

Réduction des méconnaissances d'une structure industrielle

Guillaume Puel, Pierre Ladevèze, Thierry Romeuf

► **To cite this version:**

Guillaume Puel, Pierre Ladevèze, Thierry Romeuf. Réduction des méconnaissances d'une structure industrielle. 7e colloque national en calcul des structures, CSMA, May 2005, Giens, France. hal-01813016

HAL Id: hal-01813016

<https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01813016>

Submitted on 12 Jun 2018

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Public Domain

Réduction des méconnaissances d'une structure industrielle

Guillaume Puel* — **Pierre Ladevèze*** — **Thierry Romeuf****

* *LMT-Cachan (École Normale Supérieure de Cachan - CNRS - Université Paris 6)*
61 avenue du Président Wilson F-94235 Cachan Cedex
{guillaume.puel,pierre.ladeveze}@lmt.ens-cachan.fr

** *European Aeronautic Defence and Space Company (EADS Space Transportation)*
66 route de Verneuil BP 3002 F-78133 Les Mureaux Cedex
thierry.romeuf@space.eads.net

RÉSUMÉ. Dans le domaine de la quantification de la qualité d'un modèle numérique vis-à-vis d'une référence expérimentale, la théorie des méconnaissances permet de prendre en compte de façon globale les différentes sources d'erreur en associant à chaque sous-structure une variable interne scalaire contenue dans un intervalle dont les bornes sont des variables aléatoires. Nous présentons ici plus précisément la réduction des méconnaissances d'une structure réelle issue de l'industrie aérospatiale.

ABSTRACT. Concerning the quantification of the quality of a numerical model in comparison with an experimental reference, the theory of the Lack of Knowledge (LOK) consists in globalizing the various sources of errors on the substructure level using a scalar internal variable defined over an interval whose upper and lower bounds follow probabilistic laws. This paper is focused on the reduction of the LOKs of a actual structure from the aeronautical industry.

MOTS-CLÉS : méconnaissances, incertitudes, validation de modèle, dynamique des structures.

KEYWORDS: lacks of knowledge, uncertainties, model validation, structural dynamics.

1. Introduction

La quantification de la qualité d'un modèle numérique reste encore aujourd'hui une question majeure ; dans le domaine de la confrontation avec une référence expérimentale, de nombreuses méthodes ont été développées pour le recalage des rigidités et des masses dans les modèles dynamiques, à partir de résultats d'essais en vibrations libres ou forcées, comme dans [MOT 93] ou [LAD 99]. Toutefois, même après avoir bien recalé un modèle, il peut subvenir une erreur résiduelle qui traduit une certaine insuffisance du modèle à décrire la réalité des phénomènes observés. En complément de toutes les méthodes qui s'attachent à donner une description paramétrique stochastique [SCH 01] ou non [BEN 99] des incertitudes expérimentales, nous présentons ici la théorie des *méconnaissances* [PUE 03].

2. La théorie des méconnaissances

On résume ici les principaux points de l'utilisation du concept de méconnaissance ; plus de précisions peuvent être trouvées dans [LAD 04].

2.1. Définition des méconnaissances de base

Le concept de *méconnaissance* repose sur la globalisation par sous-structure des différentes sources d'erreur au moyen d'une variable interne scalaire qui appartient à un intervalle dont les bornes supérieure m_E^+ et inférieure m_E^- suivent des lois probabilistes :

$$(1 - m_E^-) \bar{e}_E \leq e_E \leq (1 + m_E^+) \bar{e}_E \quad [1]$$

où $e_E = \frac{1}{2} \underline{U}^T \mathbf{K}_E \underline{U}$ et $\bar{e}_E = \frac{1}{2} \underline{U}^T \bar{\mathbf{K}}_E \underline{U}$ désignent pour la sous-structure E l'énergie de déformation associée respectivement à une structure réelle et au modèle théorique déterministe, dans tout champ de déplacement \underline{U} . Les deux variables aléatoires m_E^+ et m_E^- associées à chaque sous-structure E forment la *méconnaissance de base* sur E ; les lois de type uniforme et gaussien sont les lois de probabilité qui peuvent leur être le plus couramment associées.

