



**HAL**  
open science

## Séparation et déconvolution conjointes d'images hyperspectrales

Yingying Song, El-Hadi Djermoune, David Brie, Cédric Richard

► **To cite this version:**

Yingying Song, El-Hadi Djermoune, David Brie, Cédric Richard. Séparation et déconvolution conjointes d'images hyperspectrales. XXVIIème Colloque francophone de traitement du signal et des images, GRETSI 2019, Aug 2019, Lille, France. hal-02305970

**HAL Id: hal-02305970**

**<https://hal.science/hal-02305970>**

Submitted on 4 Oct 2019

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Séparation et déconvolution conjointes d’images hyperspectrales\*

Yingying SONG<sup>1</sup>, El-Hadi DJERMOUNE<sup>1</sup>, David BRIE<sup>1</sup>, Cédric RICHARD<sup>2</sup>

<sup>1</sup>CRAN, Université de Lorraine, CNRS, 54506 Vandœuvre-lès-Nancy, France

<sup>2</sup>Université Côte d’Azur, CNRS, OCA, Nice, France

yingying.song@univ-lorraine.fr; el-hadi.djermoune@univ-lorraine.fr;  
david.brie@univ-lorraine.fr; cedric.richard@unice.fr

**Résumé** – Cette communication propose un algorithme de démixage-déconvolution conjoints permettant d’améliorer la résolution des cartes d’abondance des imageurs industriels. L’algorithme est basé sur un critère incluant une régularisation de Tikhonov pour un traitement hors-ligne. Afin de répondre à une forte demande industrielle, l’algorithme est étendu pour permettre un traitement en ligne de flux d’images en utilisant un critère Tikhonov par blocs sans puis avec contraintes de non-négativité. Une implémentation efficace basée sur la transformée de Fourier rapide est également proposée. Les performances de l’algorithme sont évaluées au travers d’images hyperspectrales simulées et réelles.

**Abstract** – This paper proposes a joint supervised linear unmixing and deconvolution algorithm (JUD) to increase the resolution of the abundance maps for industrial imaging systems. The JUD algorithm is introduced based on a Tikhonov regularization criterion for offline processing. In order to meet the needs of industrial applications, the proposed JUD is then extended for online processing by using a block Tikhonov criterion and taking into account possible non-negativity constraints. We also propose an efficient implementation based on the fast Fourier transform. The proposed algorithm is finally assessed using simulated and real hyperspectral images.

## 1 Introduction

L’imagerie hyperspectrale est une technique permettant d’acquérir des images 3D d’une scène dans laquelle chaque pixel est caractérisé par un certain nombre de longueurs d’onde. Certaines applications, comme le tri de matériaux par exemple [1], nécessitent l’acquisition des images à haut débit ce qui entraîne en général une diminution de la résolution spatiale. Dans ce cas de figure, la surface couverte par un pixel peut contenir plusieurs composés chimiques avec des réponses spectrales distinctes. Chaque pixel peut donc être vu comme un mélange de matériaux purs ayant chacun sa propre signature spectrale appelée « source ». Le démixage (aveugle) des données hyperspectrales a pour but d’estimer, pour chaque pixel, les sources et les coefficients de mélange [2]. Dans un démixage supervisé, on cherche uniquement à estimer les abondances relatives (coefficients de mélange) connaissant les sources; c’est le cas considéré dans ce travail. Dans ce contexte, la prise en compte de la non-négativité des coefficients joue un rôle important et a motivé la conception de plusieurs algorithmes (voir, par exemple, [3]).

Le démixage d’images hyperspectrales peut aboutir à une perte de résolution à cause du flou introduit par l’imageur. L’idée présentée dans cette communication est de combiner la séparation à la déconvolution afin de reconstruire des cartes d’abondance avec une meilleure résolution spatiale. Ce problème conjoint est appelé « JUD » pour *Joint Unmixing-*

*Deconvolution*. À notre connaissance, peu de travaux se sont intéressés à ce problème dans le cas des images hyperspectrales [4, 5, 6]. En particulier, une analyse théorique de JUD menée dans [5] montre que la déconvolution préalable d’une image hyperspectrale conduit à une meilleure estimation des sources dans le cas d’une séparation aveugle. Par ailleurs, une méthode JUD utilisant une régularisation de type variation totale est présentée dans [4] avec l’hypothèse de sources connues. Le but de cette contribution est de présenter des méthodes rapides, pouvant être implémentées en ligne, pour résoudre le problème JUD. Ces méthodes sont basées sur la technique des blocs glissants comme celle proposée dans [7].

