

Analyse non linéaire par éléments finis d'assemblages composites boulonnés : comparaison essais-calculs

Benoît Montagne, Frederic Lachaud, Eric Paroissien, Dominique Martini, Fabrice Congourdeau

▶ **To cite this version:**

Benoît Montagne, Frederic Lachaud, Eric Paroissien, Dominique Martini, Fabrice Congourdeau. Analyse non linéaire par éléments finis d'assemblages composites boulonnés : comparaison essais-calculs. JNC 21 - 21èmes Journées Nationales sur les Composites 2019, Jul 2019, Bordeaux, France. pp.1-11. hal-02355261

HAL Id: hal-02355261
https://hal.science/hal-02355261

Submitted on 8 Nov 2019

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Open Archive Toulouse Archive Ouverte (OATAO)

OATAO is an open access repository that collects the work of some Toulouse researchers and makes it freely available over the web where possible.

This is an author's version published in: https://oatao.univ-toulouse.fr/24590

To cite this version :

Montagne, Benoît and Lachaud, Frédéric and Paroissien, Eric and Martini, Dominique and Congourdeau, Fabrice Analyse non linéaire par éléments finis d'assemblages composites boulonnés : comparaison essais-calculs. (2019) In: JNC 21 - 21èmes Journées Nationales sur les Composites 2019, 1 July 2019 - 3 July 2019 (Bordeaux, France).

Any correspondence concerning this service should be sent to the repository administrator:
tech-oatao@listes-diff.inp-toulouse.fr

Analyse non linéaire par éléments finis d'assemblages composites boulonnés : comparaison essais-calculs

Nonlinear finite element analysis of composite bolted lap-joint: tests-calculations comparison

Benoit MONTAGNE[1], Frédéric LACHAUD[1], Eric PAROISSIEN[1], Dominique MARTINI[2], Fabrice CONGOURDEAU[2]

1 : Institut Clément Ader (ICA)
Université de Toulouse, ISAE-SUPAERO, INSA, IMT MINES ALBI, CNRS
3 Rue Caroline Aigle, F- 31400 Toulouse
e-mail : benoit.montagne@isae.fr, frederic.lachaud@isae.fr, eric.paroissien@isae.fr

2 : Dassault Aviation
78 Quai Marcel Dassault, F- 92210 Saint-Cloud
e-mail : fabrice.congourdeau@dassault-aviation.com

Résumé

Les matériaux composites à base de fibres de carbone et matrice organique sont très utilisés dans l'industrie aéronautique pour leurs très bonnes propriétés mécaniques. Cependant ces propriétés chutent considérablement lorsque les matériaux composites sont percés et boulonnés. Afin d'éviter la ruine de la structure, il est important de maitriser le comportement des assemblages composites boulonnés. Une loi de comportement endommageable pour les matériaux composites développée à l'Institut Clément Ader (ICA) est utilisée dans des modèles éléments finis afin de simuler le comportement d'éprouvettes de simple cisaillement soutenues et de double cisaillement. Un modèle plan avec un comportement de membrane est suffisant pour simuler correctement des essais de double cisaillement. Cependant ce type de modèle ne permet pas de représenter fidèlement un essai de simple cisaillement en raison des phénomènes hors plan qui se produisent. Un modèle de plaque est donc utilisé pour ce type d'essai. Des scenarios d'endommagement sont alors élaborés afin d'identifier les dégradations du matériau composite qui mènent à la chute de la raideur de la structure. La rupture des fibres en compression puis en traction dans les plis orientés à 0° est la principale cause de cette chute de raideur.

Abstract

Carbone fiber reinforced plastics (CFRP) are widely used in aircraft industry because of their high mechanical properties. However these properties considerably drop when the composite material is drilled and bolted. Thus it is important to master the composite bolted joints behavior to avoid the structure failure. A progressive damage behavior for composite materials developed at Institut Clément Ader (ICA) is implemented on finite element models to simulate the behavior of supported single lap joints and double lap joints specimens. An in-plane shell model is sufficient to accurately simulate double lap joint tests. However this kind of model does not allow to accurately represent a single lap joint test because of the out of plane phenomena which occur during this test. A model with shell behavior is then developed. Damaging scenarios are elaborated to identify the composite material degradations leading to the structural stiffness loss. Compressive then tensile fiber failure in the 0° plies are the main reason of this stiffness loss.

Mots Clés : Matériaux composites, assemblages boulonnés, analyse par éléments finis, endommagement
Keywords : Composite materials, bolted joints, finite element analysis, damaging

1. Introduction

Les matériaux composites à base de fibres de carbone et à matrice organique (CFRP) sont considérés comme un moyen d'améliorer les performances des aéronefs futurs. C'est pourquoi ces matériaux sont de plus en plus utilisés par les constructeurs aéronautiques. Bien que les matériaux composites aient des propriétés mécaniques très intéressantes, ces dernières chutent considérablement lorsque ces matériaux sont percés et boulonnés dans une structure. Or les avions

commerciaux comptent plusieurs centaines de milliers de fixations. Il est donc nécessaire pour les constructeurs aéronautiques de maitriser la tenue des assemblages boulonnés en vue de les optimiser.

