

# Élaboration par homogénéisation d'un modèle non local d'interface dans les composites stratifiés

David Marsal, Pierre Ladevèze, Gilles Lubineau

► **To cite this version:**

David Marsal, Pierre Ladevèze, Gilles Lubineau. Élaboration par homogénéisation d'un modèle non local d'interface dans les composites stratifiés. 7e colloque national en calcul des structures, CSMA, May 2005, Giens, France. hal-01813044

**HAL Id: hal-01813044**

**<https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01813044>**

Submitted on 12 Jun 2018

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Public Domain

---

# Élaboration par homogénéisation d'un modèle non local d'interface dans les composites stratifiés

## Set up by homogenization of a non local model of interface in composite laminates

David Marsal — Pierre Ladevèze — Gilles Lubineau

LMT Cachan (ENS Cachan / CNRS / Université Pierre et Marie Curie)  
61 avenue du président Wilson  
94235 Cachan Cedex  
marsal@lmt.ens-cachan.fr

---

*RÉSUMÉ.* Lors de récents travaux sur l'endommagement des stratifiés, il a été proposé de construire des relations d'équivalence entre une modélisation micro utilisant l'échelle de la fibre, et une modélisation méso utilisant l'échelle du pli. En pratique, la mise en œuvre numérique de ces relations micro-méso permet de définir des domaines de quasi-équivalence et de non-équivalence entre ces modélisations. Afin d'augmenter la confiance envers le mésomodèle dans le cadre des sollicitations hors-plan, une première amélioration du domaine d'équivalence est proposée. Une campagne de simulations numériques permet de remonter d'une échelle les informations mécaniques des modèles micro concernant les interactions entre endommagement intra et interlaminaire.

*ABSTRACT.* \* Dealing with damage in laminates, some recent works have proposed to build a set of equivalence links between a micro modeling using the fiber scale, and a meso modeling using the ply scale. Actually, the numerical set up of these micro-meso links enables to define the domains of quasi-equivalence and non-equivalence between both modelings. In order to enhance the confidence towards the mesomodeling under out-of-the-plane solicitations, a first improvement of the equivalence domain is proposed. A set of numerical runs enables to bring the micro mechanical informations about interaction between intra and interlaminar damage to the meso scale.

*MOTS-CLÉS :* interface, micro-méso, délaminage

*KEYWORDS:* interface, micro-méso, delamination

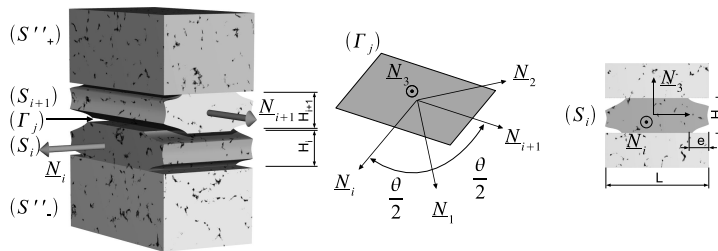
---

## 1. Introduction

Afin de tirer parti de leur tolérance à l'endommagement, les conceptions stratifiées requièrent la prédiction des intensités et des interactions de leurs mécanismes de dégradations jusqu'à la rupture finale. L'utilisation de l'échelle de la fibre permet aux modèles micro de fournir des indications physiques très proches des observations expérimentales [HIG 82, HAS 85, LAW 88]. L'utilisation d'échelles plus grandes et de la mécanique continue de l'endommagement permet de fournir des modèles macro bien adaptés au calcul de structure. Cependant, ces derniers ne bénéficient pas encore de la confiance des ingénieurs. Aussi, la démarche proposée consiste à établir des relations d'équivalence en énergie potentielle entre les modélisations micro et méso d'un même domaine de matériau sous un même chargement uniforme par pli. Un premier volet [LAD 01], focalisé sur le comportement du pli sous chargement plan, a prouvé que les variables d'endommagement méso et les forces thermodynamiques associées peuvent être interprétées comme quantités homogénéisées de quantités micro. Résultat fondamental, ce lien entre quantités micro et méso se révèle en pratique indépendant de la séquence d'empilement, quel que soit l'état d'endommagement. Dans ce cadre, le mésomodèle initial est donc démontré comme résultat d'une homogénéisation des modèles micromécaniques. Le second volet [LAD 05] concerne l'étude du comportement des plis et des interfaces sous chargements hors-plan en adoptant une démarche similaire. Ce papier présente les principaux résultats concernant l'interface. Dans un premier temps les deux échelles de modélisation utilisées sont explicitées. Ensuite la démarche permettant de construire les relations micro-méso est rappelée. La mise en œuvre numérique met alors en évidence des interactions entre l'endommagement des plis et celui de l'interface, absentes de la mésomodélisation initiale [OGI 95, NAI 92]. Une amélioration est donc proposée en remontant d'une échelle des informations jusqu' alors limitées aux modèles micromécaniques.

