

Analyse du décollement d'un film élastique en régime dynamique: exploration analytique et numérique

M. Charlotte, Gilles Debruyne, Pierre-Emmanuel Dumouchel, Jean-Jacques Marigo

► **To cite this version:**

M. Charlotte, Gilles Debruyne, Pierre-Emmanuel Dumouchel, Jean-Jacques Marigo. Analyse du décollement d'un film élastique en régime dynamique: exploration analytique et numérique. 7e colloque national en calcul des structures, CSMA, May 2005, Giens, France. hal-01813001

HAL Id: hal-01813001

<https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01813001>

Submitted on 12 Jun 2018

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Public Domain

Analyse du décollement d'un film élastique en régime dynamique : exploration analytique et numérique.

M. Charlotte^{*}, G. Debruyne^{**}, P.E. Dumouchel^{*,**}, J.J Marigo^{*}

^{*}LPMTM, Institut Galilée, Université Paris 13, Av. J.B.Clément 93430 Villetaneuse

^{**}LaMSID CNRS-EDF, UMR 2832, 1, av. du Gal de Gaulle 92141 Clamart,

miguelcharlotte@yahoo.fr, gilles.debruyne@edf.fr,

pierre-emmanuel.dumouchel@edf.fr, marigo@lmm.jussieu.fr

RÉSUMÉ. On étudie le problème élastodynamique unidimensionnel d'un film inextensible tendu, initialement collé sur toute sa surface sur un plan rigide et soumis à l'une de ses extrémités à un petit déplacement vertical d'abord croissant monotone à vitesse constante puis stoppé brutalement. Le décollement du film active une énergie de surface dont la forme dépend du critère choisi (on considère ici un critère de rupture de Griffith ou de Dugdale-Barenblatt). Ce problème est traité complètement analytiquement pour le premier critère où l'on exhibe des solutions où la cinématique du décollement est la suivante : pendant la phase de croissance du chargement, le film se décolle à vitesse constante, il continue lors de l'arrêt brutal du chargement, mais les discontinuités de vitesse et de déformation alors engendrées sont propagées le long du film jusqu'au point de contact, il y a alors arrêt de décollement et d'évolution. Le problème est également abordé avec un critère de décohésion de Dugdale et traité numériquement à l'aide de zones cohésives dont le comportement force-ouverture est régi par une loi de Barenblatt. On distingue alors la propagation des fronts de rupture et d'endommagement (décohésion totale ou partielle).

ABSTRACT. The paper deals with the one dimension dynamic problem of a thin stretched elastic film initially completely bonded to a rigid plane, and submitted on one edge, to an increasing transverse small deflection of constant rate, and suddenly stopping. The film peeling activates a surface energy (a Griffith or a Dugdale-Barenblatt Fracture criterion is considered here). The problem is completely solved in an analytical way for the Griffith law and the following results are achieved : during the loading increase, the peeling yields with a constant rate and goes on after the deflection is maintained constant. Then, velocities and strains jumps appear and propagate to the point contact and stop the peeling and solution evolution. The problem is also approached with a Dugdale criterion and numerically treated with cohesive zone whose stress-opening displacement is governed by a Barenblatt model. Damage and Fracture fronts propagation are then discerned (total or partial peeling).

MOTS-CLÉS : Griffith, Dugdale, Barenblatt, onde de choc et d'accélération, taux de restitution d'énergie, ténacité, décollement

KEYWORDS: Griffith, Dugdale, Barenblatt, shock and acceleration wave, energy release rate, toughness, peeling

1. Motivation industrielle de l'étude

La prévision de la propagation et de l'arrêt de fissure dans les matériaux fragiles est un enjeu important dans plusieurs secteurs de l'industrie. En ce qui concerne l'exploitation des centrales électronucléaires, le prolongement de la durée de vie des cuves des Réacteurs à Eau sous Pression (REP) est en partie conditionné par l'accroissement de marges de sécurité quant à la nocivité des défauts internes à la cuve. Celles-ci peuvent être augmentées par l'acceptation d'une propagation du défaut pour peu que cette dernière soit limitée. Il est donc nécessaire de prévoir non seulement les conditions d'amorçage mais aussi d'arrêt des fissures. Le caractère éventuellement brutal du phénomène, du à la fragilisation de certaines zones de la cuve par le bombardement neutronique, peut induire des effets dynamiques importants. Si une analyse statique s'avère conservatrice en cas de propagation dans un milieu infini, la réflexion d'ondes sur les bords de la structure peut avoir un effet déterminant sur les conditions d'arrêt, accessible seulement par l'étude du problème dynamique. Celui-ci est souvent très complexe à analyser dans une configuration réelle et un exemple académique simple doit permettre d'appréhender ses principales composantes.

