2033
1012,3	106,03	2187	1033,6	73,75	2033
1011,3	106,40	2184	1020,1	77,46	2030
993,5	116,94	2187	1012,8	79,85	2035
987,5	120,89	2194	1002,3	83,37	2037
964,1	138,64	2192	987,3	88,66	2033
960,2	142,67	2199	969,5	95,96	2030
936,4	168,19	2193	946,9	107,52	2031
924,0	185,57	2190	Fe Si 7		
Fe Sn 16			1066,1	51,85	1883
1022,1	101,19	2182	1027,3	57,93	1879
998,7	113,47	2181	991,0	65,28	1880
985,9	121,94	2188	954,3	74,76	1879
956,6	145,7	2187	916,4	88,22	1883
947,2	155,17	2183	907,6	91,92	1881
935,4	169,21	2181			

Dans le tableau V, je donne, pour les sept alliages étudiés, les valeurs de la constanté de Curie  $C$ , de  $\theta_p$  et  $\theta_f$ . Je donne également les valeurs du titre atomique et de la constante de Curie atomique.

TABLEAU V

N°	Fer o/o pondéral	Fer o/o atomique	$C \times 10^3$	$C_M$	$\theta_p$	$\theta_f$
					degrés	degrés
Sn 10	95,23	97,70	2228	1,276	810,5	768,1
Sn 13	92,35	96,25	2216	1,290	811	769,4
Sn 22	87,95	93,95	2191	1,307	806	767,5
Sn 16	87,21	93,55	2183	1,308	806,5	764,2
Si 5	97,04	94,32	2129	1,155	798	749,8
Si 4	93,59	88,03	2033	1,072	758	701,6
Si 7	89,72	81,41	1881	0,953	703	"

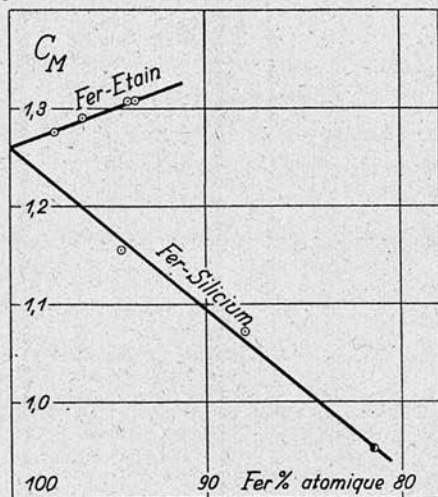


Fig. 18.

J'ai reporté ces valeurs sur les graphiques 18 et 18 bis. L'extrapolation vers le fer pur, c'est-à-dire l'objet même du travail, fournit les valeurs suivantes :

$$C_M = 1,26 \quad \theta_f = 772^\circ \quad \theta_p = 815^\circ.$$

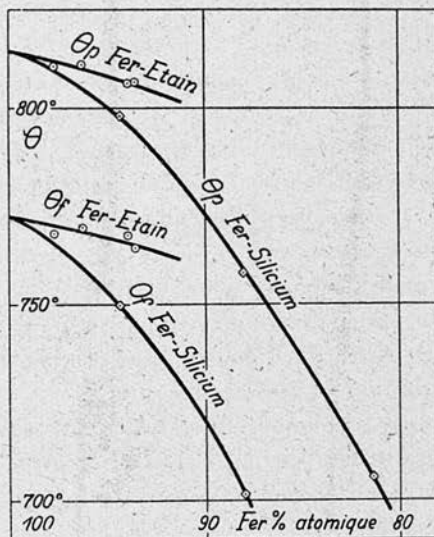


Fig. 18 bis.

On voit aussi que les deux séries d'alliages fournissent des résultats concordants. Le nombre de magnétons correspondant est 15,79.

## CHAPITRE IV

## Cobalt-platine.

§ 63. **Généralités.** — J'ai étudié une série de huit alliages de platine et de cobalt. Au point de vue ferromagnétique, Constant <sup>(1)</sup> a déjà étudié des alliages à 1, 2, 3, 5 et 10 0/0 de cobalt : il a remarqué le premier qu'une faible proportion de cobalt rendait l'alliage ferromagnétique à la température ordinaire. Devant ces résultats surprenants, il a paru intéressant d'en entreprendre l'étude précise.

J'ai fait l'étude paramagnétique jusqu'à 1 100°, j'ai déterminé le point de Curie ferromagnétique et Sadron <sup>(2)</sup> a déterminé la saturation au zéro absolu.