2.2. Calcul des méconnaissances effectives

À partir de ces méconnaissances de base, on peut déterminer la méconnaissance effective sur une grandeur d'intérêt α définie sur l'ensemble de la structure. Il suffit pour cela d'exprimer la variation au premier ordre de cette quantité d'intérêt $\Delta \alpha_{\text{mod}} = \alpha_{\text{mod}} - \bar{\alpha}$ par rapport à la valeur $\bar{\alpha}$ correspondant au modèle déterministe ; c'est ensuite l'application rigoureuse de l'inégalité [1] qui permet de propager les intervalles de méconnaissances de base et leurs lois de probabilité sur la quantité d'intérêt choisie :

$$- \sum_E \Delta \alpha_E^- = -\Delta \alpha_{\text{mod}}^- \leq \Delta \alpha_{\text{mod}} \leq \Delta \alpha_{\text{mod}}^+ = \sum_E \Delta \alpha_E^+ \quad [2]$$

Par exemple, la relation $\Delta(\omega_i^2) = \omega_i^2 - \bar{\omega}_i^2 \simeq 2 \sum_{E \in \Omega} (e_E(\bar{\phi}_i) - \bar{e}_E(\bar{\phi}_i))$ implique :

$$\Delta\alpha_{\mathbf{E}}^- = 2m_{\mathbf{E}}^- \bar{e}_E(\bar{\phi}_i) \text{ et } \Delta\alpha_{\mathbf{E}}^+ = 2m_{\mathbf{E}}^+ \bar{e}_E(\bar{\phi}_i) \quad [3]$$

avec $\bar{\omega}_i$ et $\bar{\phi}_i$ les pulsations propres et modes propres du modèle déterministe. À partir des lois de répartition de ces bornes, il est possible de déterminer un intervalle, dit de *méconnaissance effective*, qui ait une probabilité au moins égale à P % de contenir la quantité d'intérêt considérée α_{mod} , pour une valeur de P donnée.

2.3. Processus de réduction des méconnaissances de base

À la famille de structures réelles peuvent être associées deux valeurs $\Delta\alpha_{\text{exp}}^-(P)$ et $\Delta\alpha_{\text{exp}}^+(P)$ qui, pour une valeur P donnée, encadrent une proportion P de valeurs mesurées sur les structures réelles de la quantité d'intérêt $\Delta\alpha_{\text{exp}} = \alpha_{\text{exp}} - \bar{\alpha}$. La comparaison des méconnaissances effectives aux quantités expérimentalement mesurées permet de déterminer sur les différentes sous-structures les méconnaissances de base les plus représentatives de la réalité expérimentale ; en particulier, on veut que :

$$\Delta\alpha_{\text{exp}}^-(P) \leq \Delta\alpha_{\text{mod}}^-(P) \text{ et } \Delta\alpha_{\text{exp}}^+(P) \leq \Delta\alpha_{\text{mod}}^+(P) \quad [4]$$

La méthode employée consiste à réduire une méconnaissance de base surestimée et supposée *a priori* sur chaque sous-structure à partir d'informations expérimentales pertinentes. Le processus, qui est mené à bien sous-structure par sous-structure, consiste à réduire au maximum l'étendue de la loi de probabilité de la méconnaissance de base de la sous-structure considérée, sous la contrainte [4] liée à l'information expérimentale utilisée ; la sélection de cette dernière est liée au poids de la sous-structure considérée dans l'expression de la propagation [2] des méconnaissances de base.

3. Prise en compte d'une forte méconnaissance

Tous les calculs de propagation [2] réalisés précédemment reposent sur les expressions des variations d'une pulsation propre et d'un mode propre approximées au premier ordre. On décrit ici comment résoudre ce problème dans le cas d'une méconnaissance de base pouvant prendre des valeurs particulièrement fortes.

3.1. Principe

On note \mathcal{E} la sous-structure dont la méconnaissance de base est susceptible de prendre de telles valeurs. On veut déterminer, pour toute valeur $m_{\mathcal{E}}$, les pulsations propres $\tilde{\omega}_i(m_{\mathcal{E}})$ et modes propres $\tilde{\phi}_i(m_{\mathcal{E}})$ du modèle associé au modèle perturbé par la méconnaissance sur la sous-structure \mathcal{E} seulement :

$$(\bar{\mathbf{K}} + m_{\mathcal{E}} \Delta\mathbf{K}_{\mathcal{E}}) \tilde{\phi}_i = \tilde{\omega}_i^2 \mathbf{M} \tilde{\phi}_i \quad [5]$$

où $\Delta\mathbf{K}_{\mathcal{E}}$ est la contribution de \mathcal{E} à la matrice de rigidité du modèle déterministe.

