



**HAL**  
open science

# Modélisation de l'évolution long-terme de l'énergie de production primaire et du prix des métaux

Olivier Vidal

► **To cite this version:**

Olivier Vidal. Modélisation de l'évolution long-terme de l'énergie de production primaire et du prix des métaux. *Economie des ressources*, A paraître. hal-02396615

**HAL Id: hal-02396615**

**<https://hal.science/hal-02396615>**

Submitted on 6 Dec 2019

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Modélisation de l'évolution long-terme de l'énergie de production primaire et du prix des métaux

*Olivier Vidal, Isterre, CNRS, Université Grenoble Alpes*

### **1.Introduction**

L'humanité utilise désormais des ressources minérales à un niveau sans précédent, avec 70 milliards de tonnes de matières extraites du sous-sol par an et un niveau de consommation de ressources par habitant sans précédent (Graedel and Cao, 2010 ; Graedel, 2011, Wiedmann et al., 2015, Elshkaki et al., 2016; 2018). Or la production de ressources minérales est très énergivore et à l'heure actuelle, environ 12 % de la consommation mondiale d'énergie et 35 % de l'énergie consommée par l'industrie dans le monde sont utilisées pour la production de fer et d'acier, de ciment, d'aluminium et des métaux non ferreux (Agence internationale de l'énergie, <https://www.iea.org/Sankey/index.html>, 2013). Différents travaux indiquent que l'énergie de production des métaux et leur prix à long terme varient en loi puissance de leur dilution (inverse de la concentration) dans les minerais exploités (Sherwood, 1956, Phillips et Edwards, 1976 ; Chapman & Roberts, 1983, Johnson et al., 2007 ; Gutowski et al., 2013 ; Daniels, 2016). Une telle

variation implique qu'à *technologie constante*, la baisse de concentration des gisements au cours du temps doit induire une croissance exponentielle de l'énergie de production. Cette observation suggère que la disponibilité des métaux pourrait être compromise dans un futur proche par le coût prohibitif de leur extraction, car la quantité d'énergie nécessaire à leur production deviendrait trop importante (Valero et al., 2013). Pourtant, les données historiques ne soutiennent pas cette vision et d'après Mariscal et Powell, (2014), les prix des matières premières corrigés de l'inflation ont en fait baissé depuis 1900. Cette tendance est également observée pour de nombreux métaux tels que le cuivre, dont le prix en dollars constant reporté par l'USGS a diminué de 7000 \$1998/t en 1900 à 3000 \$1998/t en 2005, alors que la concentration moyenne mondiale des gisements exploités est passée de 4 à 1%. L'évolution de prix sur cette période n'est pas continue et de fortes oscillations sont observées en raisons de variations conjoncturelles (rapport instantané entre l'offre et la demande, chocs pétroliers et prix de l'énergie, conflits, investissements nécessaires pour que la production satisfasse une demande en forte croissance, etc). Néanmoins, sur le long terme, la baisse du prix du cuivre et de la concentration des gisements suggère que la l'amélioration technologique (amélioration de la productivité et de l'efficacité énergétique de production) ont compensé l'augmentation de l'énergie associée à la chute de la teneur moyenne des minerais. Cet effet de l'amélioration technologique sur les coûts de production et le prix est observé pour toutes les ressources, fossiles ou renouvelables. Il permet de remplacer les ressources de haute qualité épuisées par des ressources de moins bonne qualité mais plus abondantes, donc d'augmenter les réserves. Malgré la croissance exponentielle de la consommation observée depuis plus d'un siècle, les réserves en métaux n'ont en effet jamais été aussi élevées, car le progrès de la technologie permet de faire aujourd'hui ce qui n'était pas faisable autrefois. Cette vision optimiste est donc en totale opposition avec celle d'une pénurie anticipée en métaux qui résulterait d'un épuisement des gisements concentrés, et de l'explosion des coûts énergétiques et du prix pour exploiter des gisements moins concentrés. Elle donne même l'impression que la croissance perpétuelle serait possible.

Pour essayer de mieux comprendre les arguments en faveur de ces deux visions opposées, le but de la présente contribution est 1) de proposer un formalisme simple mais basé sur une approche physique raisonnable des relations entre concentration moyenne des minerais, énergie de production primaire des métaux, amélioration technologique, prix et réserves, 2) de contraindre les paramètres actuels des équations à l'aide de données observées pour un ensemble de métaux présentant des concentrations, énergies de production et prix très variables, et 3) d'utiliser des données historiques long-terme pour contraindre l'évolution de ces paramètres avec le temps, avec l'objectif de définir des énergies de production primaire et prix long-terme reproduisant les évolutions historiques et donnant les tendances futures.

Nos résultats suggèrent que les deux visions optimistes et pessimistes de l'effet de la baisse de concentration des gisements (énergie de production et de prix croissants) et de l'amélioration technologique (augmentation des réserves à prix constant) sont réconciliables. En effet, l'amélioration technologique a effectivement permis de compenser la surconsommation d'énergie due à la baisse de concentration depuis un siècle, mais la tendance s'est inversée pour nombre de métaux étudiés pendant les années 2000. Pour ces métaux, l'énergie de production et le prix long-terme devraient augmenter dans le futur.

## **2. Relation entre concentration et énergie de production**

L'intensité énergétique (ou énergie de production d'une unité de masse) est définie comme l'énergie nécessaire pour produire un matériau à partir de sa forme brute. Pour les métaux, cette énergie (E) peut être divisée en trois parties (Phillips and Edwards, 1976) : i) l'énergie de broyage (Eb) qui permet de libérer de la roche les particules du minéral porteur du métal, ii) l'énergie de séparation (Es) séparant les particules du minéral porteur de la roche désagrégée et iii) l'énergie de raffinage de métallurgie (Em) pour extraire le métal du minéral porteur.

- L'énergie de broyage d'une unité de masse de roche infinie à une taille de grain  $s$  peut être approximée par une loi puissance de l'inverse de la taille (Hukki's law) (Lynch, 1977):

$$E_b = K. \left(\frac{1}{s}\right)^n \quad (1)$$

avec  $n$  augmentant de 0 pour  $s = 10^5 \mu\text{m}$  à 2 pour  $s = 1 \mu\text{m}$  (Thomas and Filippov, 1999). Pour les métaux dilués, de concentration  $C$  dans la roche inférieure à environ 1%, l'énergie de production est majoritairement due au broyage. Par ailleurs, plusieurs études montrent que pour ces métaux dilués,  $E$  est également une fonction puissance de la dilution, donc de l'inverse de la concentration (Norgate and Jahanshahi, 2010; Gutowsky et al., 2013 ; Koppelaar et Koppelaar, 2016). Cette analogie suggère que la taille de libération des particules de minéral porteur du métal à extraire est proportionnelle à la dilution, et que pour un métal  $i$ ,

$$E_{bi} \text{ (J/g metal)} = a_i. \left(\frac{1}{C_{\text{metal}}}\right)^{u_i} \quad (2)$$

- L'énergie minimale de séparation de  $N$  moles du minéral porteur de la roche désagrégée est proportionnelle à l'entropie de mélange d'un mélange idéal de deux composants (le minéral et la roche)

$$E_s \text{ (J/Nminéral)} = -RT(x \ln x + (1-x) \ln(1-x)) \quad (3)$$

où  $R$  est la constant universelle des gaz ( $8.314 \text{ kJ/mol/K}$ ),  $T$  la température ( $298.15 \text{ K}$ ) and  $x$  la fraction molaire du minéral  $j$  porteur du métal  $i$  dans le mélange:

$$x_j = \frac{N_j}{N_j + N_{\text{roche}}} = \frac{m_j M_j}{m_j M_j + m_{\text{roche}} M_{\text{roche}}} \quad (4)$$

avec  $m$  la masse et  $M$  la masse molaire. Pour exprimer  $E_s$  en J/g de métal, il faut diviser l'équation (3) par la fraction molaire, le nombre d'atomes  $n$  de

métal par mole de minéral exprimé (nombre d'atomes par unité structurale) et la masse molaire du métal:

$$E_{si} \text{ (J/gramme de métal)} = -\frac{RT}{x_j \cdot M_{i.ni}} \cdot \left( \ln x_j + \frac{1-x_j}{x_j} \cdot \ln(1-x_j) \right) \quad (5)$$