Les trois premières colonnes du tableau VI donnent le numérotage des alliages, leur titre pondéral, et leur titre atomique. Dans la suite, pour abrégé, je désignerai les alliages par leur numéro.

Au point de vue des résultats, on peut partager les alliages en trois groupes.

§ 64. **Premier groupe.** — Le premier groupe comprend les alliages 5, 6, 7 et 8, c'est-à-dire les plus riches en cobalt. Ils donnent des résultats réguliers et sont parfaitement réversibles. Les colonnes 4 et 5 donnent leur saturation spécifique et atomique au zéro absolu (Sadron). Les courbes  $\frac{1}{\chi} = f(T)$  présentent toutes le même caractère. Au voisinage du point

<sup>(1)</sup> *Phys. Rev.*, 1929, 34, 1217; *Phys. Rev.*, 1930, 36, 1654.

<sup>(2)</sup> *Thèse*, Strasbourg, 1932.

de Curie ferromagnétique  $\theta_f$ , on a une région de courbure régulière et c'est seulement à  $150^\circ$  au-dessus de  $\theta_f$ , que la variation de  $\frac{1}{\chi}$  avec la température, commence à être rectiligne. Cette partie rectiligne permet de déterminer une constante de Curie C, et un point de Curie paramagnétique  $\theta_p$ . Les colonnes 6, 7, 8 et 10 du tableau donnent les valeurs  $\theta_f$ , point de Curie ferromagnétique,  $\theta_p$ , C et de  $C_M$ , constante de Curie atomique.

Je n'ai pas déterminé  $\theta_p$  et C pour l'alliage 8, car à la température de  $1100^\circ$  on était encore dans la région troublée du voisinage du point de Curie.

TABLEAU VI  
*Cobalt-Platine.*

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
N°	Co o/o pondéral	Co o/o atomique	$\sigma$	$\sigma_M$ Magnétons	C $\times 10^6$	$C_M$	$\theta_p$	Domaine d'observation des droites	$\theta_f$
							degrés	degrés	degrés
1	1,04	3,36	»	»	1291 1145	0,246 0,218	— 277 — 236	130-350 9-250	»
2	2,26	7,11	»	»	1832 1162	0,349 0,216	— 681 — 131	700-1100 13-200	»
3	4,99	14,81	»	»	1246 2003	0,231 0,372	— 157 — 520	240-500 650-1100	»
4	9,86	26,59	25,0	3,53	1907 2451	0,334 0,429	42 — 91	150-450 650-1100	»
5	19,82	45,01	41,2	4,83	2750 3645	0,437 0,580	124 204	200-400 700-1100	78
6	37,72	66,72	70,1	6,49	5250	0,703	543	800-1100	408
7	59,86	83,16	104,0	7,57	8500	0,887	812	900-1100	778
8	79,50	92,77	131,5	8,04	12310	1,008	973	1050-1100	946
					»	»	»	»	»

§ 65. Deuxième groupe. — L'alliage 4 a des propriétés compliquées. A haute température, de  $1100^\circ$  à  $700^\circ$ ,  $\frac{1}{\chi}$  varie

linéairement avec la température : on a :  $C = 0,00364$ ,  $\theta_p = 204^\circ$ . De  $700^\circ$  à  $600^\circ$ , il existe une région confuse où le coefficient d'aimantation croît avec la température. Ce phénomène correspond à une transformation qui n'est pas de nature purement magnétique : probablement une ségrégation de l'alliage en deux phases.

Au-dessous de  $600^\circ$ , on a une nouvelle variation rectiligne de  $\frac{1}{\chi}$ , puis la région habituelle de courbure au voisinage du point de Curie. Les constantes correspondantes sont :

$$\theta_f = 78^\circ \quad \theta_p = 124^\circ \quad C = 0,00275.$$

En trempant l'alliage à partir d'une température supérieure à  $700^\circ$ , on peut conserver en partie l'état des hautes températures, et obtenir une substance dont le point de Curie ferromagnétique est à  $208^\circ$ , c'est-à-dire de  $130^\circ$  plus élevé que celui de l'alliage refroidi doucement.

§ 66. Troisième groupe. — Il comprend les alliages 1, 2 et 3, les plus riches en platine.