## 2 Modèle d’observation

Soit l’image hyperspectrale  $\mathbf{X} \in \mathbb{R}^{N \times K \times P}$  où  $N$ ,  $K$  représentent le nombre d’observations spatiales et  $P$  le nombre de longueurs d’onde. Les  $R$  sources sont regroupées dans la matrice  $\mathbf{S} = [\mathbf{s}_1, \dots, \mathbf{s}_R] \in \mathbb{R}^{P \times R}$  dans laquelle chaque colonne  $\mathbf{s}_r = [s_r^1, \dots, s_r^P]^\top$  représente une source à différentes longueurs d’ondes  $p = 1, \dots, P$ . On note  $\mathbf{X}^p \in \mathbb{R}^{N \times K}$  une tranche spectrale de  $\mathbf{X}$  et  $\mathbf{x}_k^p$  la  $k$ -ième colonne de  $\mathbf{X}^p$ . L’image hyperspectrale peut être représentée par un vecteur  $\mathbf{x}$  :

$$\mathbf{x} = \text{col}\{\mathbf{x}^p\}_{p=1}^P. \quad (1)$$

où  $\mathbf{x}^p = \text{col}\{\mathbf{x}_k^p\}_{k=1}^K$  et  $\text{col}\{\cdot\}$  désigne l’opérateur d’empilement de vecteurs. L’image observée  $\mathbf{Y}$  est transformée de la même façon pour obtenir le vecteur  $\mathbf{y}$ . Soit  $\mathbf{A}_r$  l’image 2D

\* Ce travail est financé par le projet FUI AAP 2015 Trispirabois et le Conseil Régional de Lorraine.

correspondant à la  $r$ -ième abondance et  $\mathbf{a}_{k,r}$  la  $k$ -ième colonne de  $\mathbf{A}_r$ . La carte d'abondances peut alors s'écrire :

$$\mathbf{a} = \text{col}\{\mathbf{a}_r\}_{r=1}^R. \quad (2)$$

avec  $\mathbf{a}_r = \text{col}\{\mathbf{a}_{k,r}\}_{k=1}^K$ . Ainsi, le modèle de mélange s'écrit :

$$\mathbf{x} = (\mathbf{S} \otimes \mathbf{I}_{NK})\mathbf{a} \quad (3)$$

où  $\otimes$  est le produit de Kronecker et  $\mathbf{I}_J$  désigne la matrice identité de dimension  $J$ . Le modèle d'observation intégrant la fonction d'appareil est donné par [8] :

$$\mathbf{y} = \mathbf{H}(\mathbf{S} \otimes \mathbf{I}_{NK})\mathbf{a} + \mathbf{e}. \quad (4)$$

où  $\mathbf{H}$  est une matrice carrée diagonale par blocs et de dimension  $NKP$  et  $\mathbf{e}$  est le bruit de mesure. Le stockage et le calcul du produit des matrices  $\mathbf{H}$  et  $(\mathbf{S} \otimes \mathbf{I}_{NK})$  sont gourmands en mémoire. En revanche, dans le cas où la fonction d'appareil est spectralement invariante, tous les blocs diagonaux de dimensions  $NK \times NK$  de  $\mathbf{H}$  sont identiques. En notant  $\mathbf{H}_{(J)}^1 \in \mathbb{R}^{NJ \times NJ}$  le bloc correspondant à la longueur d'onde  $p = 1$  et ayant une structure circulant-bloc-circulant, le modèle d'observation est plus simple ; il s'écrit :

$$\mathbf{y} = (\mathbf{S} \otimes \mathbf{H}_{(K)}^1)\mathbf{a} + \mathbf{e}. \quad (5)$$

Le problème est de déterminer  $\mathbf{a}$  à partir des observations  $\mathbf{y}$ .