- L'énergie minimale de métallurgie pour extraire le métal du minéral séparé est proportionnelle à l'énergie libre de formation du minéral à partir de ses constituants (in J/mol):

$$E_{mi} \text{ (J/g metal)} = \frac{-\Delta G^{\circ fi}}{M_{i.ni}} \quad (6)$$

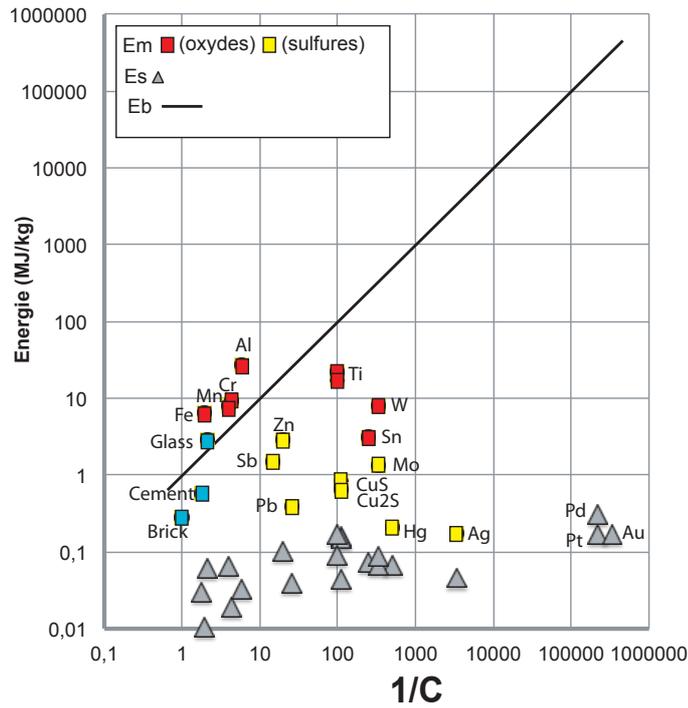


Figure 1 : Energies minimales de métallurgie ( $E_m$ ) et de séparation ( $E_s$ ) et énergie de broyage ( $E_b$ ) calculées en fonction de la dilution moyenne au niveau mondial des métaux dans les gisements exploités aujourd'hui.

Tableau 1. Valeurs observées et calculées d'énergie et de prix

	C metal (g/grock)	$\Delta G^{\circ f}$ (kJ/mol)	Em (MJ/kg)	Es (MJ/kg)	Eb (MJ/kg)	$\eta_{\text{m}}$	$\eta_{\text{p}}$	$\bar{\alpha}$	$\beta(2015)$	$\tau$ (%)	$\bar{E}$ (MJ/kg)	E obs. (MJ/kg)	P (US\$98/t)	Prix obs. en 2005 (US\$98/t)
brûque	1,0E+00	-	0,30	3,10E-04	1,00E+00	5	1	1	0,92	3	2	2	57	45
ciment	CaCO3	-	0,60	3,04E-02	1,79E+00	5	1	1	0,81	5	4 <sup>e</sup>	4 <sup>e</sup>	101	91
verre	SiO2	-	3,00	6,12E-02	2,15E+00	5	1	1	0,87	17	15	15	428	300
Fe	Fe2O3	-742,2	6,75	1,04E-02	1,92E+00	5	1	1	0,70	36	25 <sup>b</sup>	25 <sup>b</sup>	741	550
Al	Al2O3	-1582,3	29,30	2,73E-02	4,00E+00	5	1	1	0,62	2	151	93 <sup>g</sup>	3287	1670
Mn	MnO2	-465,1	8,47	6,41E-02	4,00E+00	5	1	1	1,23 (1,00)	46	57 <sup>b</sup>	57 <sup>b</sup>	1440	594
Sn	SnO2	-519,8	3,34	7,36E-02	2,50E+02	5	1	1	0,78	267	207 <sup>b</sup>	207 <sup>b</sup>	7183	8850
Hg	HgS	-50,6	0,22	6,76E-02	5,00E+02	5	1	1	0,82	501	409 <sup>b</sup>	409 <sup>b</sup>	14934	13400
Zn	ZnS	-201,3	3,08	1,01E-01	2,00E+01	5	1	1	1,27	35	45 <sup>b</sup>	45 <sup>b</sup>	1393	1240
Ag	Ag2S	-40,7	0,19	4,56E-02	3,33E+03	5	1	1	1,23	1,2	3334	4100 <sup>k</sup>	177834	197000
Cu	CuS	-53,6	0,85	1,48E-01	1,09E+02	5	1	1	0,53	1,5	113	60 <sup>k</sup>	1898	3190
Cu	Cu2S	-86,2	0,68	4,46E-02	1,09E+02	5	1	1	0,53	1,5	112	60 <sup>k</sup>	1898	3190
Pb	PbS	-98,7	0,41	3,84E-02	2,50E+01	5	1	1	1,22	27	33 <sup>b</sup>	33 <sup>b</sup>	998	1130
Pd	Pd	0,0	0,00	3,10E-01	2,22E+05	5	1	1	0,81	2,22E+05	1,80E+05 <sup>h</sup>	1,80E+05 <sup>h</sup>	1,03E+07	1,185E+07
Pt	Pt	0,0	0,00	1,69E-01	2,22E+05	5	1	1	1,22	2,22E+05	2,71E+05 <sup>b</sup>	2,71E+05 <sup>b</sup>	1,60E+07	1,185E+07
Au	Au	0,0	0,00	1,73E-01	3,33E+05	5	1	1	0,95	0,1	3,33E+05	3,10E+05 <sup>h</sup>	1,89E+07	1,190E+07
Cr	Cr2O3	-1038,8	10,18	1,91E-02	4,35E+00	5	1	1	1,16	55	64 <sup>b</sup>	64 <sup>b</sup>	2034	1260
W	MnWO4	-1544,8	8,40	6,81E-02	3,33E+02	5	1	1	0,95	375	357 <sup>b</sup>	357 <sup>b</sup>	12904	24900
Ti	TiO2	-890,7	18,61	1,74E-01	1,00E+02	5	1	1	1,86	193	360 <sup>j</sup>	360 <sup>j</sup>	13020	14440
Ti	FeTiO3	-1142,1	23,79	9,20E-02	1,00E+02	5	1	1	1,96	219	430 <sup>b</sup>	430 <sup>b</sup>	15760	14441
Ni	NiS	-91,0	1,55	1,56E-01	1,11E+02	5	1	1	1,34	1,2	119	160 <sup>j</sup>	5447	12300
Mo	MoS2	-225,9	1,41	8,79E-02	3,33E+02	5	1	1	0,77 (1,00)	340	235 <sup>k</sup>	235 <sup>k</sup>	12263	26000

a) Priester et al. (2019) b) Fizaïne and Court (2015), c) <https://www.mining.com/worlds-top-10-silver-mines/>, d) Vidal et al. (2019) (équation 11)  
e) Phillips (1976), f) <https://www.proactiveinvestors.com.au/companies/news/195095/neometals-expands-titanium-vanadium-resource-at-barrambie-195095.html>, g) Gutowsky et al. (2013), h) Ecoinvent 2.02: <http://www.ecoinvent.org/database/>, i) Bath ICE v2.02, j) Norgate et Rankin (2000), k) Nuss et al. (2014) (2015)

Pour Mn et Mo,  $\beta(2015)$  utilisé n'est pas le rapport E obs./E mais la valeur entre parenthèses

Les valeurs de  $E_b$ ,  $E_s$  and  $E_m$  calculées avec les équations (2) à (6) pour une série de métaux couvrant un domaine de concentration entre 50% et 3ppm sont reportées dans le Tableau 1 et représentées sur la Figure 1. L'énergie minimale de séparation est au mieux un ordre de grandeur plus faible que l'énergie de broyage et de métallurgie. L'énergie de broyage présente la contribution la plus forte à  $C < 0.5\%$ . Au-dessus de cette valeur, l'énergie minimale de métallurgie devient non négligeable et elle surpasse l'énergie de broyage pour des concentrations supérieures à 5 %.