2. Description du problème

On considère un film mince, semi-infini, inextensible, parfaitement flexible, de masse linéique ρ , initialement complètement collé sur une surface plane rigide et soumis sur un bord à une force de tension N et à un petit déplacement vertical $u_0(t)$ de vitesse constante V_0 brutalement stoppé au temps T_0 . La géométrie et le chargement sont tels que le problème est unidimensionnel, le film est repéré par la variable $x \in \mathbb{R}^+$ et le film se décolle sur une longueur de $l(t)$. L'inconnue principale du problème est le déplacement $u(x,t)$ (cf. fig. I). Le décollement active une énergie linéique $\gamma(u)$ indépendante directement de la position x (nous considérons ici une ténacité homogène du matériau), mais dont la forme dépend du critère de décollement envisagé (Griffith ou Dugdale-Barenblatt).

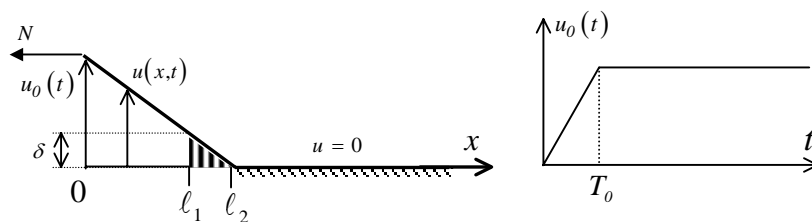


Figure I. Schématisation du décollement d'un film mince tendu

L'objet de l'étude est l'évolution spatio-temporelle du film, et en particulier la progression et l'arrêt du décollement, suivant le critère de décollement considéré.

2.1. Formulation générale du problème

Les conditions cinématiques aux limites et initiales sont les suivantes :

$$\text{pour } x > 0, \begin{cases} u(x,0) = 0 \\ u_{,t}(x,0) = 0 \end{cases} \quad [1] \quad u(x,t) \geq 0, \forall x \geq 0, \forall t \geq 0 \quad [3]$$

$$u(0,t) = u_0(t) = \begin{cases} V_0 t, \forall t \in [0, T_0] \\ V_0 T_0, \forall t > T_0 \end{cases} \quad [2] \quad u(x,t) = 0, \forall x \geq \ell_2(t) \quad [4]$$

$u(x,t)$ est continue sur le domaine espace temps, mais les dérivées partielles $u_{,x}$ et $u_{,t}$ peuvent être discontinues sur des courbes C_h , suffisamment régulières pour qu'une normale $\vec{n}_h = (n_{hx}, n_{ht})$ soit définie en tous leurs points et définies par : $C_h : \lambda \in [0, l] \rightarrow (x_h(\lambda), t_h(\lambda))$. Sur ces courbes, les conditions de compatibilité des sauts de vitesse et de déformation d'Hadamard s'écrivent :

$$n_{hx} \llbracket u_{,t} \rrbracket (x_h, t_h) = n_{ht} \llbracket u_{,x} \rrbracket (x_h, t_h) \quad [5]$$

Les énergies mises en œuvre dans ce modèle sont : l'énergie potentielle

$$P(u) = \frac{1}{2} \int_{\mathbb{R}^+} c^2 \rho u_{,x}^2(x,t) dx \quad [6] \quad (c = \sqrt{\frac{N}{\rho}}, \text{ caractérisant une célérité d'onde}),$$

l'énergie cinétique $E_c(u) = \frac{1}{2} \int_{\mathbb{R}^+} \rho u_{,t}(x,t) dx$ [7] , et l'énergie de surface

$$E_s(u) = \int_{\mathbb{R}^+} \gamma(u) dx, \text{ définie avec une densité } \gamma(u) = \begin{cases} \sigma_c u, \text{ si } 0 \leq u \leq \delta \\ G_c = \sigma_c \delta, \text{ si } u > \delta \end{cases} \quad [8];$$

celle-ci correspond au critère de Griffith si $\delta = 0$ et à celui de Dugdale si $\delta \neq 0$.

On dénotera $\ell_1(t)$ la longueur de la zone cassée, avec $u(\ell_1(t), t) = \delta, \forall t \geq \frac{\delta}{V_0}$, et

$\ell_2(t)$ celle de la zone endommagée (voir figure I). Pour le cas de Griffith $\ell_1 = \ell_2$.