### 3 Algorithmes de séparation et de déconvolution conjointes

Estimer les abondances  $\mathbf{a}$  à partir d'une image floutée et bruitée  $\mathbf{y}$  en utilisant la méthode JUD revient à minimiser le critère suivant intégrant une régularisation de Tikhonov :

$$\mathcal{J}_{\text{Tikh}}(\mathbf{a}) = \frac{1}{2} \|\mathbf{y} - (\mathbf{S} \otimes \mathbf{H}_{(K)}^1)\mathbf{a}\|_2^2 + \frac{\eta_a}{2} \|(\mathbf{I}_R \otimes \mathbf{\Delta}_{(K)})\mathbf{a}\|_2^2 \quad (6)$$

où le terme  $\|(\mathbf{I}_R \otimes \mathbf{\Delta}_{(K)})\mathbf{a}\|_2^2$  favorise la douceur spatiale des coefficients d'abondance et la matrice  $\mathbf{\Delta}_{(K)}$  est construite à partir d'un opérateur Laplacien comme suit. Soit la matrice  $[\boldsymbol{\delta}_1, \boldsymbol{\delta}_2, \boldsymbol{\delta}_3]$  où  $\boldsymbol{\delta}_1 = \boldsymbol{\delta}_3 = [0, -1, 0]^\top$  et  $\boldsymbol{\delta}_2 = [-1, 4, -1]^\top$ . En supposant que les conditions aux bords sont périodiques, on note  $\mathbf{\Delta}_i$  la matrice carrée circulante de dimension  $N$  construite avec le vecteur  $\boldsymbol{\delta}_i$ . La matrice  $\mathbf{\Delta}_{(J)}$  est alors circulante-bloc-circulante de dimension  $NJ$  dont le premier bloc-colonne est donné par  $[\mathbf{\Delta}_2^\top, \mathbf{\Delta}_3^\top, \mathbf{0}_{N \times (J-3)N}^\top, \mathbf{\Delta}_1^\top]^\top$  et le premier bloc-ligne est  $[\mathbf{\Delta}_2, \mathbf{\Delta}_1, \mathbf{0}_{N \times (J-3)N}, \mathbf{\Delta}_3]$ . Enfin, le minimiseur de (6) est :

$$\hat{\mathbf{a}} = \left( \mathbf{S}^\top \mathbf{S} \otimes \mathbf{H}_{(K)}^{1\top} \mathbf{H}_{(K)}^1 + \eta_a \mathbf{I}_R \otimes \mathbf{\Delta}_{(K)}^\top \mathbf{\Delta}_{(K)} \right)^{-1} \cdot (\mathbf{S}^\top \otimes \mathbf{H}_{(K)}^{1\top})\mathbf{y}. \quad (7)$$

Le coût de la solution (7) est principalement lié à celui du calcul de l'inverse d'une matrice. Cette dernière ne possède pas de structure de type Kronecker facilitant les calculs. Cependant, on peut exploiter la structure circulant-bloc-circulant de  $\mathbf{\Delta}_{(K)}$  pour obtenir une implémentation efficace de l'estimateur (cf. § 3.3). Pour de très grandes images, la durée d'un traitement global reste très élevé. Dans le prochain paragraphe, nous proposons une méthode en ligne fondée sur des blocs glissants afin de traiter des flux d'images avec une complexité numérique contrôlée.

### 3.1 JUD en ligne

Dans [7], nous avons proposé un algorithme séquentiel de type LMS pour la déconvolution en ligne d'images hyperspectrales. Il consiste à réaliser un traitement par blocs glissants de  $Q$  images consécutives. Nous reprenons ici la même démarche pour la séparation-déconvolution conjointes. Pour un bloc de taille  $Q$  (supposé impair), on définit :

$$\mathbf{y}'_k{}^p \triangleq \text{col}\left\{\mathbf{y}_{k-Q+q}^p\right\}_{q=1}^Q, \quad \mathbf{y}'_k \triangleq \text{col}\left\{\mathbf{y}'_k{}^p\right\}_{p=1}^P$$

$$\mathbf{a}'_{k,r} \triangleq \text{col}\left\{\mathbf{a}_{k-Q+q,r}\right\}_{q=1}^Q, \quad \mathbf{a}'_k \triangleq \text{col}\left\{\mathbf{a}'_{k,r}\right\}_{r=1}^R. \quad (8)$$

Le modèle séquentiel de mélange-convolution s'exprime par :

$$\mathbf{y}'_k = (\mathbf{S} \otimes \mathbf{H}_{(Q)}^1)\mathbf{a}'_k + \mathbf{e}'_k \quad (9)$$

où  $\mathbf{e}'_k$  est la vectorisation du bruit dans le bloc ; il est défini de la même façon que pour  $\mathbf{y}'_k$ .