Pour prendre en compte la différence entre l'énergie minimale et l'énergie réelle de production, il est nécessaire de multiplier  $E_s$  et  $E_m$  par  $\bar{\eta}_m$  and  $\bar{\eta}_s$ , qui sont des facteurs correctifs prenant en compte l'écart entre la valeur minimale et la valeur réelle des énergies de séparation et de métallurgie. Comme nous le verrons par la suite, ces paramètres dépendent du niveau de maturité des processus d'extraction des métaux. Ils peuvent donc varier d'un métal à l'autre, mais nous faisons dans un premier temps l'hypothèse que l'efficacité énergétique est identique pour tous les métaux. En faisant l'hypothèse additionnelle que  $a(i)$  and  $u(i)$  dans l'équation (2) sont peu dépendants de la concentration, une équation unique de l'énergie moyenne de production peut être écrite pour l'ensemble les métaux:

$$\bar{E} = \frac{\bar{\eta}_m \cdot M}{n} (\Delta G^\circ_f + \bar{\eta}_s (-RT \cdot (\ln x + \frac{(1-x)}{x} \cdot \ln(1-x)))) + \bar{a} \cdot (\frac{1}{C})^{-\bar{u}} \quad (7)$$

où  $\bar{a}$  et  $\bar{u}$  sont des valeurs moyennes représentatives de tous les métaux, quelles que soient leurs concentrations dans les gisements.

Les valeurs de  $\bar{\eta}_m$ ,  $\bar{a}$  et  $\bar{u}$  ont été estimées en utilisant les valeurs observées de l'énergie de production et de la concentration moyenne au niveau mondial des gisements exploités (Tab. 1). La Figure 2 montre qu'un bon accord entre les valeurs observées et estimées avec l'équation (7) est obtenu pour  $\bar{\eta}_m = 5$  and  $\bar{\eta}_s = \bar{a} = \bar{u} = 1$ .

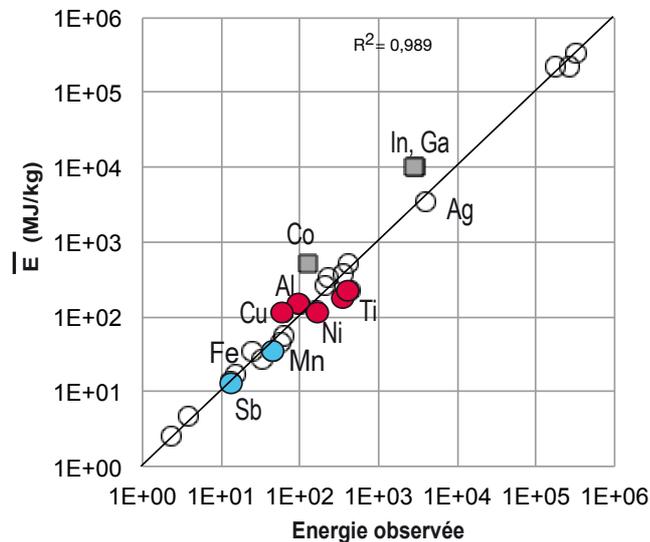


Figure 2 : Energie de production calculée avec l'équation 7 en fonction de l'énergie observée. Les carrés gris sont des sous-produits et les ronds les substances extraites pour elles-mêmes. Les symboles rouges montrent les métaux qui présentent l'écart le plus important à la droite de régression. Les symboles bleus indiquent les métaux qui présentent l'écart le plus important à la droite de régression prix vs. énergie (Fig. 3)

L'écart entre énergie calculée et observée est inférieur à 30% pour tous les métaux sauf pour le titane (-90%) et le cuivre (+45%), et dans une moindre mesure l'aluminium (+ 34%) et le nickel (-34%). La raison de ces déviations peut être une sur- ou sous-estimation des concentrations et/ou des énergies moyennes observées. Pour l'aluminium et le cuivre, une autre explication est que l'efficacité énergétique de leur production soit meilleure que celle des autres métaux. Cette efficacité serait inférieure dans le cas du titane et du nickel. Enfin, les différences énormes observées pour l'indium, le gallium et le cobalt (environ +70%) sont dues au fait que ces métaux sont des sous-produits de l'exploitation d'un autre métal portant la valeur économique de la mine. L'énergie observée ne représente logiquement qu'une faible partie (environ 30%) de l'énergie estimée, car une part importante de l'énergie de broyage des roches est déjà fournie pour produire le métal principal. Pour cette raison, ces métaux

n'ont pas été utilisés pour l'estimation de  $\overline{\eta m}$ ,  $\overline{\eta s}$ ,  $\bar{a}$  et  $\bar{u}$ .

Avant d'aller plus loin, il doit être souligné que les paramètres  $\overline{\eta m}$ ,  $\overline{\eta s}$ ,  $\bar{a}$  et  $\bar{u}$  ont été estimés de manière purement mathématique, pour obtenir une dispersion minimale entre les valeurs  $E(i)$  et les valeurs d'énergie de production observées. Des contraintes additionnelles auraient pu être utilisées, comme la part observée de l'énergie de métallurgie dans l'énergie totale de production. Dans le cas du cuivre qui est détaillé par la suite, Norgate et al. (2010) estiment que l'énergie *primaire* des processus d'extraction et de broyage est de l'ordre de 60 MJ/kg alors que celle de la métallurgie est de l'ordre de 10 MJ/kg. L'énergie de métallurgie représente donc 14% de l'énergie totale de production, alors que d'après les valeurs du Tableau 1,  $\text{Em} \cdot \overline{\eta m}$  ne représente que 4% de  $\bar{E}$ . Il est théoriquement possible d'améliorer la cohérence entre proportions observées et calculées, mais cela impliquerait de définir des valeurs de  $\overline{\eta m}$ ,  $\overline{\eta s}$ ,  $\bar{a}$  et  $\bar{u}$  par métaux plutôt que des valeurs communes pour tous les métaux, ce qui semble difficile vu l'état actuel des données disponibles.

### 3. Equivalence entre énergie et prix

Plusieurs études ont montré que le prix des métaux est, comme l'énergie de production, une fonction puissance de sa dilution dans les gisements exploités (Phillips, 1976 ; Johnson et al., 2007; Gutowski et al., 2013). Cette observation est naturelle si la part de l'énergie dans le coût total de production est similaire pour tous les métaux. La tendance est confirmée par la Figure 3, qui représente l'énergie estimée avec l'équation (7) en fonction du prix en US\$1998 pour l'année 2005 (USGS). Cette date a été choisie car elle est antérieure à l'envolée des cours de 2005-2011 tirée par la forte demande Chinoise et décuplée par la spéculation. Il est ainsi attendu que les prix en 2005 représentent une valeur représentative sur le long terme.

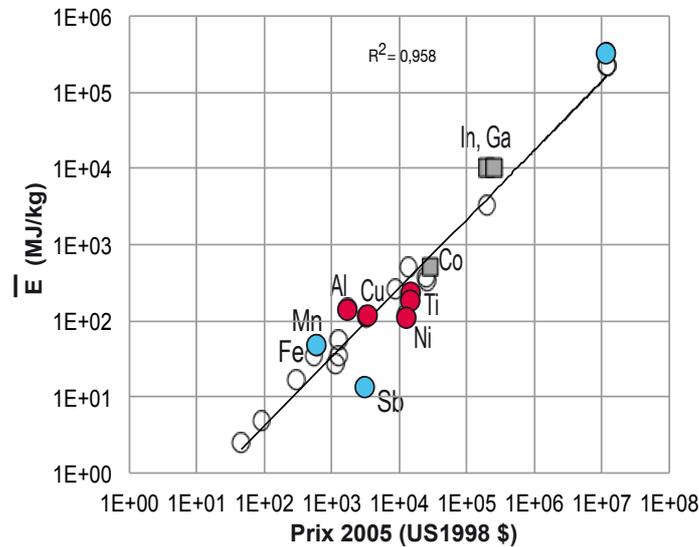


Figure 3 : Energie de production calculée avec l'équation 7 en fonction du prix des métaux en 2005 (en \$US1998). Même légende que la Figure 2.

Même si la corrélation entre  $\bar{E}$  et prix n'est pas parfaite, la Figure 3 illustre parfaitement l'adage selon lequel ce qui est rare est cher. Indépendamment de toute considération économique, les cinq ordres de grandeur entre le prix de l'or, du platine ou du palladium et celui du fer ou du manganèse sont explicables par les cinq ordres de grandeur entre leurs concentrations dans les minerais. Cette différence de concentration implique une énergie de production très supérieure pour les métaux dilués et tant que l'énergie aura un prix, des coûts de production également supérieurs.