## 2. Modélisation multiéchelle de l'endommagement des stratifiés

### 2.1. Micro modélisation d'interface et énergie potentielle



**Figure 1.** Cellule élémentaire et notations du problème de d'interface

Le pont micro méso prend en compte quatre scénarios majeurs de dégradation. Les notations sont illustrées par la figure 1.

– Scénario 1 de fissuration transverse : ces fissures, parallèles à la direction des fibres, traversent la totalité du pli dans son épaisseur et sa largeur. Considéré comme périodique, ce scénario est caractérisé par la variable sans dimension taux de fissuration transverse,  $\rho = \frac{H}{L}$

– Scénario 2 de délaminage local : ces fissures séparent deux plis adjacents et apparaissent souvent en pointe de fissure transverse. Considéré également comme périodique, ce scénario est caractérisé par la variable sans dimension taux de délaminage local  $\tau = \frac{e}{H}$ .

– Scénario 3 d'endommagement diffus du pli : il correspond aux dégradations du pli qui peuvent être considérées comme continues à l'échelle micro, telles que les décohésions fibre-matrice. C'est un mécanisme de première importance en cas de cisaillement [LAF 00]. Ce scénario est caractérisé par un affaiblissement des modules de rigidité du pli. Ainsi la fissuration transverse peut apparaître dans un pli préalablement endommagé.

– Scénario 4 d'endommagement diffus de l'interface : il correspond aux dégradations de l'interface qui peuvent être considérées comme continues à l'échelle micro. La taille caractéristique de ces décohésions d'interface est d'un ordre de grandeur inférieure à celle du scénario 2. Ce scénario est caractérisé par un affaiblissement des modules de rigidité de l'interface. Ainsi le délaminage local peut apparaître dans une interface préalablement endommagée.

Le calcul de l'énergie potentielle d'un domaine stratifié quelconque, en termes de séquence d'empilement, d'état d'endommagement et de sollicitation, est un problème a priori très difficile voire inabordable. En utilisant le principe de Saint Venant, l'hypothèse de comportement élastique linéaire et les hypothèses de périodicité ou d'homogénéité locales des dégradations, on montre qu'il est possible de réduire le domaine d'étude à une cellule élémentaire décrite figure 1 [LAD 05]. Ainsi l'interface  $\Gamma_j$  est caractérisée par :

- l'épaisseur de l'interface  $H_j$  que l'on prendra comme unité de longueur
- les épaisseurs adimensionnée des plis ajacents  $H_i/H_j$  et  $H_{i+1}/H_j$
- l'angle relatif  $\theta$  des directions des fibres des plis adjacents

L'état de dégradations de l'interface est décrit par :

- les taux de fissuration transverse des plis adjacents  $\rho_i$  et  $\rho_{i+1}$
- les taux de délaminages en pointe de fissures transverses  $\tau_i$  et  $\tau_{i+1}$
- le ratio de délaminage  $\lambda$ , rapport de l'aire délaminée sur l'aire totale d'interface

Cette modélisation étant étudiée dans le cadre de l'élasticité linéaire, l'énergie potentielle, notée  $E_{p(\Gamma_j)}^m$  est une forme quadratique du chargement hors-plan imposé, noté  $[\sigma \cdot \vec{N}_3]$  dans la base  $(\vec{N}_1, \vec{N}_2, \vec{N}_3)$  de l'interface, ce qui définit l'opérateur micro d'interface  $A_{\Gamma_j}^m$  :

$$\frac{2E_{p(\Gamma_j)}^m}{mes(\Gamma_j)} = [\sigma \cdot \vec{N}_3]^T \cdot A_{\Gamma_j}^m \cdot [\sigma \cdot \vec{N}_3]$$

$$A_{\Gamma_j}^m = A_{\Gamma_j}^m(\rho_i, \rho_{i+1}, \tau_i, \tau_{i+1})$$

## 2.2. Méso modélisation d'interface et énergie potentielle

Le mésomodèle initié au LMT postule que le comportement de toute structure stratifiée peut-être prédit jusqu'à rupture grâce à deux constituants élémentaires, le pli et l'interface, assimilés à des milieux continus. Le comportement de chaque constituant est intrinsèque. Les variables d'endommagement, associées à la dégradation des modules de rigidité, sont supposées constantes dans l'épaisseur du pli. L'interface est une entité surfacique qui représente la fine couche de matrice observée expérimentalement entre deux plis adjacents. Caractérisée par leur orientation relative, elle assure le transfert des contraintes et des déplacements entre ces plis. Sa rigidité est égale au rapport de la rigidité de cisaillement de la matrice sur l'épaisseur d'interface que l'on approxime par le dixième de l'épaisseur d'un pli élémentaire.