Pour cela, DASSAULT AVIATION et l'ICA mènent un projet de recherche conjoint sur le comportement des assemblages boulonnés en matériaux composites. L'objectif de ce projet de recherche est d'améliorer la compréhension des modes de ruine [1] de ce type d'assemblage en fonction des paramètres de conception (pince, drapage, etc.). En s'appuyant sur des outils de modélisation avancée du comportement endommageable de ces matériaux, des simulations robustes du comportement à rupture sont mises au point. Elles sont validées par comparaison essais-calculs.

Ces travaux se sont tout d'abord focalisés sur l'analyse d'une importante base de données d'essais sur assemblages boulonnés en matériaux composites, fournie par DASSAULT AVIATION. Elle contient les résultats issus d'essais de traction sur des assemblages en double cisaillement et en simple cisaillement soutenus. Ces configurations ont été retenues car elles sont considérées comme représentatives des assemblages de pièces dans l'aviation. Des règles de dimensionnement ont été établies depuis plusieurs années [2]. Elles sont basées sur des constatations phénoménologiques suite à des essais sur assemblages. Or ce type d'essais a un coût important et c'est pourquoi il est nécessaire de mettre en place des modèles numériques capables de traduire ces phénomènes physiques à moindre coût. Les limites des modélisations standard (comportement linéaire du composite) à traduire le comportement à rupture de ce type de structure ont été constatées [3]. Le comportement à rupture est alors approché à l'aide d'une modélisation avancée développée à l'ICA. Dans cette communication nous présentons dans un premier temps cette loi matériau. Elle est appliquée à un modèle 2D développé sous SAMCEF®, permettant de modéliser des essais de double cisaillement. Un second modèle appelé modèle 2,5D et s'appuyant sur le comportement de plaque des éléments 2D permet de simuler des essais de simple cisaillement soutenus. L'analyse des différentes variables d'endommagement permet d'élaborer des scenarios de dégradation du matériau composite jusqu'à la rupture de la structure.

2. Loi de comportement endommageable du matériau composite

La loi de comportement utilisée est une loi d'endommagement initialement développée par Matzenmiller, Lubliner et Taylor (MLT) [4]. Elle a été reprise et modifiée à l'ICA [5]–[7] sous la forme d'une loi utilisateur de SAMCEF®. Cette loi est appliquée à l'échelle du pli grâce aux éléments stratifiés du code éléments finis. Elle permet de décrire les dégradations du matériau au travers de critères de rupture correspondant à différents modes de ruine. Les variables d'endommagement d_i vont dégrader les modules E_{jk} (Eq. 1).

$$S_{endo} = \begin{pmatrix} \frac{1}{E_{11}(1-d_1)} & -\frac{\nu_{12}}{E_{11}} & -\frac{\nu_{13}}{E_{11}} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{12}}{E_{11}} & \frac{1}{E_{22}(1-d_2)(1-d_2^b)} & -\frac{\nu_{23}}{E_{22}} & 0 & 0 & 0 \\ -\nu_{13}/E_{11} & -\nu_{23}/E_{22} & \frac{1}{E_{33}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{12}(1-d_4)(1-d_4^b)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{23}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{13}} \end{pmatrix} \quad \text{(Eq. 1)}$$

Ces variables d'endommagement sont calculées à partir des variables ϕ_i qui représentent les endommagements associés à un mode de rupture donné.

$$\begin{pmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \\ \phi_4 \end{pmatrix} \quad \text{(Eq. 2)}$$

Une loi d'évolution [8] est appliquée aux différents critères afin de décrire le comportement endommageable du matériau :

$$c_i = \max(\sqrt{f_i}, 1) \quad \text{(Eq. 3)}$$

$$\phi_i = 1 - \exp\left(\frac{1 - c_i^{m_i}}{m_i}\right) \quad (c_i > 1) \quad \text{(Eq. 4)}$$

Où ϕ_i est la variable d'endommagement associée au critère de rupture f_i et m_i un paramètre permettant d'en piloter l'évolution. Plus ce paramètre est grand et plus le comportement sera fragile.

Les cirtères sont calculés à partir des contraintes élastiques dans le matériau. Les modes de ruptures considérés sont : la rupture des fibres en traction (Eq. 5), la rupture des fibres en compression (Eq. 6) et la rupture de la matrice (Eq. 7 et Eq. 8).

$$f_1 = \left(\frac{< \sigma_{11} >_+}{\sigma_{11}^{RT}}\right)^2 + \frac{\sigma_{12}^2}{\sigma_{12}^{RS}} \quad \text{(Eq. 5)}$$

$$f_2 = \left(\frac{< -\sigma_{11} >_+}{\sigma_{11}^{RC}}\right)^2 \quad \text{(Eq. 6)}$$

$$f_4 = \left(\frac{< \sigma_{22}\left(1 - d_2^{t-1}\right) >_+}{\sigma_{22}^{RT}\left(1 - d_2^{t-1}\right)}\right)^2 + \left(\frac{< -\sigma_{22} >_+}{\sigma_{22}^{RC}}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{12}\left(1 - d_4^{t-1}\right)}{\sigma_{12}^{R}\left(1 - d_4(t-1)\right) + < -\sigma_{22} >_+ \tan(\phi)}\right)^2 \quad \text{(Eq. 7)}$$

$$f_4^b = \left(\frac{< \sigma_{22}\left(1 - d_2^{t-1}\right) >_+}{\sigma_{22}^{RT}}\right)^2 + \left(\frac{< -\sigma_{22} >_+}{\sigma_{22}^{RC}}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{12}\left(1 - d_4^{t-1}\right)}{\frac{\sigma_{12}^{R}}{k} + < -\sigma_{22} >_+ \tan(\phi)}\right)^2 \quad \text{(Eq. 8)}$$