Il est intéressant de constater que comme dans la Figure 2,  $\bar{E}$  sur la Figure 3 semble trop élevée par rapport à la tendance moyenne pour l'aluminium et dans une moindre mesure pour le cuivre. A l'inverse, l'énergie estimée pour le titane et le nickel semble trop faible par rapport à la droite de régression obtenue pour tous les métaux. Cette observation semble confirmer que l'efficacité énergétique de la production de d'aluminium et de cuivre est meilleure que la moyenne estimée par régression pour tous les métaux, et celle de nickel et titane est moins bonne. D'autres métaux présentent un écart significatif par rapport à la tendance générale. Le prix observé du manganèse

est notamment faible par rapport à la tendance moyenne et celui de l'antimoine est très haut, alors que leur énergie de production estimée est en accord avec l'énergie observée (Fig. 2). Pour au moins ces deux métaux, il est possible que le prix en 2005 n'était pas représentatif prix long-terme.

Pour essayer de réduire la dispersion des points  $\bar{E}$  vs prix 2005,  $\bar{E}$  a été multipliée par un coefficient  $\beta = E_{\text{observée}}/\bar{E}$ , qui corrige l'efficacité énergétique moyenne de chaque métal ( $\eta_m = \beta_i * \bar{\eta}_m$ ,  $\eta_b = \beta_i * \bar{\eta}_b$  et  $a = \beta_i * \bar{a}$ ), soit :

$$E_i = \beta_i * \bar{E}_i \quad (8)$$

En admettant que les « énergies observées » (Tableau 1) soient parfaites, les coefficient  $\beta(i)$  sont donc un indicateur de l'efficacité des technologies de production par métal, cette efficacité étant d'autant plus forte que  $\beta$  est petit. Le coefficient de la régression E vs. prix 2005 (Fig. 4a) est légèrement supérieur à celui obtenu avec l'énergie calculée sans correction ( $R^2 = 0,973$ ) quand  $\beta_{Mn}$  et  $\beta_{Mo}$  sont imposés être égaux à un. Le prix recalculé avec les valeurs de  $\beta$  reportées dans le Tableau 1 est en bon accord avec le prix observé (Fig. 4b) et l'équation de la droite de régression de E en fonction du prix 2005 est la suivante (Fig. 4a) :

$$P_i = 23,02 * (\bar{E}_i * \beta_i)^{1.0754} \quad (9)$$

Cette équation permet maintenant de recalculer le prix long-terme en fonction de l'énergie estimée pour une concentration donnée (Figs. 5a et b).

Modélisation de l'évolution long-terme de l'énergie de production primaire et du prix des métaux

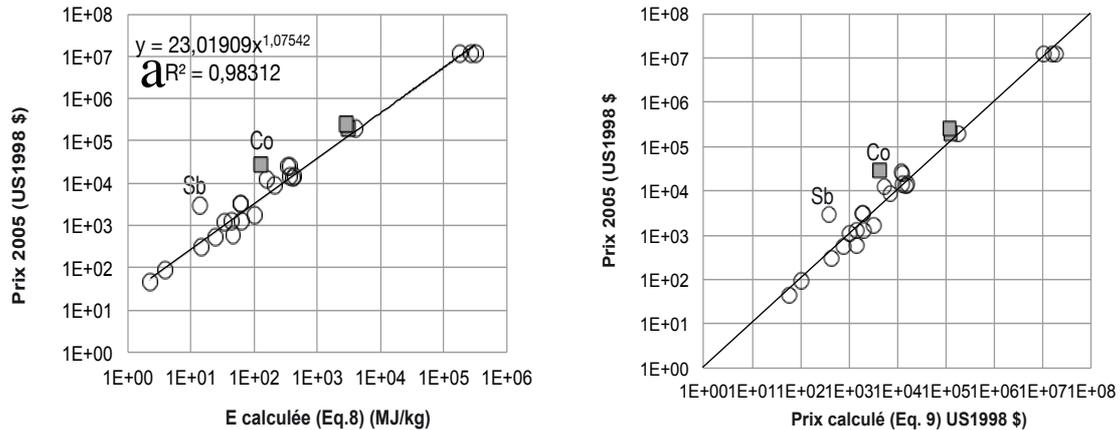


Figure 4: a) Corrélation entre énergie calculée avec l'équation 8 et le prix observé en 2005, b) corrélation entre prix calculé avec l'équation 9 et le prix observé. Voir légende de la Figure 2

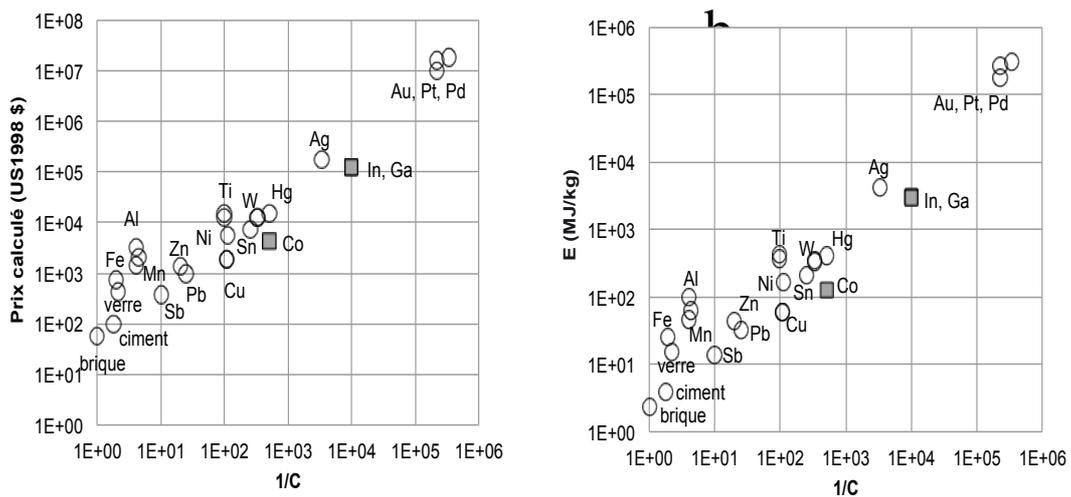


Figure 5: Prix (a) et Energie (b) de production calculés en fonction de la dilution (inverse de la concentration) des métaux dans les gisements exploités actuellement. Voir légende de la Figure 2.

Les Figures 5 a) et b) montrent que la relation en loi puissance (relation linéaire en échelle log-log) entre prix ou énergie et  $1/C$ , n'est valable qu'à concentration inférieure à environ 1%, domaine où la majeure partie de l'énergie de production provient du broyage des roches (Eb). Pour des concentrations supérieures à 1%, la part de la métallurgie devient aussi importante que celle du broyage (Figure 1), ce qui engendre une forte déviation de l'énergie et du prix à la loi puissance. Les équations (7) à (9) fournissent donc une explication rationnelle (physique) aux relations empiriques de l'énergie de production et du prix pouvant être exprimés comme une loi puissance de la dilution. Elle précise également le domaine de concentration au-delà duquel cette relation n'est plus valable.

#### **4. Amélioration technologique et évolution de l'énergie de production et du prix des métaux au cours du temps**

D'après la Figure 5, la baisse de concentration au cours du temps des minerais exploités devrait nécessairement entraîner une augmentation en loi puissance de l'énergie de production et du prix long-terme des métaux dilués (concentration < 1%). Comme nous le disions en introduction, ce point a été identifié à maintes reprises comme une contrainte majeure pour la future production des métaux. Les réserves futures (quantité de métal exploitable à un coût économiquement viable) seront en effet contraintes par les coûts de production, qui dépendent au premier ordre de l'énergie nécessaire à leur production. Avant de tirer des conclusions hâtives sur le futur, il est pourtant nécessaire de vérifier sur des séries historiques que la variation de l'énergie et des coûts (prix) de production est bien contrôlée par la concentration des gisements. Pour le cuivre par exemple, la concentration moyenne mondiale des gisements exploités a diminué de 4% en 1900 à 1% actuellement (Mudd, 2009; Northey et al., 2014). En utilisant les équations 7, 8 et 9, on calcule que 30 MJ étaient nécessaires pour produire un kilogramme de cuivre à 850 US1998 \$/t en 1900. Or d'après l'USGS, le prix du cuivre en 1900 était de 7000 US1998 \$/t, soit plus de huit fois supérieur. Cette différence résulte évidemment de l'amélioration de la logistique et des technologies de production, qui a permis d'augmenter l'efficacité énergétique au cours

du temps et de baisser les coûts de production. Ainsi, les relations entre énergie ou prix et la concentration reportées sur la Figure 5 ne sont valables qu'aux conditions actuelles de concentration et de technologie de production ; elles ne peuvent pas être utilisées pour estimer les énergies et prix passés ou futurs sur la seule base de variation de concentration des minerais. Pour estimer l'évolution du prix long-terme au cours du temps, il est nécessaire de prendre en compte non seulement les variations de concentration des minerais, mais également les progrès technologiques.