Les courbes représentatives de  $\frac{1}{\chi}$ , en fonction de la température, sont formées d'une succession de parties rectilignes : dans une expérience, pour l'alliage 2 on a obtenu par exemple les trois droites :

$$\text{de } 13^\circ \text{ à } 200^\circ, C_M = 0,216, \theta_p = -131^\circ$$

$$\text{de } 240^\circ \text{ à } 500^\circ, C_M = 0,231, \theta_p = -157^\circ$$

$$\text{de } 650^\circ \text{ à } 1100^\circ, C_M = 0,372, \theta_p = -520^\circ$$

Cette décomposition en droites présente les caractères suivants :

On ne constate jamais de discontinuités dans les coefficients d'aimantation.

Si on recommence l'expérience, on n'obtient pas, en général, les mêmes droites, mais des droites parallèles, décalées de plusieurs degrés par rapport aux précédentes : les causes

qui règlent le passage d'une droite à la suivante sont insaisissables.

Pour illustrer le caractère de ces phénomènes, je me contente de prendre un exemple pris parmi beaucoup d'autres que j'ai observés. Ce sont deux expériences à basse température sur l'alliage 1.

Dans une expérience, j'ai observé les droites AB et BC

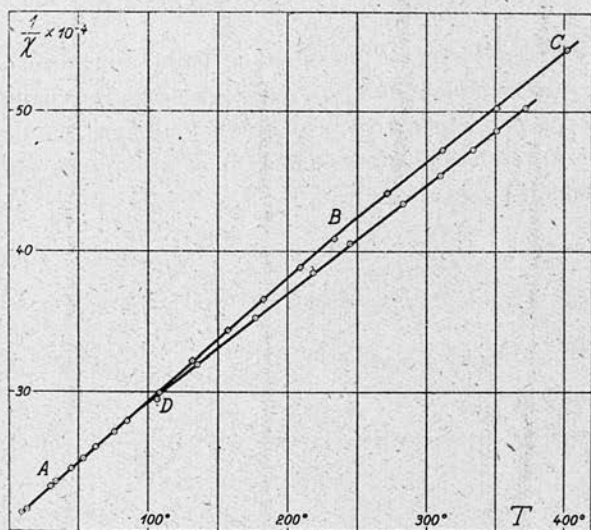


Fig. 19.

(fig. 19) avec un coude en B; dans une seconde expérience les premiers points observés étaient encore sur la droite AB, mais le coude au lieu de se produire en B s'est produit en D à une température beaucoup plus basse, et j'ai observé, ensuite, une nouvelle droite DE parallèle à BC.

Je n'insiste pas sur ces phénomènes, leur existence paraît bien établie et ces résultats sont tout à fait en accord avec les faits mis en lumière par Mlle Collet et M. Foëx (1) pour différentes substances et en particulier le platine pur.

(1) P. COLLET et G. FOËX, *J. de Phys.*, 1931, 2, 290.



## CHAPITRE V

## Nickel-palladium.

§ 67. — Les alliages de nickel et de palladium forment une série ininterrompue de solutions solides depuis le palladium pur jusqu'au nickel (1) J'ai étudié 8 alliages, numérotés de 1 à 8, dont les titres pondéraux et atomiques sont donnés dans le tableau VII.

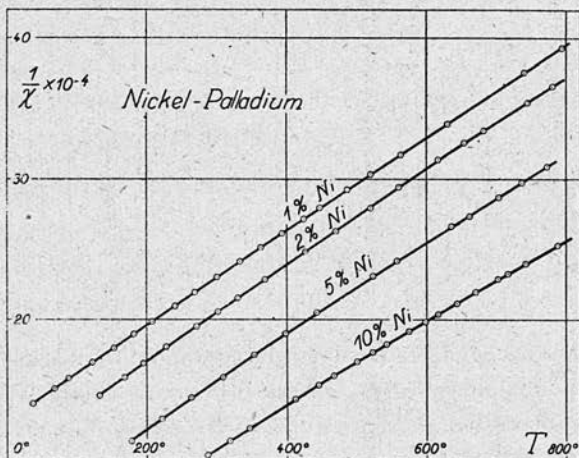


Fig. 20.

La saturation au zéro absolu de ceux d'entre les alliages qui sont ferromagnétiques, a été déterminée par Sadron, je

(1) HEINRICH, *Z. für anorg. u. allg. Chemie*, 1913, 83, 322 ;  
VAN LIEMPT, *Rec. des Trav. chimiques des Pays-Bas*, 1926, 45, 203.

donne dans le tableau la saturation spécifique  $\sigma$  et la saturation atomique  $\sigma_M$ .