La formulation par « bloc » du critère (6) est donnée par :

$$\mathcal{J}_{\text{BT}}(\mathbf{a}'_k) = \frac{1}{2} \left\| \mathbf{y}'_k - (\mathbf{S} \otimes \mathbf{H}_{(Q)}^1)\mathbf{a}'_k \right\|_2^2 + \frac{\eta_a}{2} \|(\mathbf{I}_R \otimes \mathbf{\Delta}_{(Q)})\mathbf{a}'_k\|_2^2 \quad (10)$$

pour laquelle le minimiseur est donné par (7) en remplaçant  $\mathbf{H}_{(K)}^1$  et  $\mathbf{\Delta}_{(K)}$  par  $\mathbf{H}_{(Q)}^1$  et  $\mathbf{\Delta}_{(Q)}$ , respectivement. Le résultat retenu correspond à l'image au centre du bloc :

$$\hat{\mathbf{a}}_{k-(Q-1)/2} = \mathbf{C}\hat{\mathbf{a}}'_k \quad (11)$$

où la matrice  $\mathbf{C} \triangleq \mathbf{I}_R \otimes [\mathbf{0}_{N \times N(Q-1)/2}, \mathbf{I}_N, \mathbf{0}_{N \times N(Q-1)/2}]$  sélectionne le  $(Q-1)/2$ -ème bloc des données  $\hat{\mathbf{a}}'_{k,r}$ .

### 3.2 JUD avec contraintes de non-négativité

Imposer des valeurs positives aux cartes d'abondance pour des images hyperspectrales permet de fournir une meilleure interprétation des résultats du démélange. En outre, cette contrainte possède une propriété de stabilisation qui explique son utilité en restauration d'images [9]. Dans ce paragraphe, nous présentons une version non-négative de JUD (NN-JUD) à partir du critère Tikhonov par blocs (10) :

$$\min_{\mathbf{a}'_k \geq \mathbf{0}} \mathcal{J}_{\text{BT}}(\mathbf{a}'_k). \quad (12)$$

Pour résoudre ce problème, une méthode classique consiste à utiliser la pénalité quadratique [10]. Cela revient à remplacer la contrainte d'inégalité par une contrainte d'égalité en introduisant une variable auxiliaire  $\mathbf{z} \geq \mathbf{0}$  telle que  $\mathbf{a}'_k - \mathbf{z} = \mathbf{0}$ . Cette transformation, combinée à la méthode du lagrangien augmenté, aboutit au problème suivant :

$$\min_{\mathbf{a}'_k, \mathbf{z} \geq \mathbf{0}} \mathcal{J}_{\text{NNBT}}(\mathbf{a}_k, \mathbf{z}) = \frac{1}{2} \left\| \mathbf{y}'_k - (\mathbf{S} \otimes \mathbf{H}_{(Q)}^1)\mathbf{a}'_k \right\|_2^2 + \frac{\eta_a}{2} \|(\mathbf{I}_R \otimes \mathbf{\Delta}_{(Q)})\mathbf{a}'_k\|_2^2 + \frac{\xi}{2} \|\mathbf{a}'_k - \mathbf{z} + \mathbf{u}\|_2^2 - \frac{\xi}{2} \|\mathbf{u}\|_2^2 \quad (13)$$

où  $\xi$  est le paramètre de barrière et  $\mathbf{u}$  est le vecteur des multiplicateurs de Lagrange réduits. Finalement, la solution est obtenue en itérant sur  $i = 1, \dots, N_{iter}$  les étapes suivantes où  $(\cdot)^i$