Pour ce faire, l'approche la plus naturelle consiste à autoriser une variation de  $\beta$  au cours du temps. L'évaluation par métal  $i$  de la variation de  $\beta$  au cours du temps peut être faite en décomposant l'énergie de production en deux termes correspondant à i) l'énergie à technologie variable au cours du temps et concentration constante de 2015 ( $EC_{2015}(t)$ ) et ii) l'énergie à concentration variable au cours du temps mais à technologie constante de 2015 ( $ET_{2015}(t)$ ):

$$E(t) = (ET_{2015}(t) + EC_{2015}(t))/2 \quad (10)$$

avec  $t$  : année considérée et  $ET_{2015}(t)$  calculée avec l'équation (9), en utilisant les valeurs  $\beta_i$  de l'année 2015 listés dans le tableau 1 pour une concentration  $C(t)$  évoluant de manière exponentielle au cours du temps (Vidal et al., 2019) :

$$C(t) = 8 \cdot 10^{10} \cdot \exp(-0,0125 \cdot t) \quad (11)$$

Le prix long-terme  $P(t)$  peut aussi être décomposé en deux termes analogues à ceux de l'énergie :

$$P(t) = (PT_{2015}(t) + PC_{2015}(t))/2 \quad (12)$$

Pour une évolution continue de la concentration à taux annuel constant (equation 11), la valeur de  $\beta$  au cours du temps varie

également à taux fixe ( $\tau$ ) et elle peut être calculée à partir de la valeur de  $\beta$  en 2015 (Tab. 1) se la manière suivante:

$$\beta(t) = \beta(2015) \cdot (1-\tau)^{(t-2015)} \quad (13)$$

L'énergie de production à technologie constante varie donc au même taux que  $\beta(t)_{2015}$  :

$$ET_{2015}(t) = \bar{E} \cdot \beta(2015) \cdot (1-\tau)^{(t-2015)} \quad (14)$$

Une autre année de référence que 2015 pourrait être utilisée, les relations pour calculer  $eET(t)$  et  $eEC(t)$  pour une année de référence  $tR$  à partir des valeurs 2015 étant les suivantes :

$$ET_{tR}(t) = \beta(2015) \cdot \overline{E(C)} \quad (15)$$

$$EC_{tR}(t) = E(tR) \cdot (1-\tau)^{(t-tR)} \quad (16)$$

$$E(t) = (ET_{tR}(t) + EC_{tR}(t))/2$$

où  $\overline{E(C)}$  est la valeur de l'énergie de production calculée avec l'équation (7) pour la concentration  $C(t)$  et  $E(tR) = (ET_{2015}(tR) + EC_{2015}(tR))/2$ .

Il existe une contrainte supplémentaire qui n'est pas prise en compte dans les équations (13) à (16) : la limite thermodynamique, qui fixe une valeur minimale de l'énergie qui ne pourra être franchie, quelle que soit l'amélioration technologique. Pour les parties métallurgie et séparation, les limites thermodynamiques sont données par les valeurs de  $E_m$  et  $E_s$  (équations 5 et 6). Il est plus difficile d'estimer une limite inférieure pour la partie extraction-broyage, mais l'United States Department of Energy estimait en 2007 que la limite minimum

d'énergie de broyage était 30% de l'énergie réelle. Pour un métal donné, cette énergie minimum de broyage doit varier au cours du temps puisqu'elle est proportionnelle à la concentration, qui elle-même change au cours du temps. Si l'on fait l'hypothèse que l'énergie minimum d'extraction-broyage représente, depuis 1900, 30% de l'énergie réelle de broyage la limite minimale de l'énergie de production est alors donnée par l'équation suivante :

$$E_{min} = E_m + E_s + E_b(C) * \beta(2015) * 0,3 \quad (17)$$

avec  $E_b$  calculé pour la concentration au temps  $t$ . Le coefficient  $\beta$  dans l'équation 17 est celui de l'année 2015 car l'amélioration technologique ne change pas l'énergie minimale de broyage estimée à partir de  $E_b$  en 2015. Seule la variation de concentration au cours du temps doit être prise en compte dans l'estimation de  $E_{min}$ .

### 5. Application au cas du cuivre

Les valeurs de  $\tau$  (1.5%/an),  $ET_{2015}(t)$ ,  $EC_{2015}(t)$  et  $E(t)$  (Fig. 6) ont été estimées de manière à reproduire l'évolution du prix long-terme ( $P(t)$ ) entre 1900 et 2015 (Fig. 7). Quelle que soit l'année de référence,  $ET_{tR}(t)$  et  $eEC_{tR}(t)$ , ainsi que  $PT_{tR}(t)$  et  $PC_{tR}(t)$  se croisent sur les courbes rouges montrant l'évolution de  $E(t)$  et de  $P(t)$ . Le fait que  $EC_{2015}(t)$  passe sous la limite thermodynamique à  $t > 2060$  (Fig. 6a) indique qu'en faisant l'hypothèse d'une concentration moyenne des gisements constante au cours du temps, l'amélioration technologique ne peut plus amener de gain énergétique au-delà de cette date. D'après l'équation 11, la concentration devrait cependant baisser dans le futur. Cela induit un déplacement de  $EC_{tR}(t)$  et  $ET_{tR}(t)$  vers la droite, le long de  $E(t)$  qui devient quasiment parallèle à  $E_{min}$  après 2015 et jusqu'à 2100. Malgré la baisse de concentration des minerais d'un facteur 4 entre 1900 et 2010,  $E(t)$  et  $P(t)$  ont baissé d'un facteur équivalent car durant cette période, le gain énergétique associé à

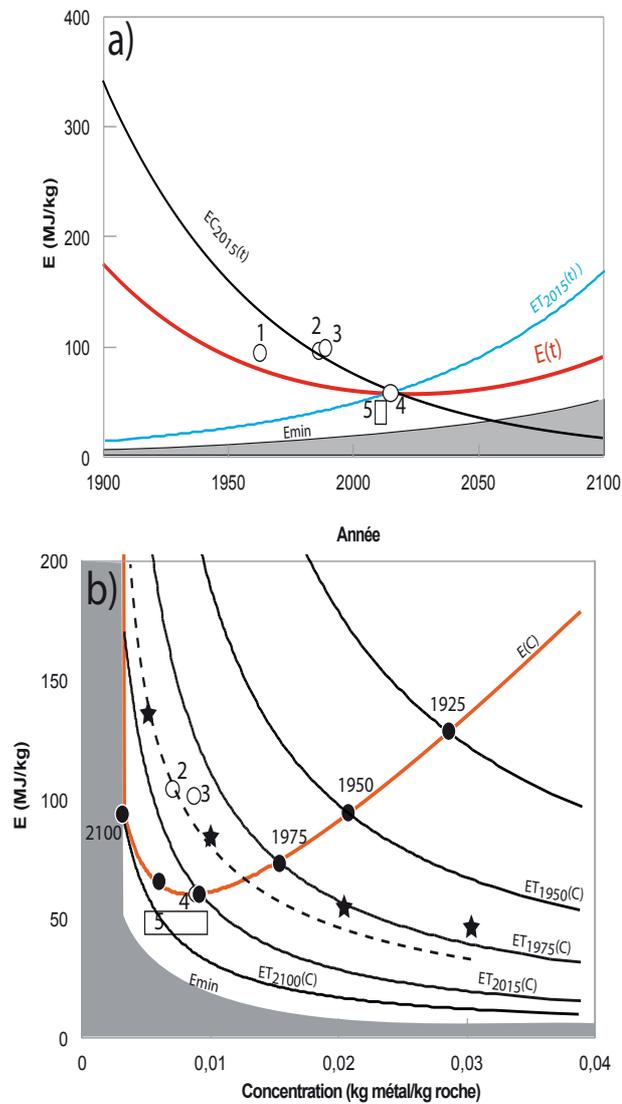


Figure 6: Energie calculée de production du cuivre au cours du temps (a) et de la concentration moyenne mondiale des gisements exploités (b). Le champ grisé montre le domaine d'énergie sous la limite thermodynamique (e. 17). Les symboles indiquent les valeurs historiques observées par 1) Rosenkranz (1976), 2) Kellogg (1974), 3) Gaines (1980), 4) Chilean Copper Commission (COCHILCO, 2014), 5) Marsden (2008). La ligne pointillée sur la figure b) montre les valeurs de Norgate and Jahanshahi (2010) et les étoiles montrent les valeurs de Chapman (1974)