3.2. Base de réduction et interpolation

La première étape consiste à introduire une base modale de réduction pour diminuer la taille des problèmes aux valeurs propres que l'on doit résoudre. Pour cela, on retient les n modes $\bar{\phi}_i$ tels que la sous-structure \mathcal{E} apporte une contribution à l'énergie de déformation totale de la structure qui soit parmi les plus fortes constatées. Pour augmenter l'efficacité de cette base de réduction, on enrichit cette dernière de $m \leq n$ modes statiques $\underline{\psi}_i$ définis par $\bar{\mathbf{K}}\underline{\psi}_i = \Delta\mathbf{K}_{\mathcal{E}}\bar{\phi}_i$. La solution du problème aux valeurs propres est alors recherchée sous la forme $\tilde{\phi}_i = \Phi\underline{x} + \Psi\underline{y} = (\Phi|\Psi) \begin{pmatrix} \underline{x} \\ \underline{y} \end{pmatrix}$ où $\Phi = \begin{pmatrix} \bar{\phi}_1 & \dots & \bar{\phi}_n \end{pmatrix}$ et $\Psi = \begin{pmatrix} \underline{\psi}_1 & \dots & \underline{\psi}_m \end{pmatrix}$.

Comme il serait encore trop onéreux de résoudre le problème aux valeurs propres précédent pour chaque réalisation de $m_{\mathcal{E}}$, on décide donc de ne faire cet effort que pour quelques valeurs particulières, qui permettront dans un second temps de réaliser une approximation par interpolation de $\tilde{\omega}_i(m_{\mathcal{E}})$ et $\tilde{\phi}_i(m_{\mathcal{E}})$: typiquement, on retient une interpolation quadratique pour l'estimation des pulsations propres et modes propres.

3.3. Calcul des méconnaissances effectives

La prise en compte des méconnaissances de base sur les autres sous-structures se fait de la même façon qu'auparavant, à ceci près que c'est à partir du modèle perturbé par la réalisation $m_{\mathcal{E}}$ que l'on ajoute à chaque fois la contribution des autres sous-structures. Ainsi, par propagation des intervalles de méconnaissances de base $([-m_{\mathcal{E}}^-; m_{\mathcal{E}}^+])$, on obtient formellement les bornes suivantes :

$$-\sum_{E \neq \mathcal{E}} \Delta\tilde{\alpha}_{\mathbf{E}}^-(m_{\mathcal{E}}) + \tilde{\alpha}(m_{\mathcal{E}}) - \bar{\alpha} \leq \Delta\alpha_{\text{mod}} \leq \sum_{E \neq \mathcal{E}} \Delta\tilde{\alpha}_{\mathbf{E}}^+(m_{\mathcal{E}}) + \tilde{\alpha}(m_{\mathcal{E}}) - \bar{\alpha} \quad [6]$$

On peut alors déterminer la méconnaissance effective associée à la répartition des bornes précédentes.

4. Étude d'un cas industriel

4.1. Description de la structure

On présente ici l'application de la méthode à une structure industrielle réelle : le support de satellites SYLDA5, développé par le groupe EADS, et capable de transporter deux satellites simultanément (figure 1). Des mesures en 260 capteurs par appropriation modale ont été réalisées par IABG pour DASA/DORNIER sous contrat avec le CNES. Le modèle proposé par EADS représente à la fois le support proprement dit et un cylindre de chargement simulant la présence d'un satellite posé sur le support ; il est constitué de 38 sous-structures comprenant divers matériaux, dont des matériaux

sandwiches orthotropes, de l'aluminium et de l'acier. Les premières mesures ayant montré qu'il fallait tenir compte de la déformation du sol sous le support, le sol a été très simplement modélisé par 3 ressorts de torsion, un ressort de translation et une contrainte de mouvement de corps rigide pour tous les nœuds de l'interface entre le support et le sol. Au final, le modèle comprend 27 648 ddl et 9 728 éléments.



Figure 1. Photo du support SYLDA5

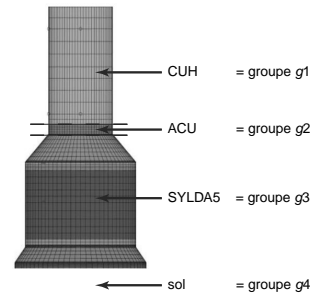


Figure 2. Modèle associé au SYLDA5

4.2. Détermination des méconnaissances de base

Au préalable, le modèle a été recalé à l'aide des 12 premiers modes, comme décrit dans [BAR 04]. Il s'agit dès lors de déterminer les méconnaissances restantes. Dans ce but, la structure est divisée en 4 grands groupes de sous-structures (figure 2) :

- le groupe $g1$ est associé au cylindre de chargement ;
- le groupe $g2$ comprend la liaison composite entre le cylindre et le SYLDA5 ;
- le groupe $g3$ est le support SYLDA5 proprement dit ;
- le groupe $g4$ est associé au modèle de sol.

