L'apprentissage de la preuve dans l'enseignement supérieur aux Antilles : un état des lieux en début de cursus

Mickaëlle Ramassamy, Antoine Delcroix, Maurizio Ali

► To cite this version:

Mickaëlle Ramassamy, Antoine Delcroix, Maurizio Ali. L'apprentissage de la preuve dans l'enseignement supérieur aux Antilles : un état des lieux en début de cursus. Journées de la Recherche en Education (JRE) 2020, Apr 2020, Faa'a, Polynésie française. 10.1007/s11858-008-0085-0 . hal-02476820

HAL Id: hal-02476820

<https://hal.science/hal-02476820>

Submitted on 13 Feb 2020

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

L'apprentissage de la preuve dans l'enseignement supérieur aux Antilles :

Un état des lieux en début de cursus

Mickaëlle RAMASSAMY, mickaëlle.ramassamy@univ-antilles.fr

CRREF, Université des Antilles

Antoine DELCROIX, antoine.delcroix@univ-antilles.fr

CRREF, Université des Antilles

Maurizio ALÌ, maurizio.ali@inspe-martinique.fr

CRREF, Université des Antilles

Dans le champ des mathématiques, la preuve – en tant que processus permettant d'établir une proposition à partir d'hypothèses et dans le respect de règles logiques – occupe une place fondamentale. Ses fonctions sont débattues tant dans le domaine de la recherche mathématique, que dans celui de l'épistémologie. Le vocabulaire la concernant (démonstration, justification, explication...) fait aussi l'objet de nombreux débats. Ainsi, certains lui prêtent une fonction de validation (Balacheff, 1987), d'autres une fonction explicative amenant à une meilleure compréhension des mathématiques (Hanna, 1995). En ce sens, une attention particulière lui est portée dans l'enseignement secondaire français. Les programmes régissant l'enseignement des mathématiques demandent que le début de son apprentissage commence vers l'âge de 12 ans, en classe de cinquième, de façon progressive, en introduisant plusieurs formes de raisonnement (inductif et déductif). Cependant, le formalisme ne doit pas être un obstacle à cet apprentissage. Le produit final, la démonstration, est laissé de prime abord au second plan afin de favoriser l'apprentissage de la preuve par le raisonnement. Au lycée, depuis l'année 2019, le raisonnement, sous les mêmes recommandations de progressivité, possède une place à part entière dans les programmes, témoignant de son importance, pour l'institution, dans l'apprentissage de la preuve. Nous retrouvons dans ces directives institutionnelles les positions de certains chercheurs quant à la preuve : la progressivité de l'apprentissage (Tanguay, 2007) et la distinction entre preuve et démonstration – en tant que produit final écrit (Balacheff, 1987).

En accord avec Balacheff (1987), la preuve sera pour nous une explication acceptée par une communauté à un moment donné et la démonstration une preuve acceptée, pour sa forme particulière, par la communauté mathématique. Un point de vue cognitif et dialectique nous amène à distinguer l'argumentation de la preuve ainsi que discuté dans Pedemonte (2008), tout en considérant une certaine unité cognitive dans ces deux éléments. Cette unité peut être considérée comme un obstacle épistémologique (Bachelard, 1960) dans l'apprentissage de la preuve bien qu'elle soit insuffisante pour expliquer toutes les difficultés des élèves dans la construction de la preuve dont une étape cruciale est l'argumentation, comme dans la construction de conjectures. En effet, preuve et conjecture sont considérées par Lakatos (1984) comme produits de la logique rationnelle d'un sujet et donc liées à l'argumentation. Ceci amène souvent les élèves à une confusion sémantique entre ces éléments. La dissipation de cette confusion marque un point d'étape dans l'apprentissage de la preuve.

Dans le contexte de l'enseignement secondaire antillais, l'apprentissage de la preuve mathématique est soumis aux recommandations institutionnelles nationales de progressivité, considérant l'argumentation et les différents types de raisonnement comme des points d'appui dans cet apprentissage, délaissant de prime abord la démonstration. L'analyse des programmes de Classes

Préparatoires aux Grandes Écoles (CPGE) ou des maquettes des licences mathématiques de l'université des Antilles nous montre que, dans l'enseignement postsecondaire, la preuve est présente de façon transversale dans les apprentissages mais n'y fait pas, cependant, l'objet d'un enseignement explicite. Nous pouvons donc nous demander si l'apprentissage de ce processus est acquis à l'issue du cursus secondaire, comme souhaité dans les programmes et attendu dans les enseignements mathématiques postsecondaires. Nous nous posons également la question du ressenti des élèves à l'issue du cursus secondaire vis-à-vis de la preuve mathématique. Nous nous demandons enfin si ce ressenti est en concordance avec les réelles capacités argumentatives et démonstratives des élèves.

L'étude présentée dans cette communication décrit les perceptions d'étudiants vis-à-vis de cet objet de savoir. Nous nous focalisons sur un public d'étudiants en début de cursus postsecondaire dans des filières où l'enseignement des mathématiques possède une part horaire hebdomadaire importante, à savoir des étudiants de première année de licence mathématique de l'université des Antilles et des étudiants de première année de CPGE d'un lycée de la Martinique. Un questionnaire a ainsi été administré à ce public une semaine après la rentrée universitaire avec deux objectifs principaux. Il s'agissait, d'une part, de recueillir les perceptions de ces étudiants sur la preuve et d'autre part de confronter ces perceptions avec leurs capacités argumentatives. Pour remplir ce deuxième objectif, il leur était demandé d'effectuer une analyse de démonstrations produites par leurs pairs, impliquant l'une un raisonnement par contraposée et l'autre un raisonnement par récurrence.

Un premier traitement des réponses montre un écart entre les perceptions de ces étudiants et certaines capacités révélées par l'analyse des démonstrations, sans distinction significative quant au public interrogé. Nous remarquons que la confusion entre preuve et conjecture est majoritairement encore présente. Ces éléments nous montrent que l'apprentissage de la preuve n'est pas achevé à la fin de l'enseignement secondaire. En effectuant un suivi des cohortes concernées par cette première étude, nous envisageons de mesurer l'évolution de l'écart observé et la poursuite de l'acquisition des mécanismes de la preuve chez ces étudiants au long de leur cursus postsecondaire.

Mots clés : preuve, démonstration, mathématiques, enseignement supérieur

Références

- Bachelard, G. (1960). La formation de l'esprit scientifique : contribution à une psychanalyse de la connaissance objective. Paris: Vrin.
- Balacheff, N. (1987). Processus de preuve et situations de validation. *Educational Studies in Mathematics* 18(2), 147-176.
- Hanna, G. (1995). Challenges to the Importance of Proof. *For the Learning of Mathematics*, 15(3), 42-49.
- Lakatos, I. (1984). Preuves et réfutations : essai sur la logique de la découverte mathématique. Paris: Hermann.
- Pedemonte, B. (2008, 8). Argumentation and algebraic proof. *ZDM*, 40, 385-400. doi:10.1007/s11858-008-0085-0
- Tanguay, D. (2007). Learning Proof: from Truth towards Validity. Proceedings of the Xth Conference on Research in Undergraduate Mathematics Education (RUME, Février 2007), San Diego State University, San Diego, Californie. URL : <http://www.rume.org/crume2007/eproc.html>