l'amélioration technologique a permis un gain énergétique supérieur à

la perte résultant de la baisse de concentration des minerais. Cette évolution est cohérente avec les valeurs observées de  $E(t)$  entre les années soixante et aujourd'hui (Fig. 6a). La tendance s'inverse dans les années 2000, le gain résultant de l'amélioration technologique devenant inférieur à la perte résultant de la baisse de concentration, et  $E(t)$  augmente au cours du temps à partir des années 2010.

Le prix long-terme suit la même évolution que l'énergie de production et il atteint en 2100 la valeur de 1920. Des résultats similaires ont été obtenus par Vidal et al. (2019), qui discutent les contributions relatives de l'amélioration technologique et de la baisse de qualité des ressources en cuivre à l'aide d'un modèle dynamique de type proie-prédateur indépendant, faisant le lien entre quantité de ressources, réserves, production annuelle, capital industriel, coûts de production, et prix. Dans les deux études, les courbes  $E(t)$  et  $P(t)$  présentent des formes en U caractéristiques d'une phase précoce d'apprentissage où l'amélioration technologique domine les effets de baisse de concentration, puis une phase tardive où la tendance est inverse (Fig. 7a). Pour autant, on note une différence entre le prix long-terme estimé dans la présente étude et celui de Vidal et al. (2019). Cela indique que les résultats reportés sur les Figures 6 et 7 ont des incertitudes significatives, bien que non quantifiables proprement. En effet, les incertitudes sur les valeurs de prix et d'énergie observés que nous utilisons pour contraindre les paramètres de l'équation (7) ainsi que  $\beta(2015)$  (Table 1) restent difficiles à estimer. Pour l'énergie, les incertitudes proviennent non seulement de la grande variabilité des concentrations de minerais et des technologies de production, mais également de la définition d'une moyenne mondiale. La valeur de référence (observée) utilisée pour le cuivre en (2015) ( $ECu = 60$  MJ/kg) est quasiment identique celle reportée par la *Chilean Copper Commission (2014)* (point 4 sur la Fig. 6a), mais elle est plus élevée que celle reportée par Mardsen (2008) (30 à 50 MJ/kg pour une concentration de 0.5 à 1%, point 5 sur la Fig. 6a). Ces dernières valeurs suggèrent que l'énergie de production du cuivre a été réduite d'un facteur deux entre les années 70-80 et 2010 ( $E(1975) = 120$  MJ/kg pour  $C = 0,76\%$ , d'après Gaines (1980), point 3 sur la Fig. 6a). Nous estimons au contraire une stagnation de  $E(t)$  à environ 60 MJ/kg

sur la même période de temps. Cela ne signifie pas que nos estimations soient en forte contradiction par rapport aux données de Mardsen (2008). En effet, une représentation de  $E(t)$  en fonction de la concentration plutôt que du temps (Fig. 6b) montre que pour une baisse de concentration mondiale de 1.6% (1975) à 0.9% (2015),  $E(2015)$  est également deux fois plus faible que  $E(1975)$ .

Les résultats illustrés sur la Figure (7) indiquent que le prix du cuivre

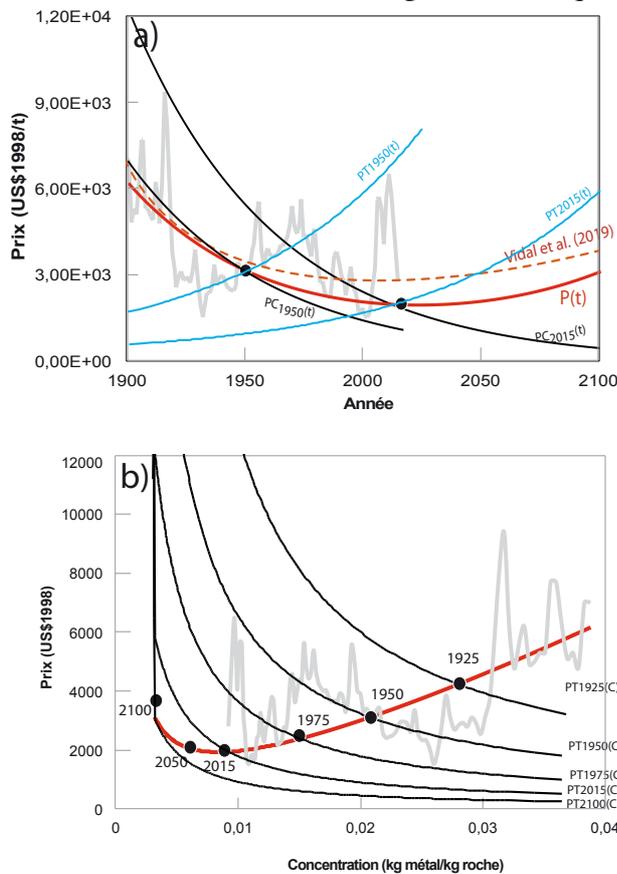


Figure 7: Prix calculé du cuivre au cours du temps (a) ou de la concentration moyenne mondiale (b). La courbe grise montre les données historiques.

et par extension le prix de toute ressource naturelle dont la qualité (accessibilité, concentration) diminue, finira par augmenter si le taux d'amélioration technologique reste constant. La vision optimiste

imaginant que le progrès technologique sera toujours en capacité de réduire les coûts de production et les prix ne s'applique donc que si la qualité de la ressource reste constante. Si la qualité diminue au cours du temps, cette vision est fautive. Mais il est également abusif d'utiliser des courbes d'énergie de production en fonction de la concentration calibrées aujourd'hui pour estimer l'évolution future de  $E(C)$  et éventuellement du prix. En effet, l'évolution de l'énergie de production en fonction de la concentration à technologie constante  $ET_{tR}(C)$  est très différente de l'évolution de l'énergie de production réelle, à technologie variable. Cela est illustré sur la Figure 6b, qui montre que les courbes  $ET_{tR}(C)$  se déplacent vers les basses concentrations au cours du temps, car les technologies deviennent plus efficaces à  $tR$  croissant. Une courbe  $ET_{tR}(C)$  contrainte à un temps  $tR$  donné n'est donc pas représentative des énergies de production passées ou futures. Seule la courbe  $E(C)$  sur les Figures 6a et b prend en compte à la fois les variations de concentration moyenne des gisements et l'amélioration technologique. Cette courbe indique que l'énergie de production du cuivre *augmente avec la concentration* à  $C > 1\%$ , alors que toutes les estimations publiées jusqu'à présent montrent une tendance inverse (e.g les étoiles et la courbe pointillée sur la Fig. 6b), car elles sont établies à un temps donné, donc pour une technologie constante. Ces courbes sont par contre en accord avec l'évolution à technologie constante que nous calculons ( $ET_{tR}(C)$ ). Le prix et l'énergie de production des métaux varient tous deux comme une loi puissance de la dilution, la diminution de prix observée entre 1900 et 2015 suggère une baisse de l'énergie de production  $E(C)$ , et non une augmentation, durant la même période. En revanche, les tendances futures d'une augmentation exponentielle de l'énergie proposées dans la littérature sont correctes à très basse concentration, car  $E(t)$  et  $P(t)$  ont une forme en U et parce que  $ET_{tR}(C)$  et  $E(C)$  se superposent à  $C < 0.5\%$ . L'intérêt du modèle proposé ici est de prédire à quel moment l'inversion de la courbe de prix long-terme apparaît, pour une évolution de concentration donnée et pour un taux d'amélioration technologique déduit de l'évolution de prix historique.