2.2. Les lois d'évolution.

Les lois de conservation et d'évolution du décollement sont celles de la quantité de mouvement : $\rho(c^2 u_{,xx} - u_{,tt}) = \gamma_{,u}$ [9], pour les points (x,t) réguliers du

$$\text{domaine } \Omega \setminus \bigcup_h C_h \text{ et celles de Rankine-Hugoniot } n_{hx} c^2 \llbracket u_{,x} \rrbracket = n_{ht} \llbracket u_{,t} \rrbracket \quad [10]$$

pour les points (x_h, t_h) des courbes de discontinuités de vitesses et de déformation : C_h pour $h \neq \ell_1, \ell_2$. Les relations [10] et [5] impliquent alors que ces courbes sont des droites caractéristiques telles que $n_{hx} c = \pm n_{ht}$. De plus, dans le cas de Griffith,

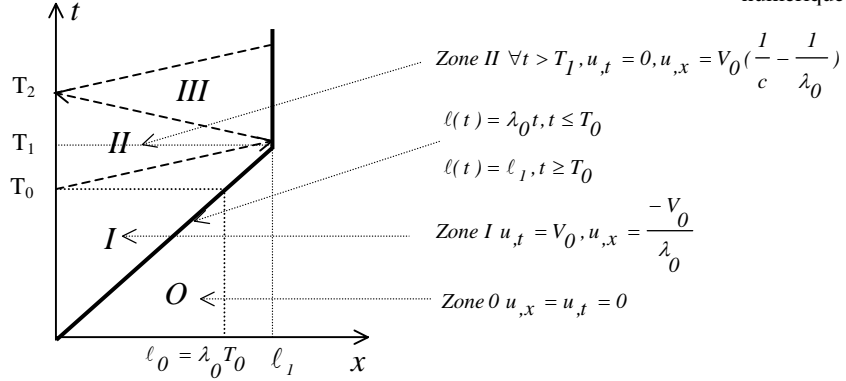


Figure II. Solutions et trajectoire de l'onde de choc issue du point $(0, T_0)$, critère de Griffith

on a sur la courbe C_{ℓ_2} les relations $\left[G_c - \rho(c^2 - \dot{\ell}_2^2) u_{,x}^2 / 2 \right] \dot{\ell}_2 = 0$ [11] et $G = \frac{\rho c^2}{2} \left(1 - \frac{\dot{\ell}_2^2}{c^2} \right) u_{,x}^2 \leq G_c$ [12], G définissant un taux de restitution d'énergie.

3. Résolution du problème avec un critère de Griffith.

La relation [11] nous permet d'affirmer que $\dot{\ell}_2(t) \leq c$ puisque $G_c \geq 0$. Les solutions sur l'intervalle $[0, T_0]$ sont alors : $\ell(t) = \lambda_0 t \leq \ell_0 = \ell(T_0)$, $u_{,x}(x, t) = -V_0 / \lambda_0$, $u_{,t}(x, t) = V_0$ pour $x \leq \ell_0$ $u_{,x}(\ell_0, t) = 0$, $u_{,t}(\ell_0, t) = 0$, pour $x > 0$ avec : $\lambda_0 = c / \sqrt{1 + \frac{2G_c}{\rho V_0^2}}$. Une discontinuité, due à l'arrêt brutal du chargement apparaît au point $(0, T_0)$ et se propage sur la droite $x = c(t - T_0)$. Elle atteint $(\ell_a, T_a) = \left(\frac{c\lambda_0 T_0}{c - \lambda_0}, \frac{cT_0}{c - \lambda_0} \right)$, le point d'arrêt du décollement et de la propagation des discontinuités (cf. fig. II où sont aussi répertoriées les solutions dans chaque zone du réseau des caractéristiques).

La longueur $\ell_a = V_0 T_0 / \left(\sqrt{\alpha^2 + \frac{2G_c}{\rho c^2}} - \alpha \right)$, $\alpha = V_0 / c$, est plus importante que

$\ell_a^* = V_0 T_0 / \sqrt{\frac{2G_c}{\rho c^2}}$ prédite par l'analyse statique. Notons que lorsque le film est

initialement décollé et soumis à un déplacement constant [Freund 1989], les longueurs de décollement sont identiques en statique et en dynamique. Les conditions initiales sont donc primordiales quant aux résultats sur le caractère conservatif ou non de l'analyse quasi-statique.

4. Quelques résultats relatifs à une loi de décohésion de Dugdale.

On a dans ce cas à déterminer l'évolution de la zone de rupture $x \leq \ell_1$ et celle de la zone partiellement décollée $\ell_1 \leq x \leq \ell_2$. Dans la zone cohésive $\ell_1 \leq x \leq \ell_2$, l'équation du mouvement s'écrit : $\rho(c^2 u_{,xx} - u_{,tt}) = \sigma_c$, σ_c force constante sur la zone cohésive, et nulle ailleurs. On se limitera ici à l'intervalle $[0, T_0]$ et on décrira principalement l'évolution de $\ell_2(t)$. Jusqu'au temps $T_i = \frac{x_i}{c} = \frac{2V_0 \rho}{\sigma_c}$ que l'on