Avec :

- f_j sont les critères de rupture associés aux différents modes de ruine,
- $<.>_+$ représente les crochets de Macaulay,
- l'exposant R indique une contrainte à rupture : T pour la traction, C pour la compression et S pour le cisaillement.
- d_j^{t-1} est la variable d'endommagement au pas de calcul précédent,
- et $d_{j,i}^{t}$ est la variable d'endommagement du pas de calcul courant à la $i^{ème}$ itération d'équilibre.

La variable d'endommagement d_j^{t-1} traduit un endommagement diffus dans les critères f_4 et f_4^b associés à la rupture en cisaillement de la matrice. L'augmentation de la tenue de la matrice par confinement est prise en compte au travers d'un frottement de type coulomb (paramètre Φ). Enfin le paramètre k permet de piloter l'initiation de l'endommagement diffus pour le comportement en cisaillement plan.

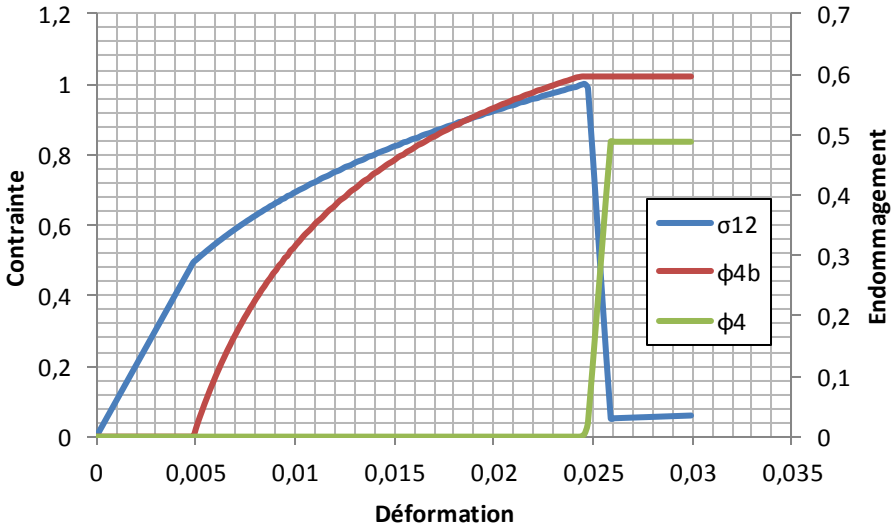


Fig. 1. Comportement avec endommagement diffus en cisaillement

Le critère présenté en Eq. 7 permet de prendre en compte le comportement non linéaire du composite en cisaillement plan grâce au coefficient k qui permet d'abaisser sa contrainte à rupture. Une régularisation par effet retard [9] est appliquée afin de limiter la localisation de l'endommagement et de supprimer la dépendance au maillage. Les paramètres m_i, qui décrivent le comportement plus ou moins fragile de la rupture, et ϕ, des critères de rupture sont identifiés à partir de corrélations essais-calculs.

3. Présentation des modèles EF

3.1 Modélisation des essais de double cisaillement

Les essais de traction sur assemblage en double cisaillement sont simulés à l'aide d'un modèle EF 2D. La plaque composite a une largeur de 5 fois le diamètre Φ de la fixation et une pince de 2,5Φ. Elle est maillée avec des éléments de type membrane stratifiés qui permettent de simuler un stratifié avec une représentation pli par pli pour un faible coût de calcul. Ce choix de modélisation se justifie par des déplacements hors plan assez faibles pour ce type d'essai. Du fait de la flexion, l'axe de la fixation a tendance à appuyer de manière inégale sur l'alésage. Ce phénomène est négligé ici. Le maillage est raffiné dans les zones à forts gradients de contraintes, c'est-à-dire en bord de trou. Une étude de convergence sur le modèle avec endommagement, non présentée ici, a été menée afin de valider le maillage. Le schéma (Fig. 2) présente le modèle EF utilisé et les conditions aux limites appliquées. Ce modèle sera dénommé « modèle 2D » par la suite.

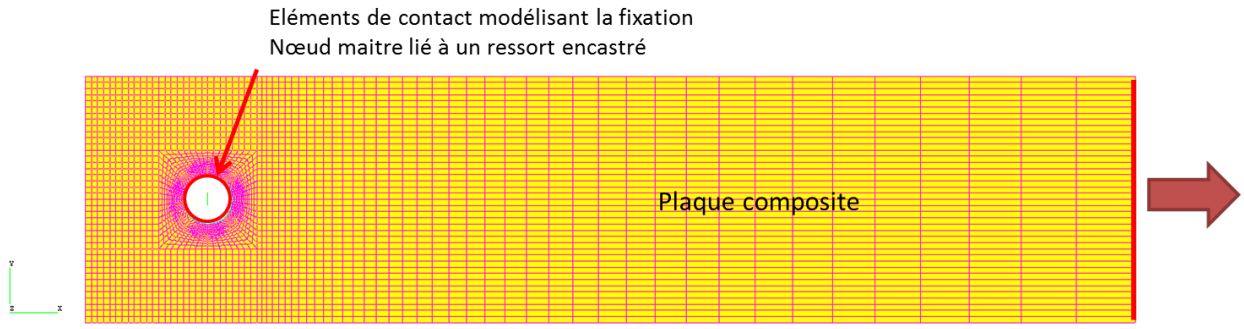


Fig. 2. Maillage et conditions aux limites pour la simulation d'un essai de double cisaillement