Les graphiques 20 et 21 donnent l'inverse de la susceptibilité en fonction de la température pour la série des huit alliages. Les courbes obtenues présentent toutes leur concavité vers l'axe des températures. Cette concavité est géné-

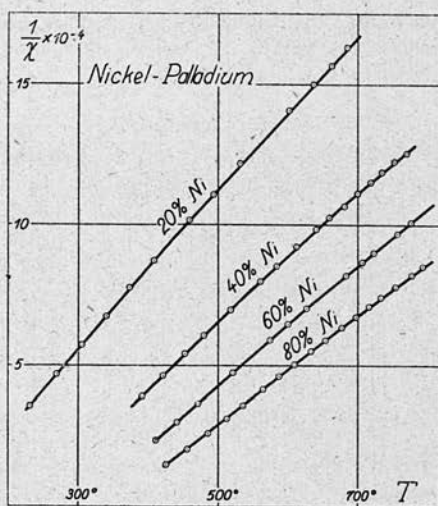


Fig. 21.

ralement faible, et *a priori*, on pourrait penser qu'elle est due à un faible paramagnétisme constant superposé.

Mais si on essaye une correction de paramagnétisme constant, de manière à rectifier au mieux la courbe  $\frac{1}{\chi} = f(T)$ , on constate que le paramagnétisme constant ainsi obtenu varie d'une manière irrégulière avec le titre des alliages. Une telle explication paraît improbable.

A l'exemple de ce qui se passe dans d'autres cas où les phénomènes sont alors extrêmement nets, comme dans les platine-cobalt, il semble plus correct de considérer ces cour-

TABLEAU VII  
Nickel-Palladium.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
N <sup>o</sup>	Ni o/o pondéral	Ni o/o atomique	$\sigma$	$\sigma_M$ en magnétons	C $\times 10^6$	C <sub>M</sub>	$\theta_p$	Domaine d'observation des droites	$\theta_f$
							degrés	degrés	degrés
1	1,15	2,07			3037	0,321	— 400	400-800	
					2956	0,312	— 379	20-330	
2	1,81	3,24			3161	0,332	— 336	615-780	
					2917	0,307	— 297	200-450	
3	4,98	8,70			2781	0,285	— 127	20-250	
					3208	0,329	— 217	500-750	
					2905	0,298	— 154	250-450	
4	9,95	16,73			3635	0,359	— 129	670-790	
					3382	0,334	— 74	450-650	
					2931	0,289	— 18	150-250	
5	19,73	30,86	45,4	2,37	3407	0,313	110	200-400	81,7
					3652	0,335	81	400-700	
6	39,99	54,78	53,8	2,81	4050	0,326	238	350-550	214,3
					4740	0,381	172	650-800	
7	60,02	73,19	55,6	2,90	4585	0,328	303	400-600	280,6
					5730	0,410	200	600-800	
8	79,98	87,90	57,3	2,99	5039	0,325	354	450-650	326,1
					5585	0,360	319	700-800	

bes comme formées de deux droites successives formant entre elles un petit angle.

Les colonnes 6, 7, 8 et 10 du tableau résument les résultats et donnent les valeurs de C, C<sub>M</sub>,  $\theta_p$  pour les différentes portions de droites, ainsi que les valeurs de  $\theta_f$ .

## TROISIÈME PARTIE

## CHAPITRE PREMIER

## Propriétés magnétiques des métaux.

§ 68. — Dans la première partie de ce travail, j'ai montré qu'une substance, douée d'un moment magnétique et d'un champ moléculaire négatif possédait, aux basses températures, un paramagnétisme constant.

La plupart des métaux non diamagnétiques possèdent un paramagnétisme constant; il est naturel de l'attribuer au mécanisme proposé. J'en déduis que les métaux, en général, ont à la fois un moment magnétique et un champ moléculaire.

Quand ce champ moléculaire est positif, le corps est ferromagnétique, c'est le cas du fer, du nickel et du cobalt.

Quand il est négatif, le corps est au contraire paramagnétique, et sa susceptibilité est indépendante de la température: c'est le cas du chrome, du manganèse, du vanadium, etc. Enfin, il peut arriver que les fluctuations de ce champ moléculaire négatif soient assez faibles pour que, dès la température ordinaire, il dégénère en un paramagnétisme variable à point de Curie négatif; c'est le cas du platine et du palladium.

