



## Annexe à la proposition denitac.pdf

Denise Vella-Chemla

► **To cite this version:**

| Denise Vella-Chemla. Annexe à la proposition denitac.pdf. 2019. hal-02263284

**HAL Id: hal-02263284**

**<https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-02263284>**

Submitted on 3 Aug 2019

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

On cherche à décomposer un nombre pair  $n$  en somme de 2 nombres premiers  $p_1 + p_2$ .

On ne peut pas faire référence à  $\zeta(-1)$  comme on l'a fait dans [1]. On peut cependant, pour obtenir une minoration du nombre de décomposants de Goldbach de  $n$ , utiliser le cardinal  $|\mathcal{P}_{\frac{n}{2}}|$  de l'ensemble des nombres premiers inférieurs ou égaux à  $\frac{n}{2}$  et le multiplier par le produit  $\prod_{p \leq \sqrt{n}} \left(1 - \frac{1}{p}\right)$  qui compte combien de chances a le nombre premier  $p_1$  de ne pas partager son reste avec  $n$  selon chaque module  $p$  inférieur à  $\sqrt{n}$  (le fait de ne pas partager son reste avec  $n$  permet à  $p_1$  d'avoir un complémentaire à  $n$  (appelé  $p_2$ ) qui est premier également).

La minoration<sup>1</sup> de  $\pi(x)$  (le nombre de nombres premiers inférieurs à  $x$ ) par  $\frac{x}{\log x}$  est fournie dans [2], page 69, pour  $x \geq 17$  (Corollaire 1, (3.5), du Théorème 2, dont la démonstration est fournie au paragraphe 7 de [2]).

On a en conséquence  $|\mathcal{P}_{\frac{n}{2}}| > \frac{\frac{n}{2}}{\log(\frac{n}{2})}$ .

La minoration de  $\prod_{p \leq \sqrt{n}} \left(1 - \frac{1}{p}\right)$  est également fournie dans [2], page 70 (c'est le corollaire (3.27) du Théorème 7 dont la démonstration est fournie au paragraphe 8 de [2], avec  $\gamma$  la constante d'Euler-Mascheroni).

$$(3.27) \quad \frac{e^{-\gamma}}{\log x} \left(1 - \frac{1}{\log^2 x}\right) < \prod_{p \leq x} \left(1 - \frac{1}{p}\right) \quad \text{pour } 1 < x.$$

En multipliant ces expressions ensemble, on obtient que le nombre de décomposants de Goldbach de  $n$  doit être supérieur à :

$$\frac{n/2}{\log(n/2)} \frac{e^{-\gamma}}{\log \sqrt{n}} \left(1 - \frac{1}{\log^2 \sqrt{n}}\right)$$

qui est strictement supérieur à 1 à partir de 24.

## Bibliographie

[1] <http://denisevellachemla.eu/denitac.pdf>.

[2] J. B. Rosser et L. Schoenfeld, *Approximate formulas for some functions of prime numbers*, dedicated to Hans Rademacher for his seventieth birthday, Illinois J. Math., Volume 6, Issue 1 (1962), 64-94.

---

1. Cette minoration est à distinguer du Théorème des nombres premiers, prouvé indépendamment par Hadamard et La Vallée-Poussin, et qui fournit une tendance asymptotique pour  $\pi(x)$ .