La fixation est modélisée à l'aide d'éléments de contact qui simulent une surface cylindrique rigide. Ces éléments sont encastrés par l'intermédiaire d'un ressort dont la raideur correspond au ratio entre l'effort et la flèche d'une poutre bi-rotulée (Eq. 9).

$$f = \frac{FL^3}{48EI} \; d'où \; K = \frac{F}{f} = \frac{48EI}{L^3} \qquad \text{(Eq. 9)}$$

En sommes les hypothèses faites ici sont que le contact entre la fixation et l'alésage se fait de manière uniforme. En réalité la fixation est cisaillée et appuie donc inégalement sur la plaque en composite. Le cisaillement du fût de la vis est ici traduit par le ressort introduit dans le modèle.

3.2 Modélisation des essais de simple cisaillement soutenus

Les essais de traction sur assemblage en simple cisaillement soutenu sont simulés à l'aide d'un modèle EF en cinématique de plaque, dénommé par la suite 2,5D (Fig. 3). La plaque composite est maillée avec des éléments de type plaque stratifiés. Sa géométrie est la même que celle du modèle 2D (largeur de 5Φ et pince de 2,5Φ). La plaque en aluminium est maillée avec des éléments plaques et un comportement élastoplastique bilinéaire y est introduit (Fig. 4). Enfin la fixation est représentée avec des éléments de contact simulant respectivement :

- Le fût en contact avec la plaque composite par une surface cylindrique rigide
- Le fût en contact avec la plaque aluminium par une surface cylindrique rigide
- La tête de vis par une surface circulaire
- L'écrou par une surface circulaire

Les nœuds maîtres de ces groupes d'éléments de contact sont reliés entre eux par des éléments poutres en acier de section circulaire dont le rayon est égal au rayon de la fixation.

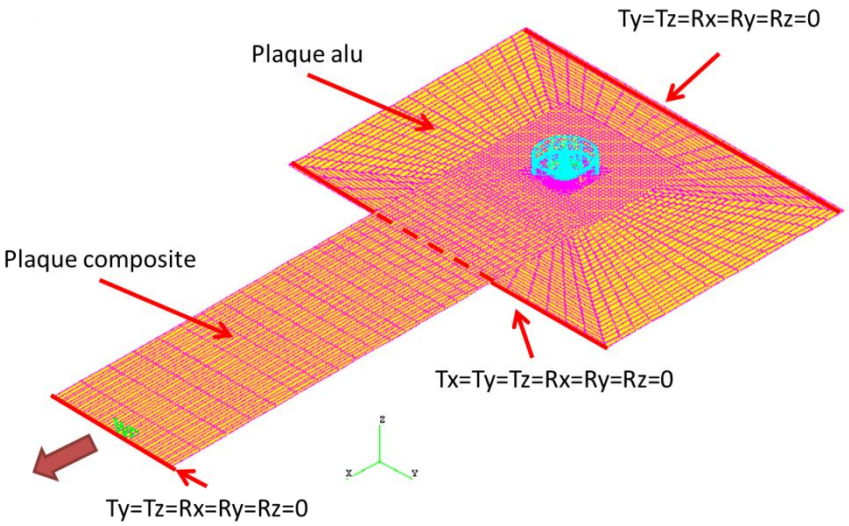


Fig. 3. Maillage et conditions aux limites pour la simulation d'un essai de simple cisaillement soutenu

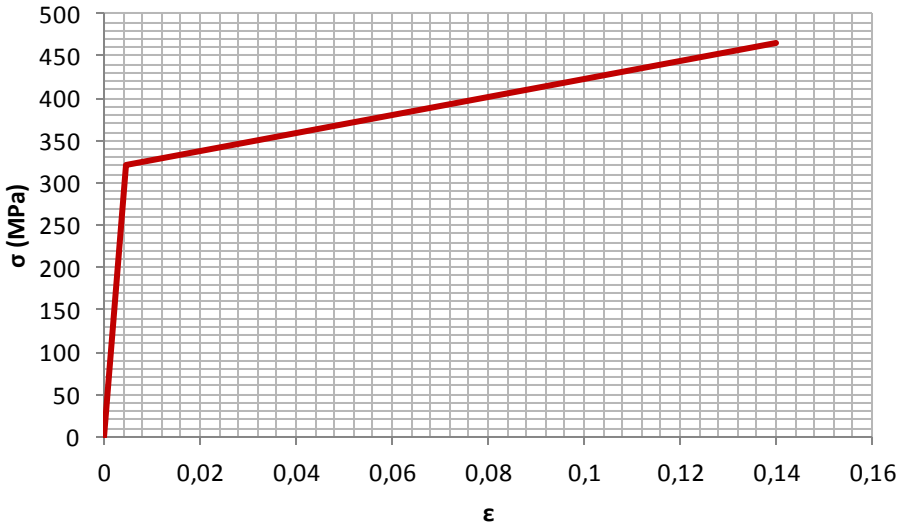


Fig. 4. Comportement plastique de l'aluminium

4. Résultats obtenus

Le comportement endommageable présenté dans cet article est appliqué aux plaques en matériau composite. Les résultats obtenus pour la simulation des essais de double cisaillement et de simple cisaillement soutenu sont détaillés ci-dessous.