Sous un chargement hors-plan imposé, noté  $[\sigma \cdot \vec{N}_3]$  dans la base  $(\vec{N}_1, \vec{N}_2, \vec{N}_3)$  de l'interface, l'énergie potentielle  $E_{p(\Gamma_j)}^M$  développée avec cette mésomodélisation définit l'opérateur méso d'interface  $A_{\Gamma_j}^M$  fonctions des variables d'endommagement  $d_i$ , les  $k_i^0$  étant les modules de rigidité initiaux de l'interface dans son repère d'orthotropie :

$$\begin{aligned} \frac{2E_{p(\Gamma_j)}^M}{mes(\Gamma_j)} &= \frac{\sigma_{33}^2}{(1-d_3)k_3^0} + \frac{\sigma_{23}^2}{(1-d_2)k_2^0} + \frac{\sigma_{13}^2}{(1-d_1)k_1^0} \\ \frac{2E_{p(\Gamma_j)}^M}{mes(\Gamma_j)} &= [\sigma \cdot \vec{N}_3]^T \cdot A_{\Gamma_j}^M \cdot [\sigma \cdot \vec{N}_3] \\ A_{\Gamma_j}^M &= A_{\Gamma_j}^M(d_1, d_2, d_3) \end{aligned}$$

## 3. Relations micro-méso

### 3.1. Confrontation des échelles

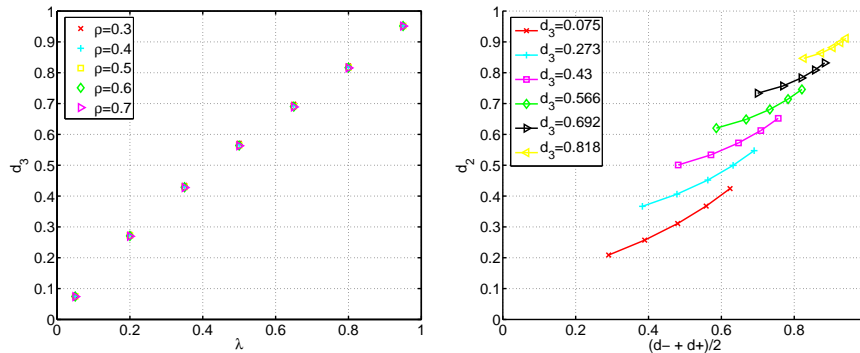
L'équivalence recherchée entre les opérateurs  $A_{\Gamma_j}^m$  et  $A_{\Gamma_j}^M$  permet de définir des relations entre variables méso  $(d_1, d_2, d_3)$  et variables micro  $(\rho_i, \rho_{i+1}, \tau_i, \tau_{i+1})$ . Dans l'approche proposée, l'opérateur  $A_{\Gamma_j}^m(\rho_i, \rho_{i+1}, \tau_i, \tau_{i+1})$  est calculé par simulation numérique pour chaque jeu de paramètre d'interface étudié. Une représentation correcte des états d'endommagement potentiels nécessite un nombre suffisant de simulation dans les intervalles  $\rho \in [0.0.7]$  et  $\tau \in [0.0.3]$ , au delà le matériau est considéré en pratique comme totalement endommagé. L'utilisation d'une méthode de résolution analytique, bien que possible, n'est pas judicieuse car les approximations supplémentaires détériorent le caractère intrinsèque du comportement [LAD 01]. De plus, les modèles les plus aboutis dans ce domaine traitent essentiellement les cas de sollicitations planes.