Si je pouvais les chauffer suffisamment, tous les métaux suivraient la loi de Weiss. Ferromagnétisme et paramagnétisme constant sont simplement des anomalies cryomagnétiques.

Il est important de montrer directement et expérimentalement l'existence d'un moment dans les paramagnétiques constants.

La saturation d'un ferromagnétique au zéro absolu est le seul moyen d'atteindre la grandeur du moment, indépendamment de toute hypothèse.

Pour orienter dans une direction déterminée les moments d'un paramagnétique constant, il faudra le diluer dans un corps ferromagnétique. J'ai déjà exposé, au chapitre VII, les conséquences de la théorie. La dilution dans un ferromagnétique est une méthode générale qui permet d'atteindre le moment magnétique des métaux.

Sadron <sup>(1)</sup>, dans ses expériences sur les alliages de nickel et de cobalt, est arrivé en même temps que moi, et par des voies différentes, à l'hypothèse que le moment du métal ajouté (Mn par exemple) se disposait soit parallèlement, soit antiparallèlement à l'aimantation générale du diluant (Ni ou Co). Cette hypothèse rentre complètement dans les vues générales exposées dans la première partie de ce travail.

Ces hypothèses admises, Sadron a déterminé le moment atomique des métaux qui précèdent le fer dans la classification périodique des éléments. Les moments des métaux à paramagnétisme constant, portés sur un graphique en fonction du numéro atomique, sont situés sur une courbe régulière, sur laquelle viennent également se placer les moments du fer, du nickel et du cobalt. Cette courbe présente une analogie remarquable avec la courbe du moment des ions de Cabrera.

Ces résultats prouvent que les hypothèses de départ sont cohérentes et fournissent des données qui cadrent avec les résultats déjà connus.

D'ailleurs, j'ai pu mettre en évidence un moment du manganèse et du chrome d'une manière tout à fait différente ; si l'on diminue les actions mutuelles à courte distance, le paramagnétisme constant dégénère progressivement en parama-

(1) SADRON, *Thèse*, Strasbourg, 1932.

gnétisme variable. Effectivement j'ai constaté <sup>(1)</sup> que le chrome et le manganèse, dilués respectivement dans l'or et l'argent, suivaient la loi de Weiss.

Il y a ainsi beaucoup de preuves expérimentales, en faveur du moment magnétique du chrome et du manganèse.

D'après les calculs du paragraphe 46, la susceptibilité d'un corps à paramagnétisme constant est donnée par la formule :

$$\chi = \frac{N\mu^2}{9k\theta}$$

$\mu$  est le moment magnétique du porteur et  $\theta$  caractérise le champ moléculaire. La mesure de la susceptibilité fournit uniquement le rapport  $\frac{\mu^2}{\theta}$ . Mais, une fois le moment magnétique déterminé par la méthode de dilution, on pourra déduire de cette formule une valeur approchée du champ moléculaire.

J'ai supposé, dans tous ces raisonnements, le moment magnétique invariable. Il se peut que les phénomènes soient encore plus complexes et que le moment magnétique lui-même change.

## CHAPITRE II

### Les deux points de Curie.

§ 69. — J'ai interprété, dans le chapitre III de la première partie, la différence entre les deux points de Curie, qui se présente invariablement dans tous les métaux et leurs alliages. J'ai entrepris des expériences sur le fer, pour préciser la variation de  $\frac{1}{\chi}$  en fonction de la température, au voisinage

<sup>(1)</sup> A paraître *J. de Physique*.

du point de Curie. En joignant mes résultats à ceux qu'ont obtenus différents auteurs entre  $780^{\circ}$  et  $900^{\circ}$ , on peut énoncer les propriétés suivantes :

En gros, à une précision de quelques unités pour cent, la variation de  $\frac{1}{\chi}$  avec la température n'est pas linéaire, elle a l'allure suivante (fig. 22). La courbure est forte au voisinage

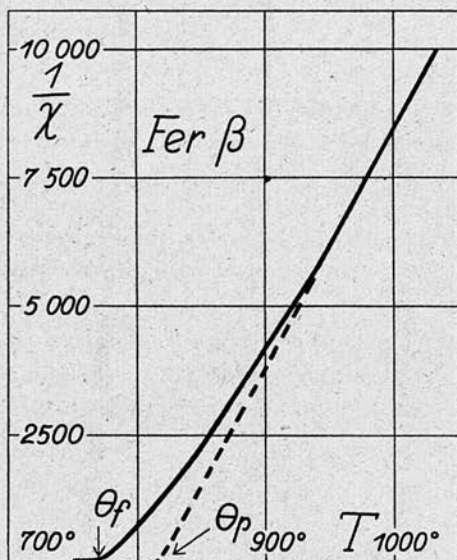


Fig. 22.