4.1 Double cisaillement

Les courbes de de l'effort mesuré par la cellule de la machine de traction en fonction du déplacement mesuré par un extensomètre placé au plus près de la fixation comme présenté sur la photo en Fig.5, obtenues lors des essais de double cisaillement sont comparées avec celle issue du calcul EF (Fig. 5).

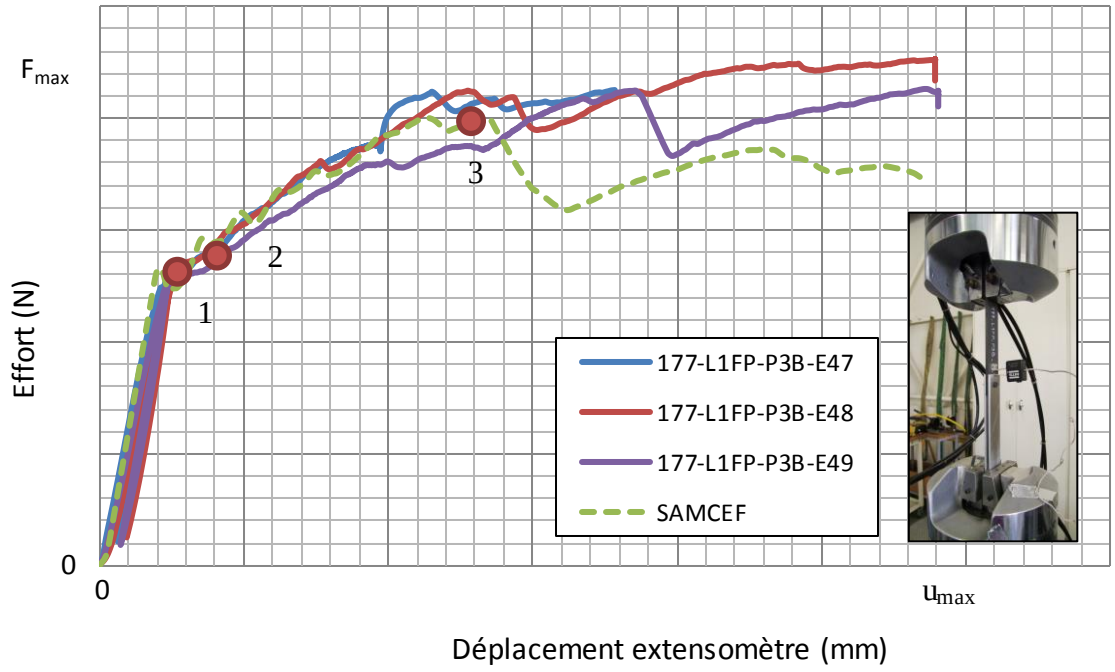


Fig. 5. Courbes expérimentales et numérique pour les essais de double cisaillement

La courbe obtenue à l'issue du calcul EF est très proche des courbes expérimentales jusqu'au point 3. Par la suite on constate une chute de l'effort plus importante dans le calcul que pour les essais. Cet écart peut s'expliquer par le confinement des endommagements dans le cas expérimental, la plaque composite étant serrée entre deux plaques d'aluminium. On émet l'hypothèse que la présence de ces plaques d'aluminium limite la propagation des endommagements dans le composite ce qui conduit à une augmentation de la tenue mécanique de la plaque composite et donc une chute d'effort moins importante [10]. Les phénomènes hors plan ne sont pas représentés dans la modélisation 2D, d'où l'écart plus important entre les courbes expérimentales et numériques au-delà du point 3. La matrice s'endommage pour des déplacements très faibles mais cela ne modifie pas le comportement linéaire de la structure. Les endommagements des fibres en compression et en traction sont représentés en Fig. 6 et Fig. 7. Les plis orientés à -45° ne sont pas représentés car les endommagements obtenus sont symétriques avec ceux des plis à 45°. Les fibres commencent à s'endommager en compression au point 1. Cet endommagement apparait de manière quasi simultanée dans toutes les directions. Puis l'endommagement en compression se propage et celui en traction apparait au point 2. Cette fois encore, les différentes orientations s'endommagent en même temps. La chute d'effort se produisant au point 3 est due à la propagation de l'endommagement des fibres en traction dans les plis à 0°. Une fois ces plis rompus, la tenue du stratifié en traction n'est assurée que par les plis à ±45° et 90°. C'est pourquoi les plis à 45° s'endommagent aussi dans cette zone. Les fibres des plis à 90° ne sont pas sollicitées puisqu'elles sont perpendiculaires au chargement. Dans la suite du calcul, les endommagements progressent dans le matériau et dégradent de manière continue la raideur globale de l'assemblage.