### 3.2. Vers un mésomodèle d'interface amélioré

Dans le cas le plus général, l'opérateur  $A_{\Gamma_j}^m$  n'est ni diagonal ni intrinsèque à l'interface [LAD 05], révélant ainsi quelques faiblesses de la mésomodélisation initiale. La recherche de l'équivalence entre les expressions micro et méso de l'énergie potentielle permet alors de proposer des améliorations. Il est tout à fait possible de construire un modèle quasi-équivalent à l'homogénéisation des modèles micros mais sa complexité casserait l'intérêt de la mésomodélisation. La solution adoptée vise la mise en place d'un modèle exploitable et conserve donc l'hypothèse d'orthotropie et autorise un caractère non-local simple. La situation de référence est alors celle d'une interface entre deux plis identiquement endommagés, le comportement orthotrope étant alors vérifié de façon exacte. Les autres situations sont approchées en construisant une situation de référence quasi équivalente rendant compte de la moyenne des dégradations réelles. Dans ce cadre, deux variables internes  $d_2$  et  $d_3$  sont nécessaires, la variable  $d_1$  étant alors identique à  $d_2$ . En utilisant les relations donnant  $(d_2, d_3)$  en fonctions  $(\rho_i, \rho_{i+1}, \tau_i, \tau_{i+1})$  et en substituant les variables micro par leur expression en termes de variables méso, il est possible de proposer une description méso et contenant les principaux traits du comportement micro homogénéisé :

- la variable méso d'endommagement en traction de l'interface  $d_3$  est indépendante du taux de fissuration transverse  $\rho$  des plis adjacents. De plus, elle est directement liée au ratio de délaminage  $\lambda$  de l'interface, Figure 2-gauche.

- la variable méso d'endommagement en cisaillement de l'interface  $d_2$  introduit au contraire une interaction forte entre les mécanismes de fissuration transverse des plis adjacents et de délaminage. Figure 2-droite,  $d_2$  est tracé en fonction de la moyenne des variables d'endommagement en cisaillement plan des plis inférieur et supérieur, pour plusieurs valeurs de  $d_3$ .



**Figure 2.** endommagement de l'interface en traction  $d_3$  et en cisaillement  $d_2$  en fonction du ratio de délaminage et de l'endommagement plan des plis

#### 4. Conclusion et perspectives

En exploitant par simulation numérique les relations micro-méso mises à jour lors de précédents travaux, une amélioration du mésomodèle d'interface initial est proposée, conservant la simplicité de l'orthotropie et permettant de simuler les interactions entre fissuration transverse et délaminage par un comportement non-local de l'interface. Une révision du comportement hors-plan du modèle de pli est à l'étude. Sur la base des premières améliorations apportées et des résultats de la littérature sur les évolutions des mécanismes, une inversion du pont micro-méso est en cours d'élaboration afin d'analyser la pertinence d'une description de l'échelle micro suite à un calcul structure.

#### Remerciements

Les auteurs tiennent à remercier la DGA/STTC pour son soutien financier au travers du Programme d'Etudes Amonts "Analyse MultiEchelle : Recherche Innovante pour les matériaux COMposites" (AMERICO), coordonné par l'ONERA.

#### 5. Bibliographie

- [HAS 85] HASHIN Z., « Analysis of cracked laminates : a variational approach », *Mechanical of Materials*, vol. 4, 1985, p. 121-136.
- [HIG 82] HIGHSMITH A., REIFSNIDER K., « Stiffness reduction mechanism in composite laminates », REIFSNIDER K., Ed., *Damage in Composite Materials*, ASTM-STP 775, American society for Testing and Materials 1982, p. 103-117.
- [LAD 01] LADEVÈZE P., LUBINEAU G., « On a damage mesomodel for laminates : micro-meso relationships, possibilities and limits. », *Composite Science and Technology*, vol. 61, n° 15, 2001, p. 2149-2158.
- [LAD 05] LADEVÈZE P., LUBINEAU G., MARSAL D., « Towards a bridge between the micro- and mesomechanics of delamination for laminated composites », *Composite Science and Technology*, vol. x, 2005, page xx, accepted, to appear.
- [LAF 00] LAFARIE-FRÉNOT M., HÉNAFF-GARDIN C., CINQUIN J., « Comparison of kinetics of matrix crack onset in carbon-epoxy laminates subjected to thermal and mechanical cyclic loadings », O.ALLIX, CLUZEL C., LAMON J., Eds., *Proc. of 12th national day for composites, Cachan, France*, 2000, p. 619-626, (in french).
- [LAW 88] LAWS N., DVORAK G., « Progressive transverse cracking in composite laminates », *Journal of Composite Materials*, vol. 22, 1988, p. 900-916.
- [NAI 92] NAIRN J., HU S., « The initiation and growth of delaminations induced by matrix microcracks in laminated composites. », *International Journal of Fracture*, vol. 57, 1992, p. 1-24.
- [OGI 95] OGIHARA S., TAKEDA N., « Interaction between transverse cracks and delamination during damage process in CFRP cross-ply laminates », *Composite Science and Technology*, vol. 54, n° 4, 1995, p. 395-404.