Le modèle initial de méconnaissances de base est le suivant :

- pour les groupes $g1$ et $g3$: loi gaussienne de moyenne nulle et telle que $2,5 \times \text{écart type}$ égal à $0,2$;
- pour le groupe $g2$: loi uniforme de moyenne nulle et d'étendue $[-0, 2; 0, 2]$;
- pour le groupe $g4$: loi uniforme de moyenne nulle et d'étendue $[-0, 75; 0, 75]$.

L'information expérimentale est constituée des valeurs extrêmes de fréquences propres et formes propres d'une série de mesures (modélisation par intervalle, sans loi de probabilité). On précise dans le tableau 1 dans quel ordre et avec quelles données est réalisée la réduction ; celle-ci a été menée en prenant en compte la possibilité d'une forte valeur de méconnaissance sur le sol, à l'aide d'une base de réduction comprenant les huit premiers modes. Ces résultats permettent également d'obtenir des prédictions sur le mode 1 qui n'a pas été utilisé dans le processus de réduction (tableau 2).

Gr.	Données expérimentales	Méconnaissances après réduction
$g3$	$(\Delta\omega_{4\text{exp}}^{2+}, \Delta\omega_{4\text{exp}}^{2-})$	gaussienne : $\mu = -0,008 / 2,5 \times \sigma = 0,008$
$g1$	$(\Delta\omega_{8\text{exp}}^{2+}, \Delta\omega_{8\text{exp}}^{2-})$	gaussienne : $\mu = 0,072 / 2,5 \times \sigma = 0,072$
$g4$	$(\Delta\omega_{6\text{exp}}^{2+}, \Delta\omega_{6\text{exp}}^{2-})$	uniforme : domaine = $[0, 0; 0, 521]$
$g2$	$(\Delta\omega_{3\text{exp}}^{2+}, \Delta\omega_{3\text{exp}}^{2-})$	uniforme : domaine = $[-0,060; 0, 0]$

Tableau 1. Résultats de la réduction des méconnaissances de base du SYLDA5

i	$\bar{\omega}_i^2$	$[\omega_{i\text{exp}}^{2-}; \omega_{i\text{exp}}^{2+}]$	$[\bar{\omega}_i^2 - \Delta\omega_{i\text{mod}}^{2-}; \bar{\omega}_i^2 + \Delta\omega_{i\text{mod}}^{2+}]$
1	$1,02 \cdot 10^3$	$[1,02 \cdot 10^3; 1,05 \cdot 10^3]$	$[1,01 \cdot 10^3; 1,06 \cdot 10^3]$

Tableau 2. Comparaison modèle-expérimental pour le SYLDA5

5. Conclusion

On a vu comment la théorie des méconnaissances permet de compléter un modèle théorique imparfait par rapport à la réalité des phénomènes expérimentaux par l'adjonction d'un modèle de méconnaissances. Une fois que ce dernier a été déterminé de façon à être représentatif des données expérimentales disponibles, il permet d'obtenir des prédictions se traduisant par des intervalles de confiance sur une quantité d'intérêt donnée. L'efficacité de la méthode a été mise en évidence sur un exemple issu de l'industrie aérospatiale, et devrait mener à l'élaboration d'une stratégie de réduction des méconnaissances sur des quantités d'intérêt données.

6. Bibliographie

- [BAR 04] BARTHE D., DERAEMAER A., LADEVÈZE P., LOCH S. L., « Validation and Updating of Industrial Models Based on the Constitutive Relation Error », *AIAA Journal*, vol. 42, n° 7, 2004, p. 1427-1434.
- [BEN 99] BEN-HAIM Y., « Design Certification with Information-Gap Uncertainty », *Structural Safety*, vol. 21, 1999, p. 269-289.
- [LAD 99] LADEVÈZE P., CHOUAKI A., « Application of a Posteriori Error Estimation for Structural Model Updating », *Inverse Problems*, vol. 15, 1999, p. 49-58.
- [LAD 04] LADEVÈZE P., PUEL G., DERAEMAER A., ROMEUF T., « Sur une théorie des méconnaissances en calcul des structures », *Revue Européenne des Éléments Finis*, vol. 13, 2004, p. 571-584, Giens 2003.
- [MOT 93] MOTTERSHEAD J. E., FRISWELL M. I., « Model Updating in Structural Dynamics : a Survey », *Journal of Sound and Vibration*, vol. 167, n° 2, 1993, p. 347-375.
- [PUE 03] PUEL G., LADEVÈZE P., DERAEMAER A., BARTHE D., « Sur une Théorie des Méconnaissances en Calcul des Structures », *Actes du Sixième Colloque National en Calcul des Structures*, Giens (Var), 20-23 Mai 2003, p. 399-406.
- [SCH 01] SCHÜELLER G. I., « Computational Stochastic Mechanics - Recent Advances », *Computers and Structures*, vol. 79, 2001, p. 2225-2234.