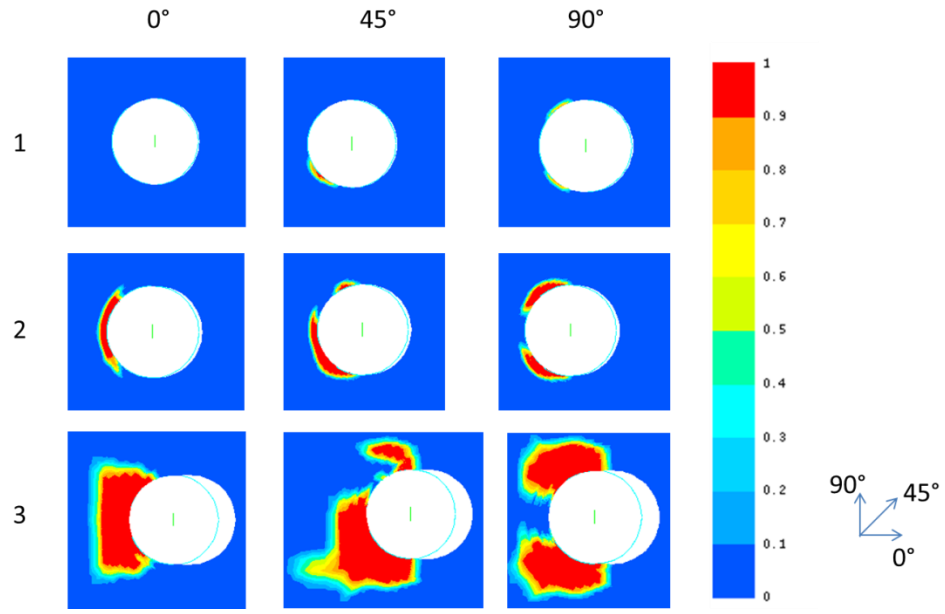


Fig. 6. Endommagement des fibres en compression pour les différentes orientations du stratifié

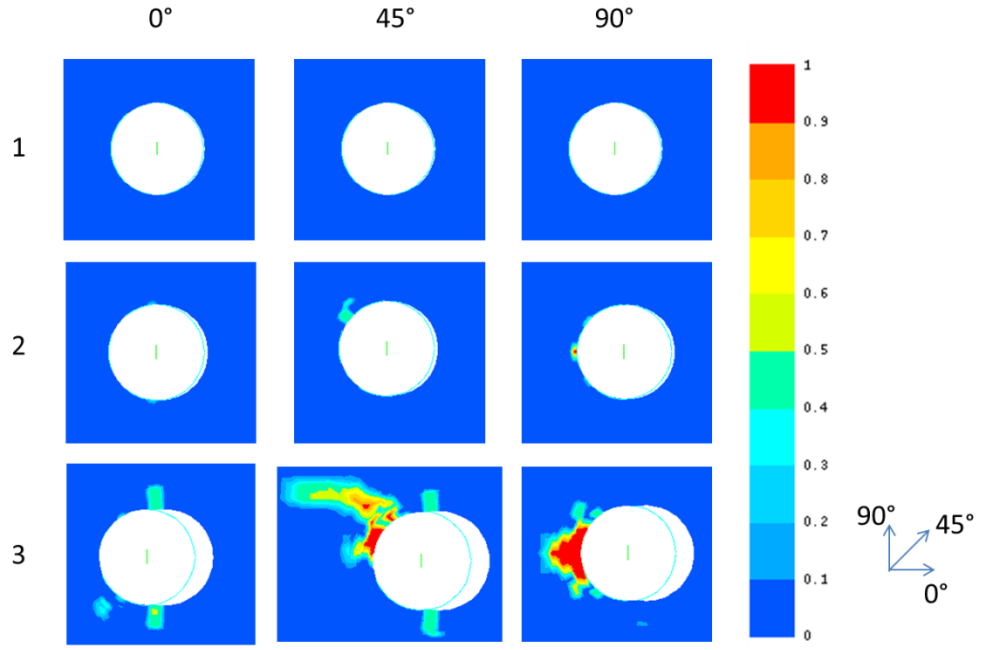


Fig. 7. Endommagement des fibres en traction pour les différentes orientations du stratifié

4.2 Simple cisaillement soutenu

La courbe de l'effort en fonction du déplacement obtenue lors d'un essai de simple cisaillement soutenu est comparée avec celle issue du calcul EF (Fig. 8). La raideur initiale du modèle EF correspond à la raideur expérimentale issue d'un cycle de décharge/recharge effectué au début de l'essai. Le modèle EF présente des problèmes de convergence, c'est pourquoi la courbe associée s'arrête au point 5. Cependant outre l'écart de raideur initiale, la courbe issue du modèle EF semble similaire à la courbe expérimentale. Un scenario d'endommagement peut donc être établi à partir des résultats numériques.