désigne une estimée à l'itération  $i$  :

$$\hat{\mathbf{a}}_k^{i+1} = \left( \mathbf{S}^\top \mathbf{S} \otimes \mathbf{H}_{(Q)}^{1\top} \mathbf{H}_{(Q)}^1 + \mathbf{I}_R \otimes \eta_a \mathbf{\Delta}_{(Q)}^\top \mathbf{\Delta}_{(Q)} + \xi^i \mathbf{I}_{NQR} \right)^{-1} \left( (\mathbf{S}^\top \otimes \mathbf{H}_{(Q)}^{1\top}) \mathbf{y}'_k + \xi^i (\mathbf{z}^i - \mathbf{u}^i) \right) \quad (14)$$

$$\mathbf{z}^{i+1} = \max(\mathbf{0}, \hat{\mathbf{a}}_k^{i+1} + \mathbf{u}^i) \quad (15)$$

$$\mathbf{u}^{i+1} = \mathbf{u}^i + \hat{\mathbf{a}}_k^{i+1} - \mathbf{z}^{i+1} \quad (16)$$

$$\xi^{i+1} = \beta \xi^i, \beta \geq 1. \quad (17)$$

avec  $\mathbf{z}^0 = \mathbf{0}$ ,  $\mathbf{u}^0 = \mathbf{0}$  et  $\xi^0 > 0$ .

### 3.3 Implémentation de NN-JUD

Nous abordons ici le problème d'implémentation de NN-JUD dont le coût est principalement lié à l'inversion de la matrice de gauche dans (14). Notons que cette équation est la solution au problème linéaire suivant :

$$\left( \mathbf{S}^\top \mathbf{S} \otimes \mathbf{H}_{(Q)}^{1\top} \mathbf{H}_{(Q)}^1 + \mathbf{I}_R \otimes (\eta_a \mathbf{\Delta}_{(Q)}^\top \mathbf{\Delta}_{(Q)} + \xi^i \mathbf{I}_{NQR}) \right) \mathbf{a}'_k^{i+1} = \left( (\mathbf{S}^\top \otimes \mathbf{H}_{(Q)}^{1\top}) \mathbf{y}'_k + \xi^i (\mathbf{z}^i - \mathbf{u}^i) \right) \quad (18)$$

qui peut être reconnu comme la forme de Kronecker d'une l'équation de type Sylvester<sup>1</sup>. La décomposition en valeurs singulières (SVD) de  $\mathbf{S}^\top \mathbf{S}$  est donnée par  $\mathbf{S}^\top \mathbf{S} = \mathbf{U} \mathbf{\Sigma}^2 \mathbf{U}^*$  où  $(\cdot)^*$  est la conjuguée hermitienne et  $\mathbf{\Sigma}^2$  est une matrice diagonale. Comme  $\mathbf{H}_{(Q)}^1$  et  $\mathbf{\Delta}_{(Q)}$  sont circulantes-bloc-circulantes, les matrices  $\mathbf{H}_{(Q)}^{1\top} \mathbf{H}_{(Q)}^1$  et  $\eta_a \mathbf{\Delta}_{(Q)}^\top \mathbf{\Delta}_{(Q)} + \xi^i \mathbf{I}_{NQR}$  le sont également. Elles sont alors diagonalisables dans la base de Fourier :  $\mathbf{H}_{(Q)}^{1\top} \mathbf{H}_{(Q)}^1 = \mathbf{F}^* \mathbf{\Gamma}^2 \mathbf{F}$  et  $\eta_a \mathbf{\Delta}_{(Q)}^\top \mathbf{\Delta}_{(Q)} + \xi^i \mathbf{I}_{NQR} = \mathbf{F}^* \mathbf{\Phi}_i^2 \mathbf{F}$  où  $\mathbf{F}$  désigne la matrice de transformée de Fourier discrète 2D. En remplaçant ces expressions dans (14), on obtient :