du point de Curie, tandis qu'à haute température la courbe admet une asymptote qui lui est très voisine. L'analogie entre cette courbe, et celles que j'ai calculées, § 24, est très frappante. Etant donnés la simplicité et le caractère de nécessité des hypothèses faites, il semble que les fluctuations du champ moléculaire soient bien la clef de cette variation générale de courbure.

Maintenant, si j'essaye de déterminer expérimentalement cette courbe avec plus de précision, je constate, en réalité,

qu'elle est formée d'une succession de parties rectilignes ; ces parties rectilignes sont très courtes près du point de Curie : quelques degrés, tandis qu'elles atteignent 150 degrés de 950° à 1100°.

J'ai compté pour le fer entre 770° et 1100°, cinq droites successives bien caractérisées : il y en a probablement bien davantage.

Le caractère le plus frappant de cette décomposition est le suivant : les conditions expérimentales restant les mêmes, deux variations thermiques successives ne donnent pas la même décomposition ; on obtient des droites différentes assujetties seulement à la condition générale : d'une droite à la suivante, il n'y a pas de discontinuité dans l'aimantation. On calcule, de la sorte, un très grand nombre de constantes de Curie, entre lesquelles ne semble exister aucune relation.

Ainsi, il existe dans le fer un mécanisme inconnu, extrêmement sensible aux moindres variations dans l'état de la substance, qui altère la courbe régulière donnée par la théorie et la décompose d'une manière irrégulière, variable d'une expérience à l'autre, en segments de droite.

Dans le platine, aux basses températures, Mlle Collet et M. Foëx (1) ont observé des phénomènes tout à fait analogues. La théorie du champ moléculaire négatif indiquerait que le paramagnétisme du platine, quand la température s'abaisse, doit devenir indépendant de la température : on devrait obtenir une courbe régulière analogue à celle de la figure 14. L'expérience, au contraire, montre des droites successives : le « principe rectifiant » joue encore. Ces phénomènes s'observent encore dans les alliages, comme je vais le montrer.

(1) *C. R.*, 1931, 192, 930 ; *C. R.*, 1931, 192, 1213 ; *J. de Phys.*, 1931, 2, 290.



## CHAPITRE III

## Les platine-cobalt du point de vue théorique.

§ 70. — J'ai étudié deux séries complètes d'alliages : les platine-cobalt et les nickel-palladium.

Malheureusement, au point de vue paramagnétique, la deuxième série donne des résultats très compliqués, à cause de l'existence du deuxième état du nickel à 9 magnétons dont l'existence est favorisée par la présence de palladium. D'autre part, comme je me place ici au point de vue du champ moléculaire, il est préférable d'étudier les platine-cobalt où la différence entre le champ moléculaire positif du cobalt et le champ moléculaire négatif du platine est bien plus grande que dans les nickel-palladium.

J'ai esquissé, dans les paragraphes 37 à 45, une théorie des alliages entre métaux à champ moléculaire positif et métaux à champ moléculaire négatif. Le résultat essentiel des calculs était le suivant :  $\frac{1}{\chi}$  ne varie pas linéairement avec la température ; on obtient une courbe concave vers l'axe des températures qui admet vers les hautes températures une asymptote définie par les constantes C et  $\theta$ . C, inverse du coefficient angulaire peut être considéré comme une constante de Curie, et  $\theta$ , point où la droite coupe l'axe des températures, peut être considéré comme un point de Curie paramagnétique. Au point de Curie ferromagnétique  $\theta'$ , la tangente à la courbe  $\frac{1}{\chi} = f(T)$  donne de même C' et  $\theta'$ . Quand on fait croître la température depuis  $\theta'$  jusqu'à  $+\infty$ , les constantes de Curie des tangentes varient de C' à C, et les points de Curie varient de  $\theta'$  à  $\theta$ . Imaginons maintenant que le « principe rectifiant » dont nous avons donné quelques

exemples dans le chapitre précédent, s'applique encore dans le cas des alliages. Au lieu d'une courbe continue, j'aurai une série de droites qui se disposeront les unes à la suite des autres, de manière à figurer, de loin, la courbe régulière calculée. Les valeurs des  $C$  et des  $\theta$  de ces différentes droites