## 6. Application au nickel, aluminium, argent et or

En complément au cuivre, les énergies de production et le prix long terme de l'aluminium, du nickel, de l'argent et de l'or ont également été estimées en utilisant les évolutions de concentration suivantes (Mudd 2009) :  $C_{Al}(t) = 0.3 \cdot \exp(-0,002 \cdot (t-1900))$ ,  $C_{Ni}(t) = 0.15 \cdot \exp(-0,0245 \cdot (t-1900))$ ,  $C_{Ag}(t) = 0.003 \cdot \exp(-0,02 \cdot (t-1900))$ ,  $C_{Au}(t) = 3 \cdot 10^{-5} \cdot \exp(-0,022 \cdot (t-1900))$ .

Les évolutions de prix long-terme calculées montrent un accord raisonnable avec le prix observé (Figure 8) pour des taux annuels de variation de  $\beta$  de 1% à 1,5% pour le nickel et l'argent (similaire au cuivre) et 0.1% pour l'or. Comme pour le cuivre, le prix long-terme de l'argent et du nickel augmente dans les années 2000-2010, cette augmentation étant néanmoins plus forte que dans le cas du cuivre. L'augmentation du prix long-terme est encore plus forte dans le cas de l'or et elle apparaît dès 1950, le taux d'amélioration technologique étant très faible. Seul le prix de l'aluminium est à la baisse jusqu'à 2100 car la concentration des gisements ne varie quasiment pas. Pour ce métal, le prix estimé en 2015 est néanmoins deux fois trop haut. Cela suggère que la part du coût de l'énergie dans le prix est deux fois plus faible que pour les autres métaux étudiés. Une amélioration de l'équivalence énergie-prix en explicitant plus correctement le lien entre coût énergétique et prix est donc nécessaire. Comme pour les autres métaux, la variation de  $\beta$  pour reproduire le prix moyen observé en 1920-1930 est de 1,5% (cohérent avec les données de Gutowsky et al., 2013).

La méthode proposée d'estimation de la variation long-terme du prix des métaux semble donc capable de reproduire les tendances historiques de métaux présents à concentration très différentes dans les gisements naturels et évoluant au cours du temps. Il existe pourtant une exception notable qu'il convient de mentionner : l'acier. D'après Gutowski et al., (2013) et Yellishety et al. (2011), l'énergie de production de l'acier a baissé à un taux annuel de 1 à 2 % depuis 1900. Pour une concentration en fer dans les gisements relativement stable pendant cette période, ce taux devrait apparaître dans le prix, qui aurait du baisser au minimum d'un facteur 2 depuis 1900. Cela n'a pas été le cas, le prix de l'acier reporté par l'USGS étant identique en 1900-1920, les années quatre-vingt et 2005. Cela suggère que  $\beta$  est resté relativement constant au cours du temps ( $\tau = 0$ ), ce qui n'est pas cohérent avec la baisse de l'énergie de production reportée dans la littérature. L'explication la plus simple à cette incohérence serait que l'acier produit aujourd'hui soit de meilleure qualité que celui produit il y a quelque

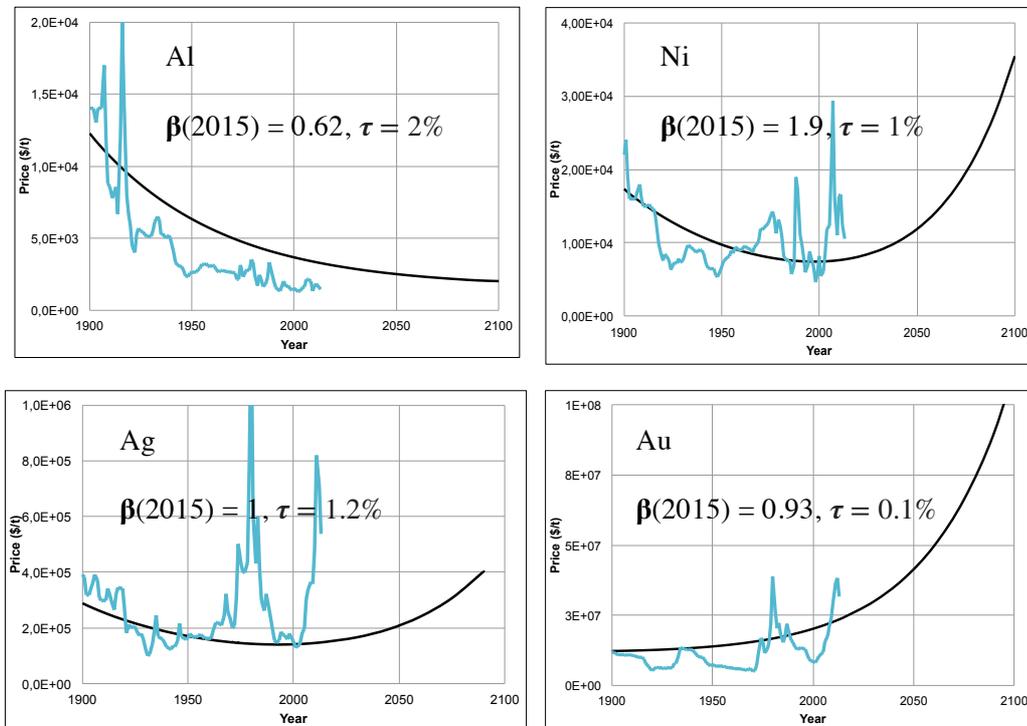


Figure 8: Prix observés (courbes bleues) et calculés avec les valeurs de (2015) et indiquées pour l'aluminium, le nickel, l'argent et l'or (courbes noires)

décennies, et donc que l'on ne puisse pas considérer que le métal soit identique. Cela reviendrait à dire que l'énergie en 1900 pour produire un acier de même qualité que l'acier produit aujourd'hui aurait été deux fois plus élevée qu'aujourd'hui.

## **7. Conclusion**

Une approche basée sur un formalisme non empirique de l'évolution de l'énergie de production primaire des métaux, en fonction de leur concentration et d'un niveau technologique, permet de reproduire les prix et énergies de production observées aujourd'hui pour des métaux en concentration de 50% à 30 ppm. L'approche proposée est également capable de reproduire, au premier ordre, les tendances historiques de prix long-terme sur la période 1900 à aujourd'hui.

La question posée en introduction concernait les arguments en faveur de deux visions classiquement opposées : l'épuisement des ressources non renouvelables de haute qualité et l'exploitation de ressources de moins bonne qualité est-elle synonyme d'une explosion inévitable des coûts énergétiques de production et des prix ? ou bien est-il au contraire envisageable que l'amélioration technologique compensera favorablement la baisse de qualité ? Nos résultats suggèrent que l'évolution des prix associée à une baisse de qualité et une amélioration technologique constante suit une courbe classique en U. Jusqu'à présent, le gain énergétique résultant de l'amélioration technologique a, pour la majorité des métaux étudiés, plus que compensé la perte due à la baisse de concentration. Cette situation n'est pas pourtant pas pérenne et il arrive un moment où le gain ne compense plus la

perte. A ce moment là, le prix long-terme augmente si le taux d'amélioration technologique incrémentale reste constant. Le terme amélioration incrémentale s'applique à des types de ressources qui varient peu au cours du temps, comme par exemple les gisements continentaux exploités en mines à ciel ouvert ou à profondeur ne dépassant pas 1 km. L'exploitation de nouveaux types de gisements, par exemple océaniques ou à très grande profondeur, voir extra-terrestres, pourrait changer la donne si des progrès technologiques de rupture sont effectués dans le futur. Le progrès technologique est donc la clef du futur développement humain. Cette situation n'est pas nouvelle et nous serions incapables, avec les technologies employées au moyen âge, d'extraire du cuivre des gisements exploités aujourd'hui. Les inquiétudes liées à l'exploitation toujours des croissante des ressources à partir de gisements de moins en moins bonne qualité ne sont pas nouvelles non plus. Elles existaient déjà il y a 50 ans et les prix n'ont pas explosé dans l'intervalle de temps, la pénurie ne s'est pas installée malgré une augmentation exponentielle de la production. Pour autant, les conditions sont différentes et il semble que nous entrons dans une période charnière où à défaut de progrès technologiques majeurs et/ou de rupture, le coût énergétique de la production primaire des métaux, son impact sur les prix et bien évidemment sur notre environnement, risquent de devenir un frein à l'augmentation anticipée de la production.