$$\left( \mathbf{U} \otimes \mathbf{F}^* \right) \left( \mathbf{\Sigma}^2 \otimes \mathbf{\Gamma}^2 + \mathbf{I}_R \otimes \mathbf{\Phi}_i^2 \right) \left( \mathbf{U}^* \otimes \mathbf{F} \right) \mathbf{a}'_k^{i+1} = \left( (\mathbf{S}^\top \otimes \mathbf{H}_{(Q)}^{1\top}) \mathbf{y}'_k + \xi^i (\mathbf{z}^i - \mathbf{u}^i) \right), \quad (19)$$

dont la solution s'écrit :

$$\hat{\mathbf{a}}_k^{i+1} = \left( \mathbf{U} \otimes \mathbf{F}^* \right) \left( \mathbf{\Sigma}^2 \otimes \mathbf{\Gamma}^2 + \mathbf{I}_R \otimes \mathbf{\Phi}_i^2 \right)^{-1} \left( \mathbf{U}^* \otimes \mathbf{F} \right) \left( (\mathbf{S}^\top \otimes \mathbf{H}_{(Q)}^{1\top}) \mathbf{y}'_k + \xi^i (\mathbf{z}^i - \mathbf{u}^i) \right) \quad (20)$$

Pour une implémentation efficace, les matrices intervenant dans l'inversion sont pré-calculées et stockées en mémoire. Le coût de la SVD est  $\mathcal{O}(R^3)$ . Celui des transformées de Fourier discrètes de  $\mathbf{H}_{(Q)}^{1\top} \mathbf{H}_{(Q)}^1$  et  $\eta_a \mathbf{\Delta}_{(Q)}^\top \mathbf{\Delta}_{(Q)} + \xi^i \mathbf{I}_{NQR}$  est  $\mathcal{O}(N^2 Q^2 (\log_2 NQ))$  chacune. Le produit  $(\mathbf{S}^\top \otimes \mathbf{H}_{(Q)}^{1\top}) \mathbf{y}'_k$  est réalisé une fois; il coûte  $\mathcal{O}(NQR (\log_2 NQ + P))$ . Ainsi, avec l'hypothèse réaliste que  $R \ll NQ$ , ces pré-calculs sont dominés par le coût de la transformée de Fourier qui est  $\mathcal{O}(2N^2 Q^2 (\log_2 NQ))$ . Le calcul des produits des matrices  $(\mathbf{U} \otimes \mathbf{F}^*)$  et  $(\mathbf{U}^* \otimes \mathbf{F})$  par un vecteur de dimension  $RNQ$  est

1. L'équation matricielle de Sylvester  $\mathbf{AXB}^\top + \mathbf{CXD}^\top = \mathbf{E}$ , où  $\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}$ , et  $\mathbf{D}$  sont des matrices carrées de dimensions appropriées, peut être transformée à l'aide de l'opérateur de vectorisation en  $(\mathbf{B} \otimes \mathbf{A} + \mathbf{D} \otimes \mathbf{C}) \text{vec}(\mathbf{X}) = \text{vec}(\mathbf{E})$ .

TABLE 1 – Complexité numérique par bloc de JUD et NN-JUD

JUD	Pré-calculs	$\mathcal{O}(2N^2 Q^2 (\log_2 NQ) + R^3)$
	Autres	$\mathcal{O}(2NQR(R + \log_2 NQ))$
NN-JUD	Pré-calculs	$\mathcal{O}(2N_{iter} N^2 Q^2 (\log_2 NQ) + R^3)$
	Autres	$\mathcal{O}(2N_{iter} NQR(R + \log_2 NQ))$

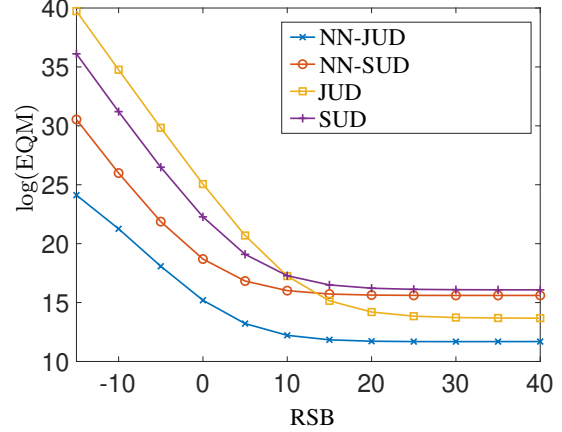


FIGURE 1 – EQM estimées pour quatre algorithmes de séparation-déconvolution en fonction du RSB.