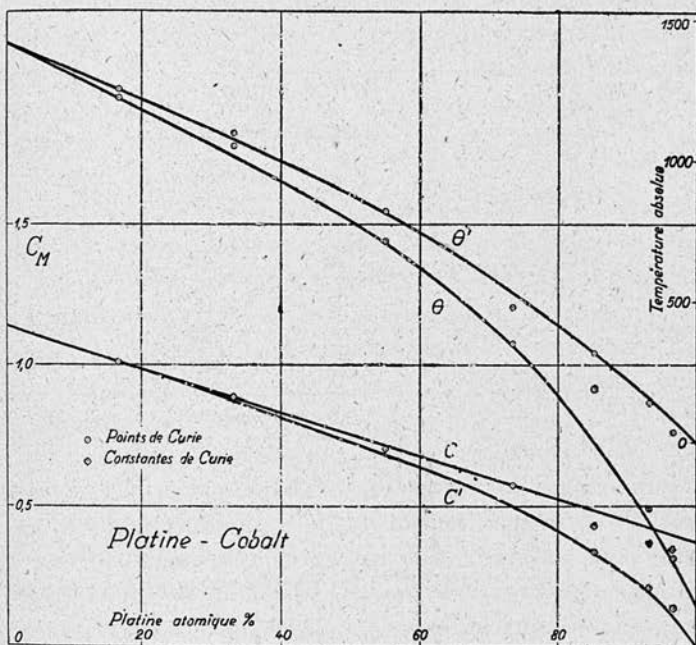


Fig. 23.

seront respectivement comprises entre  $C$  et  $C'$  et entre  $\theta$  et  $\theta'$ ,

Pour comparer la théorie à l'expérience, j'ai procédé de la manière suivante : j'ai tracé sur la figure 23, en fonction du titre atomique, les valeurs de  $\theta$  et  $\theta'$  et les valeurs de  $C$  et  $C'$ . Pour calculer ces courbes, il me suffisait de connaître  $b$ , car les valeurs :

$$\begin{aligned} C_A &= 1,14 & a &= 1224 \\ C_B &= 0,35 & c &= -1640 \end{aligned}$$

sont connues d'après les métaux purs. J'ai pris  $b = a = 1224$ .

D'après ce que nous venons de dire, les différentes constantes de Curie observées (points carrés) devront se placer entre les courbes C et C' et les points de Curie observés (points ronds) devront se placer entre les courbes  $\theta$  et  $\theta'$ . On voit que l'accord est très satisfaisant.

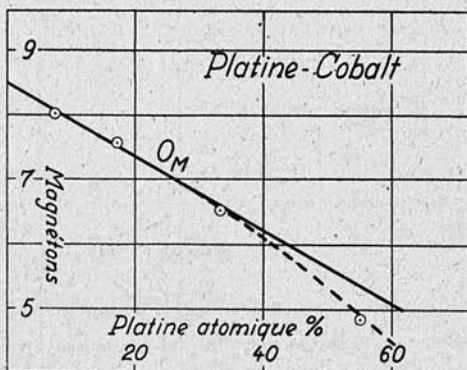


Fig. 24.

Mais ce n'est pas tout. Dans le graphique 24, j'ai reporté les valeurs des saturations atomiques exprimées en magnétons, et la courbe calculée d'après la méthode du paragraphe 40, en prenant 8,5 et 2,84<sup>(1)</sup> comme moments ferromagnétiques du cobalt et du platine, et en adoptant les valeurs des coefficients du champ moléculaire obtenues d'après le paramagnétisme. Le déficit de la saturation est expliqué.

§ 71. Nickel-palladium — On sait que le nickel, paramagnétique jusqu'à 900°<sup>(2)</sup>, et le palladium<sup>(3)</sup> possèdent tous les deux 8 magnétons. La constante de Curie atomique correspondante est 0,3232.

(1) Moments donnés par SADRON dans sa thèse (Strasbourg, 1932).

(2) WEISS et Foëx, *J. de Phys.*, 1911, pp. 275, 744 et 895.

(3) KOPP, *Thèse*, Zürich, 1919.