Bien sur, la production future des métaux n'est pas restreinte à la production primaire. Un effort pour améliorer le recyclage est impératif car il permettrait de diminuer sensiblement le besoin en matières premières primaires (Vidal et al., 2019), mais aussi parce que le recyclage est moins intensif en énergie et en impacts environnementaux que la production

primaire. Cela dit, même si l'intensité énergétique du recyclage est largement inférieure à celle de la production primaire, il n'est pas certain que cela impacte favorablement (à la baisse) le prix des métaux. En effet, à la différence de la production primaire, le matériau de base à partir duquel le métal est recyclé possède une valeur marchande. Il s'agit des produits en fin de vie dont la valeur est indexée sur le prix des métaux primaires. Un prix long-terme élevé des métaux primaires impliquera une augmentation de la valeur des déchets et donc un coût de recyclage et un prix du métal recyclé également élevé.

### Références

- Calvo, G., Mudd, G., Valero, A., Valero, A. (2016) Decreasing ore grades in global metallic mining : a theoretical issue or a global reality ?. Resources, 5, 36, doi:10.3390/resources5040036
- Chapman, P. F. (1974) The energy costs of producing copper and aluminium from primary sources, Metals and Materials, 8(2), 107-111
- Chapman, P., Roberts, F. (1983), Metal Resources and Energy, Butterworths : Kent, UK, 1983.
- Charles H. Pitt and Milton E. Wadsworth, An Assessment of Energy Requirements in Proven and New Copper Processes report prepared for the U.S. Department of Energy, contract no EM-78 -S-07.1 743, December 1980.

- Comision Chilena del Cobre (COCHILCO) (2014). Statistical database on production and energy use - <http://www.cochilco.cl/estadisticas/intro-bd.asp>
- de Bakker, J. (2013) Energy Use of Fine Grinding in Mineral Processing. Metallurgical and materials transactions E, 1E, 8-19.
- Ecoinvent 2.2 : Classen M, Althaus H-J, Blaser S, Scharnhorst W, Tuchschildt M, et al. (2009) Life Cycle Inventories of Metals, Data v2.0. Dübendorf, CH: Ecoinvent Centre, ETH Zurich
- Elshkaki, A., Graedel, T. E. , Ciacci, L., and Reck, B.K. (2016) Copper demand, supply, and associated energy use to 2050. Global environmental change, 39, 305-315.
- Elshkaki, A., Graedel, T. E. , Ciacci, L., and Reck, B.K. (2018) Resource Demand Scenarios for the Major Metals. Environmental Science & Technology, 52 (5), 2491-2497.
- Fizaine, F. and Court, V. (2015). Renewable electricity producing technologies and metal depletion: A sensitivity analysis using the EROI. Ecological Economics, 110, 106–118.
- Frimmel, H.E. and Müller, J. (2011). Estimates of Mineral Resource Availability – How Reliable Are They ? Akad. Geowiss. Geotechn., Veröffentl., 28 (2011): 39 – 62
- Gaines, L. (1980) Energy and materials flows in the copper industry, Argonne National Laboratory, Energy and Environmental Systems Division Special Projects Group, U.S. DEPARTMENT OF ENERGY. <https://www.osti.gov/servlets/purl/6540399>
- Grädel, T.E. (2011). On the Future Availability of the Energy Metals, Annual Review of Materials Science, vol. 41, pp. 323 – 335.
- Grädel, T.E., and Cao, J. (2010). Metal spectra as indicators of development, PNAS, 107(49), 20905–20910.

- Gutowski, T.G., Sahni, S., Allwood, J.M., Ashby, M.F. and Worrell, E. (2012). The energy required to produce materials: constraints on energy-intensity improvements, parameters of demand. *Philosophical transactions of the royal society A*.  
<http://dx.doi.org/10.1098/rsta.2012.0003>
- Johnson, J., Harper, E.M., Lifset, R. and Graedel, T.E. (2007). Dining at the periodic table: metal concentrations as they relate to recycling. *Environmental Science & Technology*, 41, 1759-1765.
- Kellogg, H.H. (1974) Energy efficiency in the Age of scarcity, *Journal of Metals*, 26(6), 25-29
- Koppelaar, R. H. E. M. et Koppelaar, H. (2016) The Ore Grade and Depth Influence on Copper Energy Inputs. *Biophys Econ Resour Qual*, 1:11, DOI 10.1007/s41247-016-0012-x
- Lynch, A. J. Mineral crushing and grinding circuits. *Developments in Mineral Processing*, Elsevier, v. 1, p. 1-25, 1977.
- Mariscal, R. and Powell, A. (2014) Commodity Price Booms and Breaks: Detection, Magnitude and Implications for Developing Countries. IDB Working Paper No. IDB-WP-444.  
<https://ssrn.com/abstract=2384422> or <http://dx.doi.org/10.2139/ssrn.2384422>
- Marsden JO (2008) Energy efficiency and copper hydrometallurgy. In: Young CA, Taylor PR, Anderson CG, Choi Y (eds). *Hydrometallurgy 2000: proceedings of the sixth international symposium*. Society for Mining, Metallurgy, and Exploration, Colorado
- Mudd, G M, 2009, *The Sustainability of Mining in Australia : Key Production Trends and Their Environmental Implications for the Future*. Research Report No RR5, Department of Civil Engineering, Monash University and Mineral Policy Institute, Revised - April 2009. ISBN: 978-0-9803199-4-1

- Norgate TE and Rankin WJ (2000). Life cycle assessment of copper and nickel production. MINPREX 2000 International Congress on Mineral Processing and Extractive Metallurgy, Melbourne, 11–13 September. pp. 133–138.
- Norgate, T. E., Jahanshahi, S. (2010) Energy and greenhouse gas implications of deteriorating quality ore reserves. 5th Australian Conference on Life Cycle Assessment. Melbourne, 22-24 November 2006
- Norgate T.E., Haque N., Wright S. and Jahanshahi, S. (2010) Opportunities and Technologies to Reduce the Energy and Water Impacts of Deteriorating Ore Reserves. SUSTAINABLE MINING CONFERENCE / KALGOORLIE, WA, 17 - 19 AUGUST 2010
- Norgate, T.E. (2010). Deteriorating ore resources: energy and water impacts. Graedel, T., Van der Voet (Eds.). - 2010 - Linkages of Sustainability. Cambridge, Massachusetts, USA: MIT Press (MIT, Cambridge, Massachusetts, USA)
- Phillips W.G.B. and Edwards D.P. (1976). Metal prices as a function of ore grade. Resources policy, 2(3), 167-178.
- Phillips W.G.B. and Edwards D.P. (1976). Metal prices as a function of ore grade. Resources policy, 2(3), 167-178
- Priester, M., Ericsson, M., Dolega, P., Löf, O. (2019) Mineral grades: an important indicator for environmental impact of mineral exploitation- Miner Econ (2019). <https://doi.org/10.1007/s13563-018-00168-x>
- Rosenkranz R. D. (1976). Energy consumption in domestic primary copper production - Information circular 8698 - U.S. Bureau of Mines (Washington D.C. - USA) - <https://ia600801.us.archive.org/26/items/energyconsumptio00rose/energyconsumptio00rose.pdf>

Thomas, A., Filippov, L. O. Fractures, fractals and breakage energy of mineral particles. *International Journal of Mineral Processing*, v. 57, p. 285-301, 1999.

**United States Department of Energy (US DOE), 2007.** Industrial technologies program, Mining industry energy bandwidth study, June 2007.

Valero, A., Valero, A., Domínguez, A. (2013). Exergy Replacement Cost of Mineral Resources. *Journal of Environmental Accounting and Management*, 1(2), 147-168.

Vidal, O., Rostom, F., 2019

Wiedmann, T.O., Schandl, H., Lenzen, M., Moran, D., Suh, S., West, J. and Kanemoto, K. (2015). The material footprint of nations. *PNAS*, 112(20), 6271-6276.

Yellishety, M., Ranjith, P.G., Tharumarajah, A. (2010). *Ressources, Conservation and Recycling*, 54, 1084-1094.