de l'ordre  $\mathcal{O}(NQR (\log_2 NQ + R))$ , ce qui domine le coût de l'inversion de la matrice diagonale  $\mathbf{\Sigma}^2 \otimes \mathbf{\Gamma}^2 + \mathbf{I}_R \otimes \mathbf{\Phi}_i^2$  qui est en  $\mathcal{O}(2NQ + R)$ . Finalement, à chaque itération, le coût de l'estimation de  $\mathbf{a}'_k$  est  $\mathcal{O}(2NQR (\log_2 NQ + R))$ . Le tableau 1 résume la complexité numérique par bloc des algorithmes séquentiels proposés.

## 4 Résultats expérimentaux

### 4.1 Image simulée

Considérons d'abord une image simulée à partir du modèle (3) en utilisant trois sources. Les cartes d'abondance ont une taille  $101 \times 101$  et les sources sont des spectres d'absorption sur 32 bandes spectrales en proche infra-rouge (NIR) d'échantillons de bois. Pour simuler une observation, cette image est floutée par un noyau gaussien de taille  $7 \times 7$  avec une largeur à mi-hauteur de 3 pixels. Un bruit gaussien est ensuite ajouté pour obtenir un rapport signal-sur-bruit variant dans  $[-15, 40]$  dB. On fixe  $\eta_a = 5$ ,  $Q = 7$ ,  $N_{iter} = 10$ ,  $\xi^0 = 1$  et  $\beta = 10$ . Les résultats obtenus avec JUD et NN-JUD sont comparés à ceux obtenus avec un algorithme qui réalise *séparément* le démélange puis la déconvolution [6]. Ce dernier est abrégé par SUD et sa version non-négative par NN-SUD.

La figure 1 montre les erreurs quadratiques moyennes (EQM) en fonction du RSB. À faible RSB ( $< 10$  dB), la méthode JUD est meilleure que les deux versions de SUD mais, à fort RSB, ces dernières donnent de meilleurs résultats en terme

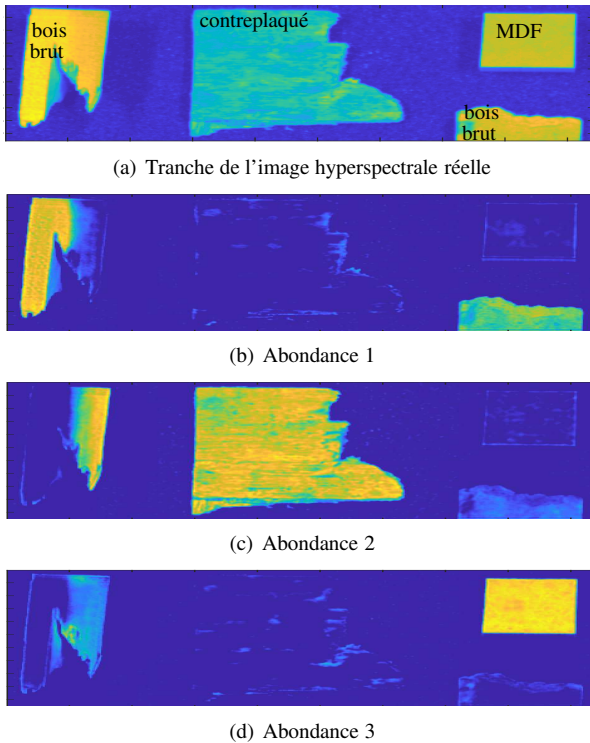


FIGURE 2 – Résultat de séparation-déconvolution par NN-JUD sur une image hyperspectrale de déchets bois.

d'EQM. On peut également observer que la contrainte de non-négativité permet une augmentation notable des performances. Dans tous les cas, NN-JUD fournit la meilleure solution.