D'après les considérations exposées dans les paragraphes précédents, les constantes de Curie observées devraient être toutes inférieures ou égales à 0,3232, mais en se reportant au tableau VII, on voit qu'on a trouvé 0,410 pour l'alliage 7. Il y a donc autre chose. Au-dessus de 880°, le nickel change d'état et prend 9 magnétons (1) ; la valeur de  $C_M$  correspondante est 0,4091. La présence de palladium semble favoriser l'état du nickel à 9 magnétons. J'ai donc, vraisemblablement, dans ces alliages de nickel et de palladium, un mélange de trois substances au moins, de sorte que l'interprétation est impossible.

Cependant, si l'on admet que l'état du nickel à 9 magnétons est un état de hautes températures, on peut convenir d'arrêter les expériences à 500° pour être sûr, autant que possible, que l'échantillon étudié ne contient que du nickel à 8 magnétons. Dans ces conditions, on constate en effet que les constantes de Curie observées oscillent assez près de la valeur 0,3232.

D'autre part, on n'observe pas de constantes de Curie qui soient beaucoup plus faibles que cette dernière valeur, comme dans le cas des platine-cobalt. Cela tient au fait que les expériences n'ont pas été poussées au-dessous de la température ordinaire et que cette température est élevée relativement au point de Curie du nickel, tandis qu'elle était plutôt faible vis-à-vis du point de Curie du cobalt.

§ 72. — En somme, ces expériences, faites sur un grand nombre d'alliages de compositions différentes, confirment pour le moment paramagnétique du palladium la valeur de 8 magnétons obtenue par Kopp (2).

D'autre part, d'après nos hypothèses, le moment ferromagnétique du palladium serait de 3 magnétons.

Nickel et palladium possèdent ainsi le même moment

(1) BLOCH, *Thèse*, Zürich, 1912 ; RENKER, *Thèse*, Zürich, 1913.

(2) KOPP, *loc. cit.*

dans l'état ferromagnétique et dans l'état paramagnétique. Il semble qu'il n'y ait pas d'autre différence entre eux que le signe du champ moléculaire. De plus, Sadron <sup>(1)</sup> a fait remarquer que le nickel et le palladium se trouvaient dans la même colonne verticale du tableau de la classification périodique des éléments de Mendéléeff. Ses expériences montrent que ce fait est général et que le moment magnétique ne dépend que de la structure de la couche électronique extérieure.

On voit ainsi l'intérêt que présente l'étude magnétique des alliages.

### CONCLUSIONS GÉNÉRALES

J'ai développé une théorie du champ moléculaire basée sur l'hypothèse de l'existence, dans un cristal, entre deux porteurs de moment magnétique, d'une énergie potentielle relative  $\Phi$ , fonction de la distance et de la position relative des deux porteurs.

Pour étudier les modifications que cette manière de voir apporte à la théorie classique du champ moléculaire de Weiss, j'ai poussé les calculs en prenant pour  $\Phi$  des fonctions particulièrement simples.

En relation avec ces conceptions théoriques, j'ai étudié expérimentalement le paramagnétisme du fer et d'un grand nombre d'alliages. Dans ce travail je n'ai pu donner qu'un petit nombre des résultats expérimentaux.

Les résultats généraux sont les suivants :

1° On arrive à une interprétation satisfaisante de la différence entre les deux points de Curie.

2° On prévoit une augmentation anormale de la chaleur spécifique des ferromagnétiques, au-dessus du point de

(1) SADRON, *loc. cit.*

Curie, dans une région de température de l'ordre de grandeur de la différence des deux points de Curie.

3° Sans faire appel à la notion de domaine élémentaire on interprète, dans les champs forts, les courbes d'aimantation des ferromagnétiques.

4° Sans faire appel à aucune nouvelle hypothèse on indique une interprétation de l'hystérèse et du champ coercitif.

5° On développe une théorie du paramagnétisme constant dans les métaux.

6° On en déduit que tous les métaux possèdent un moment magnétique et un champ moléculaire, et on indique le moyen de les déterminer.

7° La théorie indique qu'au voisinage du point de Curie dans les métaux purs, et pour les alliages dans des régions de température beaucoup plus étendues,  $\frac{1}{\chi}$  varie d'une manière curviligne avec la température. L'expérience montre qu'on obtient en réalité une ligne brisée dont l'allure générale rappelle grossièrement la courbe calculée. Ce phénomène est indiscutable et, pour le moment, inexpliqué.

---

*Le Gérant : F. AMIRAULT.*