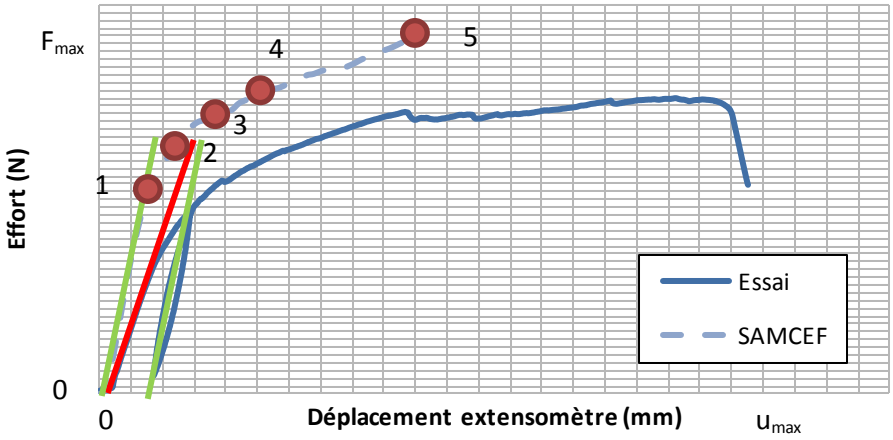


Fig. 8. Courbes expérimentale et numérique pour un essai de simple cisaillement soutenu

La matrice s'endommage selon le critère f_4^b pour un déplacement mesuré très faible dans le calcul. Cela n'affecte pas la linéarité de la raideur globale de la structure. Puis l'aluminium commence à plastifier au point 1, c'est la première perte de linéarité de la raideur de l'assemblage. Les endommagements en compression et en traction sont présentés en Fig. 9 et Fig. 10. Bien que les éléments plaque stratifiés prennent en compte le décalage du plan moyen du pli par rapport au plan de l'élément, très peu de différence ont été constatées entre deux plis d'une même orientation. Au point 2, des endommagements des fibres en compression apparaissent dans les plis pour les 4 orientations. Cela se traduit par une nouvelle chute de raideur dans la courbe de glissement. Puis les fibres des plis orientés à ±45° et 90° s'endommagent en traction au point 3. Cela provoque une nouvelle chute de raideur de l'assemblage. Enfin les plis orientés à 0° s'endommagent en traction au point 4. Ces endommagements progressent dans le matériau en dégradant de manière continue la raideur de la liaison jusqu'à la divergence du calcul pour un déplacement égal à la moitié du déplacement maximal mesuré expérimentalement. Au point 5, des endommagements similaires aux endommagements en traction dans les plis à 0° apparaissent dans les plis à 45°. Les plis à 0° ayant rompu en traction en bord de trou, ils ne sont plus en mesure de transmettre un effort. Cet effort est donc repris par les lis à 45° qui sont sollicités en cisaillement dans cette zone. Cela n'est possible que du fait de l'absence de délaminage dans la modélisation. Toutefois, les scenarios d'endommagement pour les essais de double cisaillement et de simple cisaillement soutenus sont assez similaires en termes de phénoménologie.

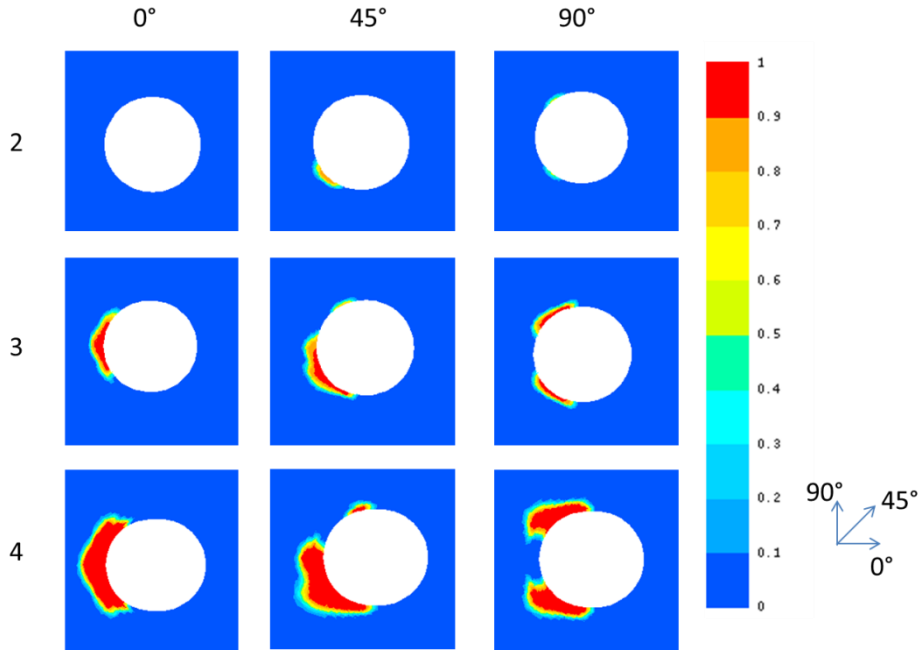


Fig. 9. Endommagement des fibres en compression pour les différentes orientations du stratifié