## 4.2 Application au tri de déchets bois

Nous présentons ici les résultats obtenus avec NN-JUD sur une image hyperspectrale réelle de taille  $211 \times 471 \times 32$ . Cette image est acquise par un imageur NIR à balayage en faisant défiler des pièces de déchets bois (brut, contreplaqué et MDF) sur un tapis roulant. L'objectif est de faire le tri entre le bois recyclable et non recyclable (MDF). Les spectres de chaque type de bois sont appris sur des pièces similaires, ce qui permet de définir les sources. Le filtre de convolution correspond à un filtre gaussien de largeur à mi-hauteur égale à 2 pixels. On fixe  $\eta_a = 1$ ,  $Q = 5$ ,  $N_{iter} = 10$ ,  $\xi^0 = 1$  et  $\beta = 10$ . La figure 2(a) montre une tranche de l'image hyperspectrale correspondant à une seule longueur d'onde. Les cartes d'abondance estimées par NN-JUD sont représentées dans les figures 2(b)-2(d). On observe une amélioration de la résolution spatiale, en particulier, autour du contreplaqué en fig. 2(c). Un simple seuillage permet de classifier les différents objets. Notons néanmoins que le bois brut apparaissant dans le coin supérieur gauche de l'image est en partie couvert de colle qui est l'un des composants du contreplaqué. Cela explique pourquoi la partie de droite de cet objet apparaît dans la deuxième abondance associée à la signature spectrale du contreplaqué.

## 5 Conclusion

Nous avons présenté deux versions d'un algorithme de séparation-déconvolution conjointes pour les images hyperspectrales : sans et avec contrainte de positivité. Les critères utilisés intègrent un terme de régularisation  $\ell_2$  favorisant la douceur spatiale et un traitement par blocs glissants pour une implémentation séquentielle et efficace grâce à la transformée de Fourier rapide. Les résultats expérimentaux ont montré l'intérêt de la séparation-déconvolution conjointes, d'une part, et de la non-négativité d'autre part. En perspective, nous comptons développer des estimateurs de type LMS incluant des régularisations  $\ell_1$  qui sont particulièrement adaptés aux applications de tri.

## Références

- [1] Pellenc ST. Mistral Product. [Online]. Available : <http://www.pellencst.com/products/>
- [2] J. M. Bioucas-Dias, A. Plaza, N. Dobigeon, M. Parente, Q. Du, P. Gader, and J. Chanussot, « Hyperspectral unmixing overview : Geometrical, statistical, and sparse regression-based approaches, » *IEEE J. Sel. Top. Appl. Earth. Obs. Remote Sens.*, 5(2), pp. 354–379, 2012.
- [3] E. Chouzenoux, M. Legendre, S. Moussaoui, and J. Idier, « Fast constrained least squares spectral unmixing using primal-dual interior-point optimization, » *IEEE J. Sel. Top. Appl. Earth. Obs. Remote Sens.*, 7(1), 2014.
- [4] X.-L. Zhao, F. Wang, T.-Z. Huang, M. K. Ng, and R. J. Plemmons, « Deblurring and sparse unmixing for hyperspectral images, » *IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.*, 51(7), pp. 4045–4058, 2013.
- [5] S. Henrot, C. Soussen, M. Dossot, and D. Brie, « Does deblurring improve geometrical hyperspectral unmixing ? » *IEEE Trans. Image Process.*, 23(3), pp. 1169–1180, 2014.
- [6] S. Henrot, C. Soussen, and D. Brie, « Sequential deconvolution-unmixing of blurred hyperspectral data, » in *Proceedings ICIP 2014*, pp. 5152–5156.
- [7] Y. Song, E.-H. Djermoune, J. Chen, C. Richard, and D. Brie, « Online deconvolution for industrial hyperspectral imaging systems, » *SIAM J. Imaging Sci.*, 12(1), pp. 54–86, 2019.
- [8] Y. Song, « Amélioration de la résolution spatiale d'une image hyperspectrale par déconvolution et séparation-déconvolution conjointes, » mémoire de thèse, Université de Lorraine, 2018.
- [9] J. M. Bardsley, J. K. Merikoski, and R. Vio, « The stabilizing properties of nonnegativity constraints in least-squares image reconstruction, » *Int. J. Pure Appl. Math.*, 43(1), p. 95, 2008.
- [10] J. Nocedal and S. Wright, « Numerical optimization, series in operations research and financial engineering, » Springer, New York, USA, 2006.