supposera inférieur à l'instant de rupture $\frac{\delta}{V_0}$ (matériau pas trop fragile ou vitesse de sollicitation pas trop grande), ce front est une onde de choc qui se propage à la vitesse c . Au point x_i se produit l'apparition de deux ondes d'accélération, l'une se propageant en aval à la vitesse des ondes, l'autre étant le front lui-même se déplaçant à la vitesse $\dot{\ell}_2 = c/3$, jusqu'à la rencontre avec la première onde qui va ralentir ce front. Ce processus itératif (visualisé sur la figure III) continue avec des vitesses successives de front $\dot{\ell}_2 = \lambda_{2i} = c/(2i + 1)$. Ce front approche par défaut celui obtenu en quasi-statique : $\ell_2 = c \sqrt{\frac{2V_0 \rho t}{\sigma_c}}$. La zone cohésive à l'instant de rupture est donc approchée par $\Delta l = \frac{c}{\sigma_c} \sqrt{2\rho G_c}$

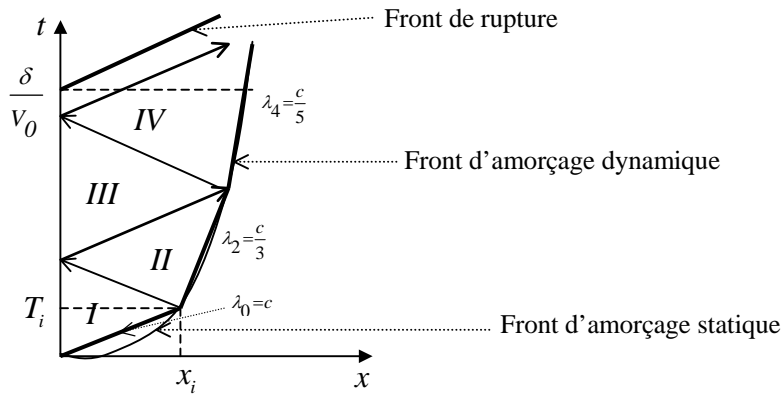


Figure III. Solutions et trajectoire front d'endommagement et de l'onde d'accélération issue de (x_i, T_i) pour le critère de Dugdale.

5. Analyse numérique avec un modèle cohésif de Barenblatt.

Le modèle cohésif proposé (détaillé dans (Laverne 2004)) intègre une loi de Barenblatt (Barenblatt 1962), revisitée par (Francfort et Marigo 1998) dans le cadre d'une théorie énergétique de la rupture. Cette loi est caractérisée par une densité d'énergie de surface $\gamma(u) = G_c(1 - e^{-\frac{\sigma_c u}{G_c}})$ différente de celle de Dugdale (cf. [8]). La figure IV présente l'évolution du front qui se propage à la vitesse λ_0 ($\lambda_0 \approx c = 6000m/s$), et la solution en vitesse dans la zone 0 ($u_x = V_0 = 500m/s$) pour un rapport $G_c / \sigma_c = 0.02m$ suffisamment petit pour se rapprocher du critère de Griffith.

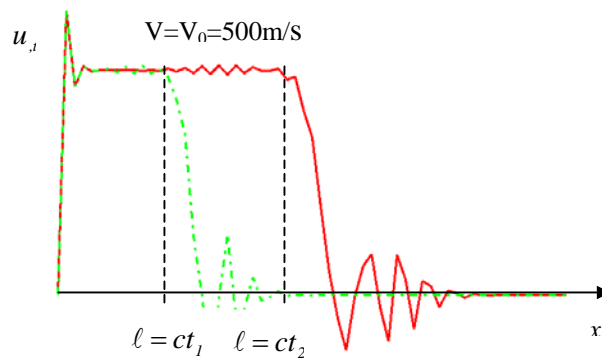


Figure IV. Vitesse particulière du film et propagation du front de décollement

6. Perspectives

Parmi les pistes envisagées pour poursuivre ce travail, on peut citer la prise en compte d'une ténacité non homogène (avec éventuellement des discontinuités). Une implantation dans le modèle cohésif d'une loi proche de celle de Dugdale est également en cours, le modèle de Barenblatt présentant des longueurs cohésives $\Delta l = l_2 - l_1$ trop importantes.

7. Bibliographie

- G.I. Barenblatt, Adv. Appl. Mech., 7 (1962)
- G.A. Francfort, J.-J. Marigo, Revisiting brittle fracture as an energy minimization problem, J. Mech. Phys. Solids, 46, (1998)
- L.B. Freund : Dynamic fracture mechanics, Cambridge Monographs on Mechanics and Applied Mathematics (1989)
- J. Laverne : Formulation Énergétique de la Rupture par des modèles de forces cohésives : Considérations Théoriques et Implantations Numériques. Thèse Université Paris 13 (24 novembre 2004).