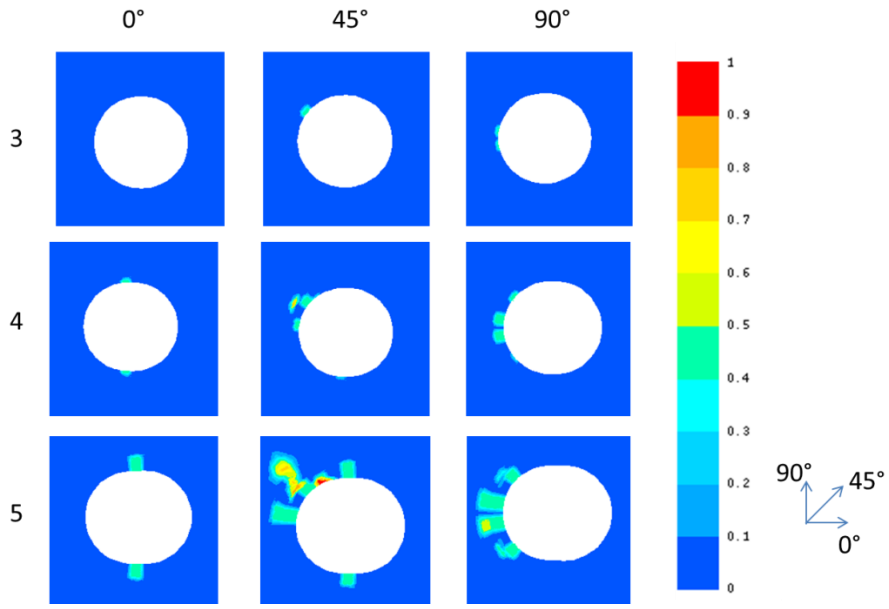


Fig. 10. Endommagement des fibres en traction pour les différentes orientations du stratifié

5. Conclusions

Des modèles EF ont été développés pour simuler des essais de double cisaillement et de simple cisaillement soutenus. Une loi d'endommagement continu est implémentée afin de prendre en compte le comportement non linéaire du matériau composite. Différents modes de ruine sont analysés. Il s'avère que la première chute de raideur observée pour ces deux types d'essais est due à la rupture des fibres en compression dans les plis des 4 orientations du stratifié. Ce phénomène apparait de manière simultanée dans tous les plis. Cet endommagement progresse ensuite aux éléments adjacents derrière la fixation. Puis, des endommagements en traction apparaissent encore une fois dans tous les plis en simultané. Ce type de modélisation s'appuyant sur des éléments

plaques stratifiés permet de simuler de manière fidèle les essais sur une plage de déplacement couvrant environ la moitié des déplacements mesurés expérimentalement. La matrice s'endommage en premier sans modifier le comportement linéaire de la structure. Ensuite les plis des différentes orientations rompent en compression et la raideur globale de l'assemblage diminue progressivement. Enfin ces plis s'endommagent en traction et la raideur continue de décroitre jusqu'à la fin du calcul. A l'heure actuelle, il n'a pas encore été possible de mener un calcul complet avec le modèle EF des essais de simple cisaillement à cause de problèmes de convergence. De plus, les modèles s'écartent des résultats expérimentaux au-delà, s'ils n'ont pas divergé avant. Les phénomènes intra-laminaires seuls sont représentés ici. Or il s'avère que des délaminages importants sont relevés sur les éprouvettes rompues. La prise en compte de ces phénomènes dans un modèle 3D permettra d'élaborer des scenarios d'endommagement plus représentatifs de la réalité et de simuler plus fidèlement les essais. Mais ce gain de précision se fera au détriment des temps de calculs. Des essais interrompus de traction sur assemblage en simple et double cisaillement seront menés afin de valider les scenarios d'endommagement élaborés ici.

Remerciements

Les auteurs remercient la DGAC pour le soutien financier à cette étude.

Références

[1] Hart-Smith, « Mechanically-fastened joints for advanced composites », *Fibrous Compos. Struct. Des.*, p. 543‑574, 1980.

[2] L. J. Hart-Smith, « Design and analysis of bolted and riveted joints », in *Recent Advances in Structural Joints and Repairs for Composite Materials*, 2003, p. 211‑254.

[3] B. Montagne, F. Lachaud, E. Paroissien, et D. Martini, « Failure analysis of composite bolted joints by an experimental and a numerical approach », présenté à 18th European Conference on Composite Materials (ECCM18), Athens, Greece, 2018.

[4] A. Matzenmiller, J. Lubliner, et R. Taylor, « A constitutive model for anisotropic damage in fiber-composites », *Mech. Mater.*, n° 20, p. 125‑152, 1995.

[5] M. Ilyas, C. Espinosa, F. Lachaud, L. Michel, et M. Salaün, « Modelling aeronautical composite laminates behaviour under impact using a saturation damage and delamination continuous material model », *Key Eng. Mater.*, vol. 452‑453, n° 2011, p. 369‑372.

[6] G. Gohorianu, « Composite bolted joints behaviour : effects of hole machining defects », présenté à Joining Plastics, London, UK, 2006, p. 65‑77.

[7] C. Espinosa, F. Lachaud, L. Michel, et R. Piquet, « Impact on composite aircraft fuselages. Modeling strategies for predicting the residual strength. », *Rev. Compos. Matér. Avancés*, vol. 24/3, p. 271‑318, 2014.

[8] J. Xiao, B. Gama, et J. Gillespie, « Progressive damage and delamination in plain weave S-2 glass/SC-15 composites under quasi static punch shear loading », *Compos. Struct.*, n° 78, p. 182‑196, 2007.

[9] O. Allix et J.-F. Deü, « Delayed damage modelling for fracture prediction of laminated composites under dynamic loading », *Eng. Trans.*, vol. 45, n° 1, p. 29‑46, 1997.

[10] T. . Collings, « The strength of bolted joints in multi directional cfrp laminates », *Composites*, vol. 8, n° 1, p. 43‑55, janv. 1977.